

Statica (WB) college 13

Friction Ch. 8.5 - 8.8

Guido Janssen

G.c.a.m.janssen@tudelft.nl

Wrijving op een vlakke riem

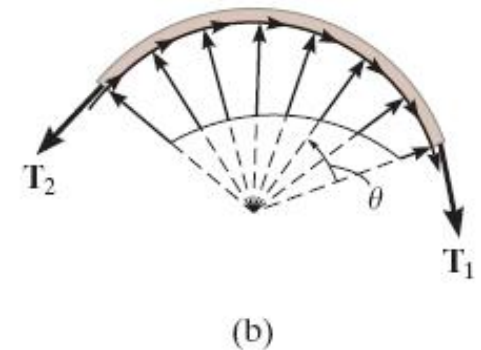
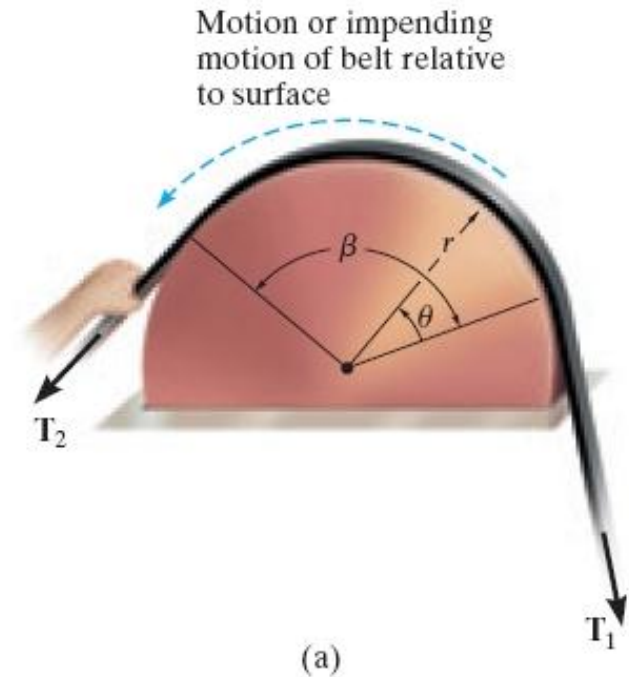
Een band loopt over een vast gebogen oppervlak. Om de band in beweging te krijgen moet $T_2 > T_1$.

Op het contact oppervlak (hoek β) werkt een wrijvingskracht die wel nog van de hoek θ afhangt.

Neem aan dat de band op het punt staat om te gaan bewegen.

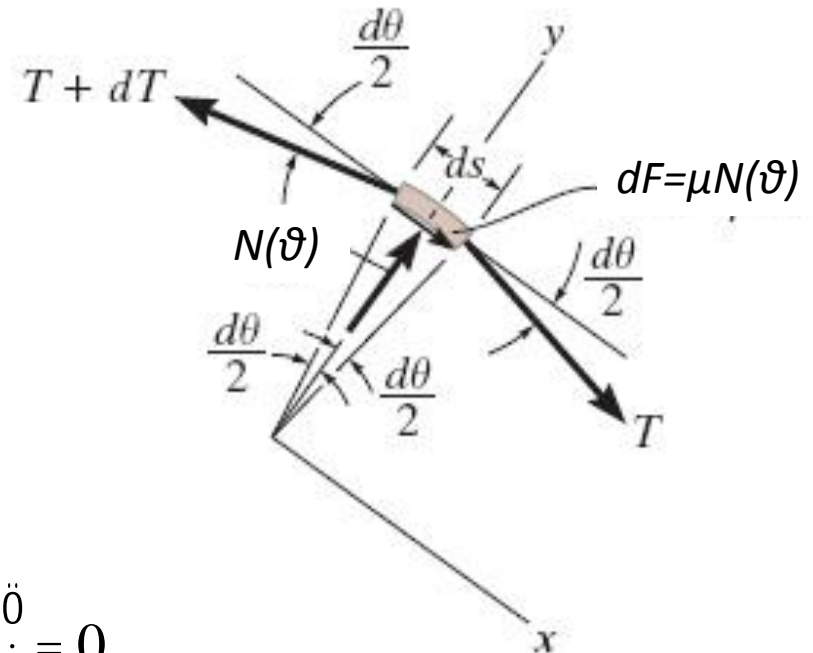
Op ieder punt van de band werkt een normaalkracht $N(\theta)$. Die normaalkracht levert een bijdrage aan de wrijving: $dF = \mu \cdot N(\theta)$.

