

Statica(WB/MT) college 3

Evenwicht van een puntdeeltje

Guido Janssen

G.c.a.m.janssen@tudelft.nl

Eerste wet van Newton

Als er geen kracht op een puntdeeltje werkt is het in rust of in een éénparige rechtlijnige beweging.

Voor een puntdeeltje is de eis: $\Sigma \mathbf{F} = 0$ voldoende voor evenwicht.

Voor een lichaam met afmetingen moet ook nog gelden: $\Sigma \mathbf{M} = 0$. (colleges 4,5 en 6)

FBD

Het “Free Body Diagram” (FBD) is een geniale gedachte. Achteraf heel simpel, maar een enorm krachtig gereedschap.

Kies een deel van de wereld als “Free Body”.

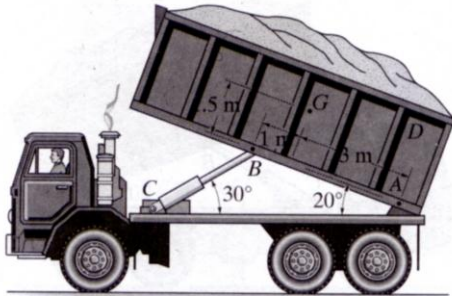
Teken de contour van dit “Free Body”.

Teken alle bekende en te bepalen krachten op dit “Free Body”.

Stel de evenwichtsvergelijkingen op.

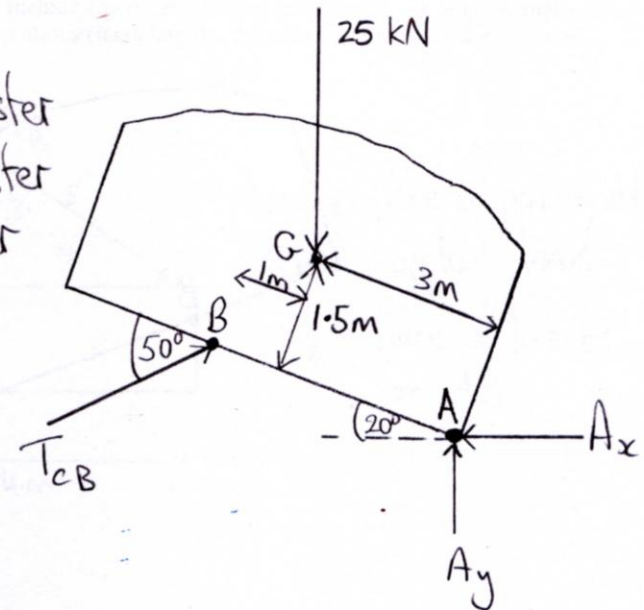
Los de evenwichtsvergelijkingen op.

De kracht van het FBD



Je wilt weten wat de kracht is die de cylinder moet leveren en hoe het scharnier belast wordt.

T_{CB} : force of link on dumpster
 A_x, A_y : force of pin on dumpster
25 kN: weight on dumpster

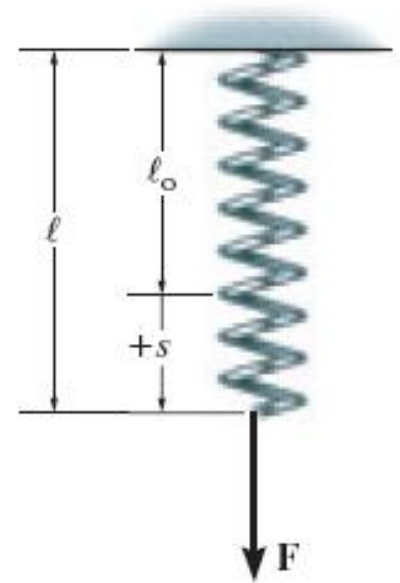


Veren

Voor een veer geldt een lineair verband tussen kracht (\mathbf{F} , vector) en uitrekking (\mathbf{s} , vector).
De evenredigheidsconstante, k , is een scalar.

$$\mathbf{F} = k\mathbf{s}$$

\mathbf{F} en \mathbf{s} staan dus evenwijdig.



Kabels en poelies (loopwielen)

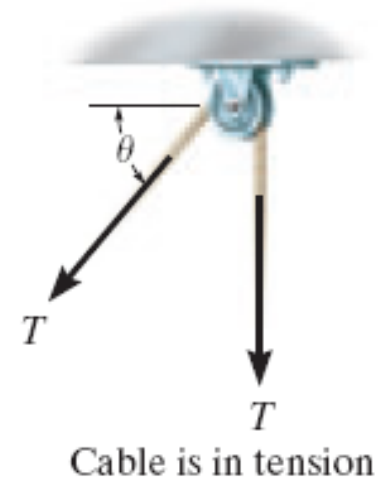
Kabels zijn “massa-loos”

Kabels rekken niet.

Spanning (tension, T) in de richting van de kabel.