(Hibbeler gebruikt dN , vind ik iets minder logisch)



Kijk nu naar een klein stukje van de riem

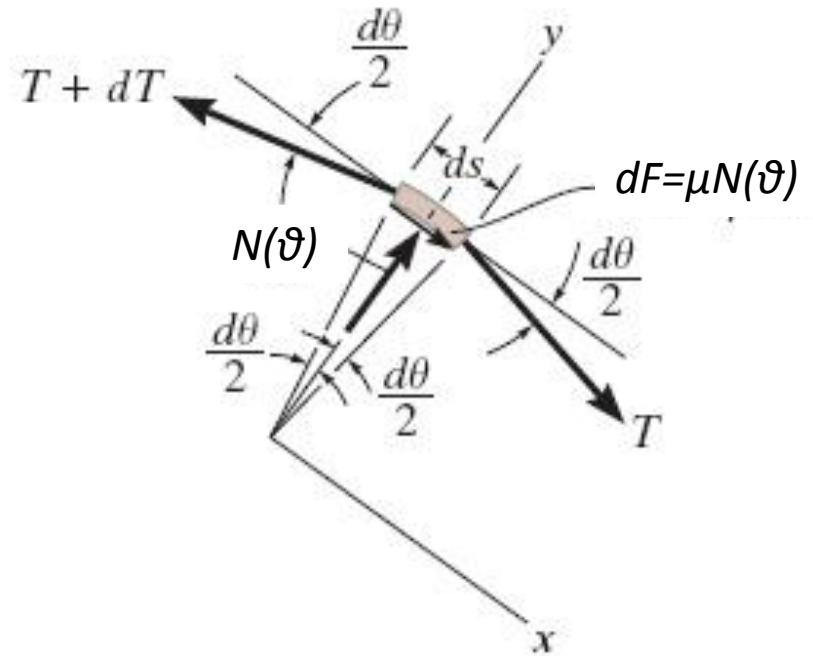
Neem de positieve x-as langs de riem naar rechts, neem de positieve y-as loodrecht op de riem naar boven.



$$T \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) + mN(\theta) - (T + dT) \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) = 0$$

$$N(\theta) - (T + dT) \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) - T \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) = 0$$

Slim rekenen:



$$T \cos \frac{\vartheta}{2} - (T + dT) \cos \frac{\vartheta}{2} + mN(\vartheta) = 0$$

$$N(\vartheta) - (T + dT) \sin \frac{\vartheta}{2} - T \sin \frac{\vartheta}{2} = 0$$



$$mN(\vartheta) = dT$$

$$N(\vartheta) = T d\vartheta$$

$N(\vartheta)$ elimineren

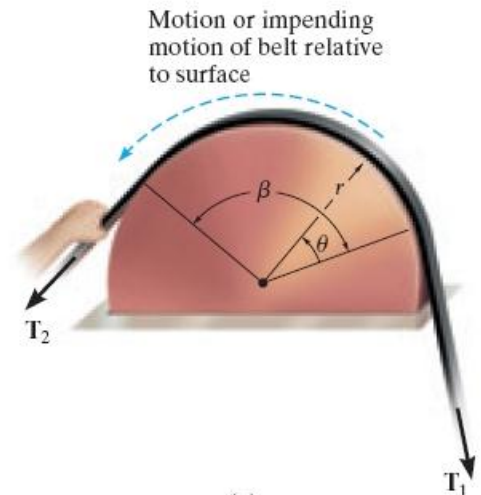
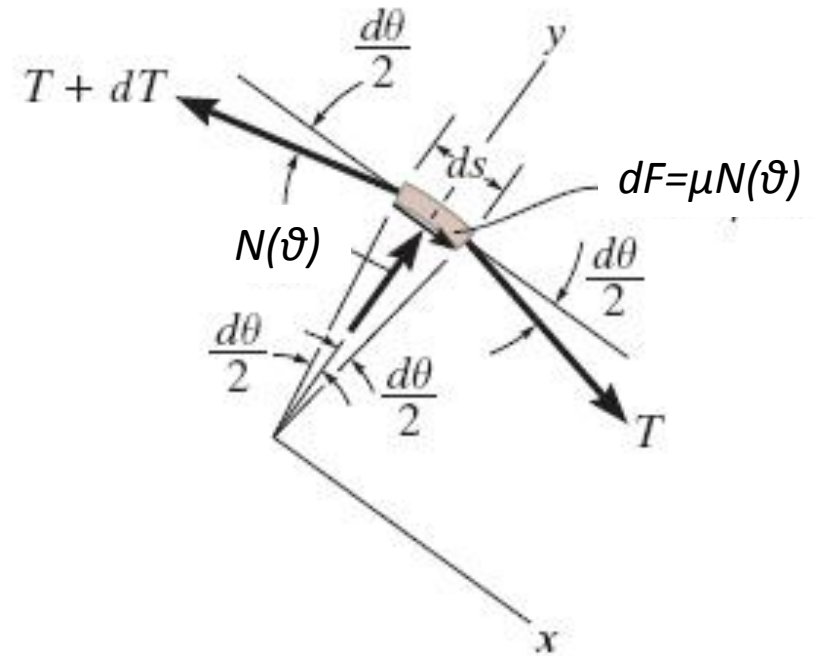
$$mN(q) = dT$$

$$N(q) = Tdq$$



$$\frac{dT}{T} = mdq$$

Nu nog integreren tussen de juiste integratiegrenzen:



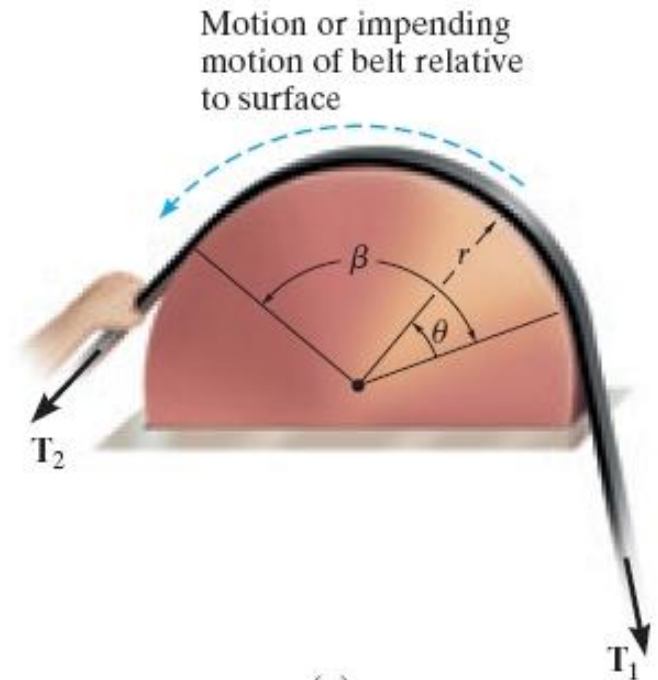
(a)

Integreren

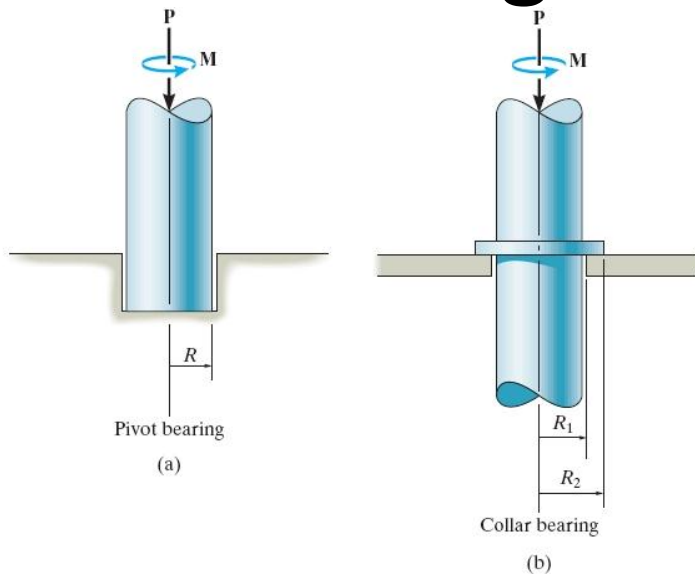
$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = m \int_0^b dJ$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = mb$$

$$T_2 = T_1 e^{mb}$$

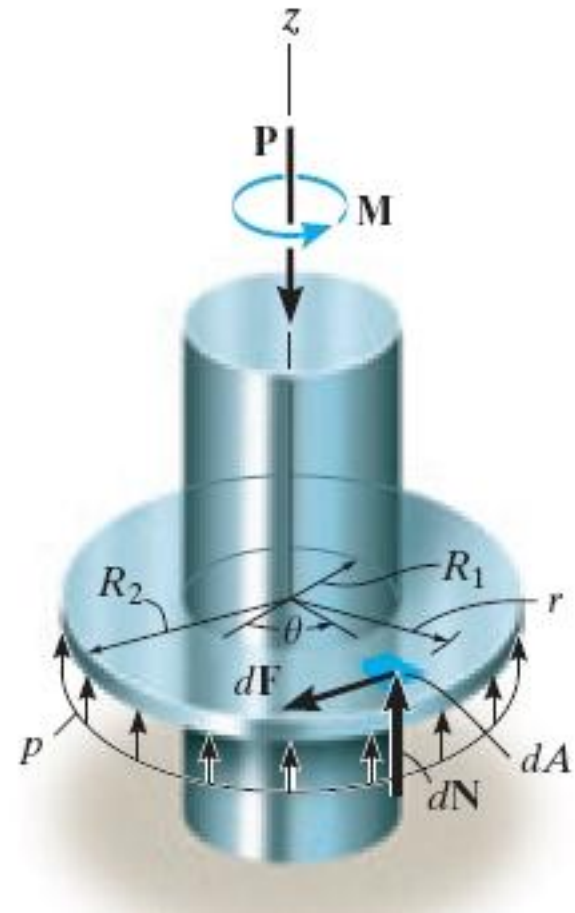


Pivot and collar bearings (en kraaglaggers)



De verticale as wil draaien, maar wordt tegengewerkt door de wrijving van de “kraag” tegen de vaste wereld.

Beschouw een oppervlakte-element dA . Hoe groot is de normaalkracht, de wrijving en het tegenwerkend moment? Vervolgens integreren.



Pivot and collar bearings -2

De externe kracht P wordt opgevangen door een naar boven gerichte druk p op de kraag. We kennen P en we kennen het oppervlak, dus:

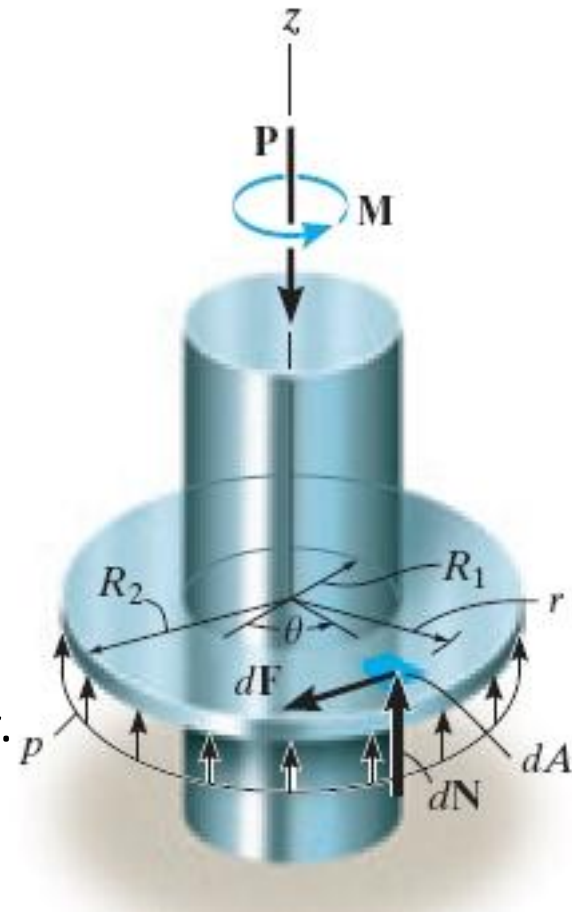
$$p = \frac{P}{\rho (R_2^2 - R_1^2)}$$

Het oppervlak dA kan uitgedrukt worden in r en ϑ .

$$dA = (r d\vartheta) (dr)$$

Nu de bijdrage aan de normaalkracht op dA :

$$dN = p dA$$

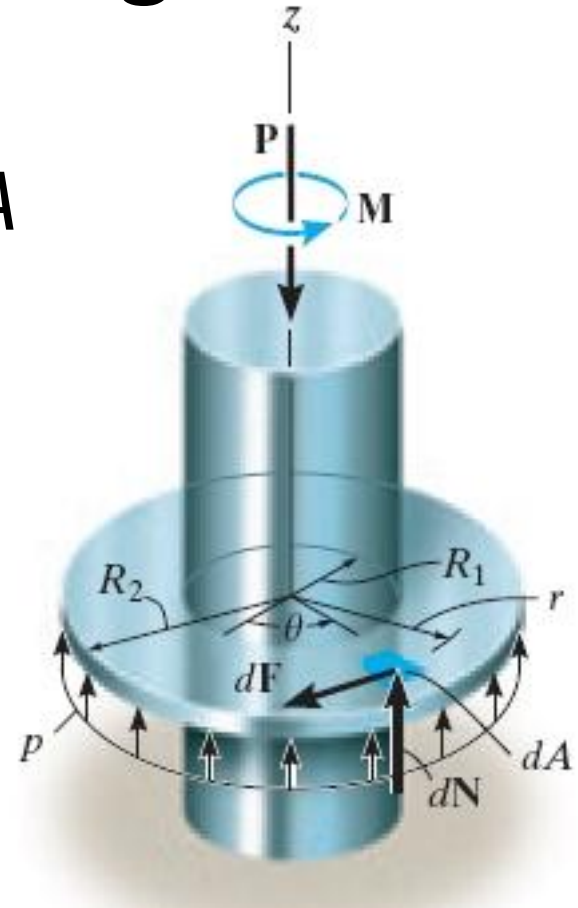


Pivot and collar bearings -3

$$p = \frac{P}{\rho(R_2^2 - R_1^2)} \quad dN = p dA$$

$$dF = m_s dN = m_s p dA = \frac{m_s P}{\rho(R_2^2 - R_1^2)} dA$$

$$M - \int_A r dF = 0$$



$$M = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} r \frac{m_s P}{\rho(R_2^2 - R_1^2)} (r dq dr) = \frac{m_s P}{\rho(R_2^2 - R_1^2)} \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr \int_0^{2\pi} dq$$

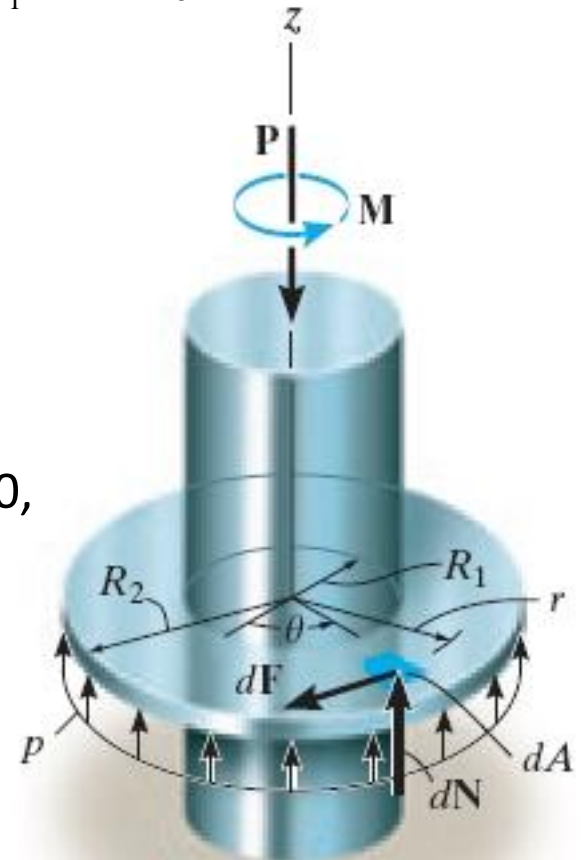
Pivot and collar bearings -4

$$M = \int_0^{R_2} \int_0^{2\pi} r \frac{m_s P}{\rho (R_2^2 - R_1^2)} (r dq dr) = \frac{m_s P}{\rho (R_2^2 - R_1^2)} \int_0^{R_2} r^2 dr \int_0^{2\pi} dq$$

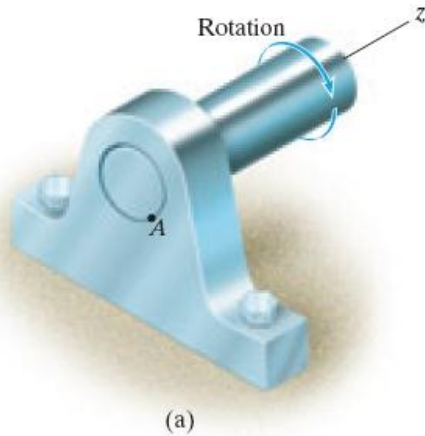
$$M = \frac{2}{3} m_s P \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2}$$

Voor een taats lager (pivot bearing): $R_2 = R$ en $R_1 = 0$,
 reduceert dat tot:

$$M = \frac{2}{3} m_s P R$$



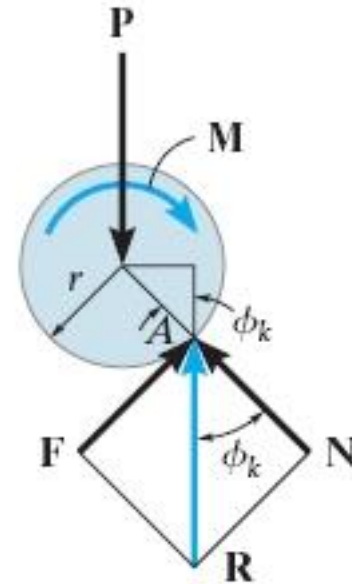
Wrijving in journal bearings glij-lagers



$$\dot{a} M_z = 0$$

$$M - (R \sin f_k) r = 0$$

$$M = R r \sin f_k$$

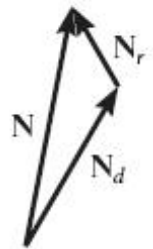
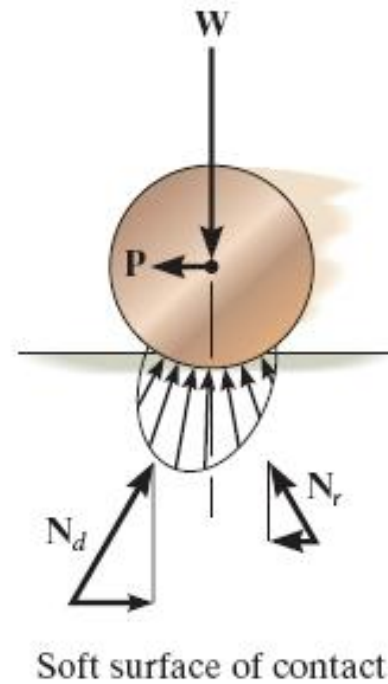
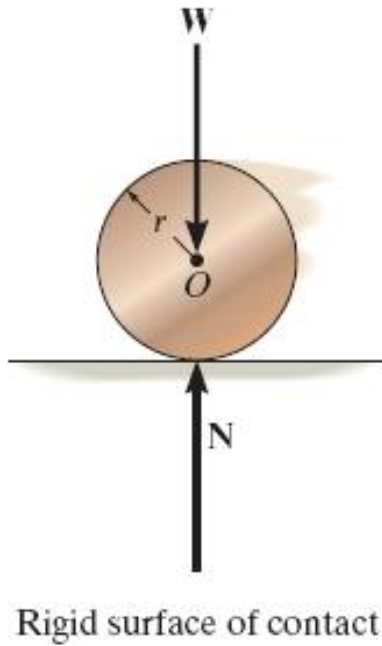


$$\tan f_k = \frac{F}{N} = \frac{m_k N}{N} = m_k$$

Voor gedeeltelijk gesmeerde lagers geldt μ_k is klein, dus $\sin \phi_k = \tan \phi_k = \phi_k$.

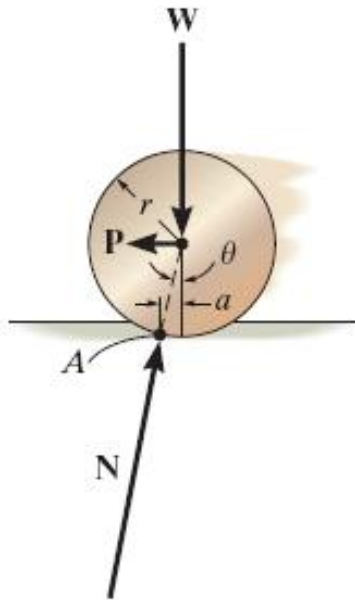
$$M \gg R r m_k$$

Rolweerstand



Rolweerstand, vereenvoudigd

Eenparige rechtlijnige beweging:
krachtenevenwicht, momentenevenwicht.



$$\frac{W}{P} = \frac{r}{a}$$

$$P = \frac{Wa}{r} \ll m_k W$$

Rollen gaat makkelijker dan schuiven!

Huiswerk

Kennis nemen van Toets 13:	0.5 uur
Terugkijken op paragraaf 8.5 t/m 8.8:	0.5 uur
Toets 13 maken*:	4.5 uur
Vorbereiden paragrafen 9.1 en 9.2	1.0 uur
	<hr/>
Totaal:	6.5 uur +

* Als je niet uit de sommen van Toets 11 komt, of geen toegang hebt, begin dan met de “fundamental problems” uit het boek en doe vervolgens wat gewone opgaven of de sommen op “Mastering Engineering”(zie announcement Bb). Ook in schrift, ook meenemen naar werkcollege.