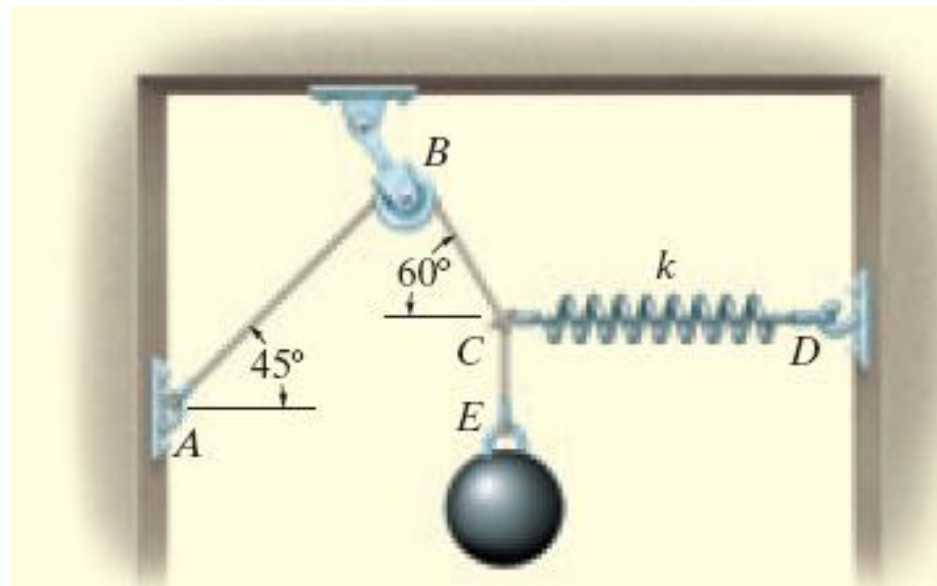
Bij evenwicht is de spanning constant.

De spanning is onafhankelijk van de hoek θ .



Oefening FBD's tekenen, example 3.1

De bol heeft een massa van 6 kg. Er heerst evenwicht. Teken 3 FBD's voor resp. bol, touw CE en knoop C.

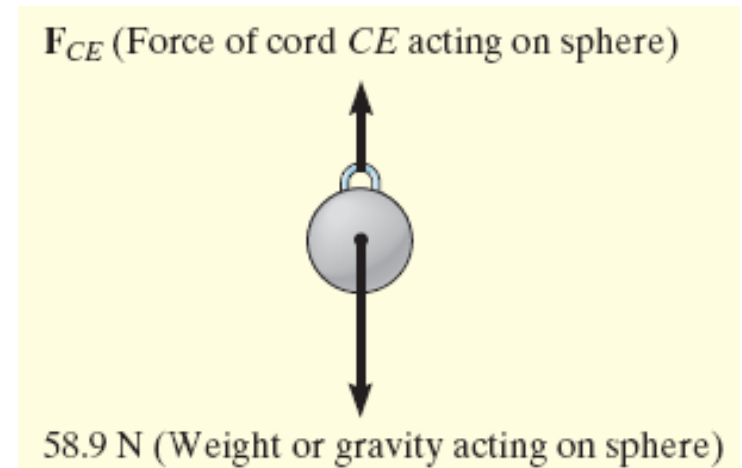


FBD van de bol

Op de bol werken twee krachten:
Het gewicht: $6 \times 9,81 = 58,9 \text{ N}$

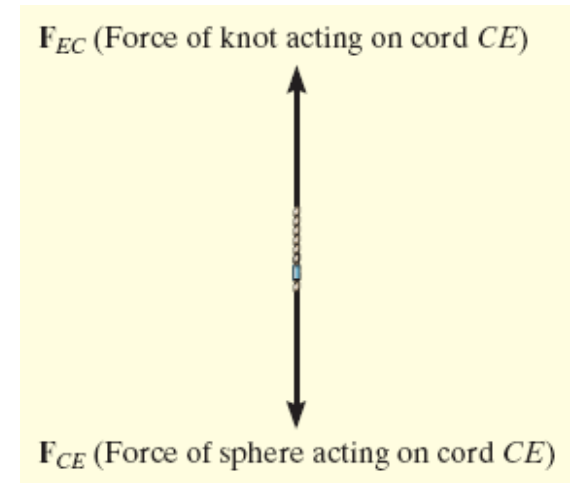
Gewichten gaan bij ons in N !!!

De spankracht in het koord.

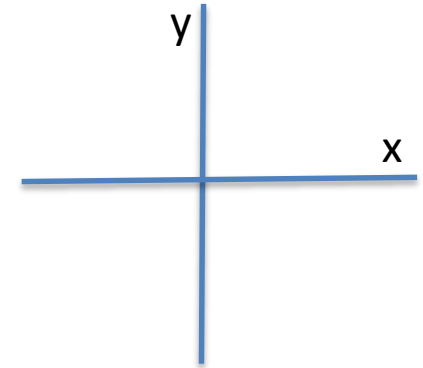
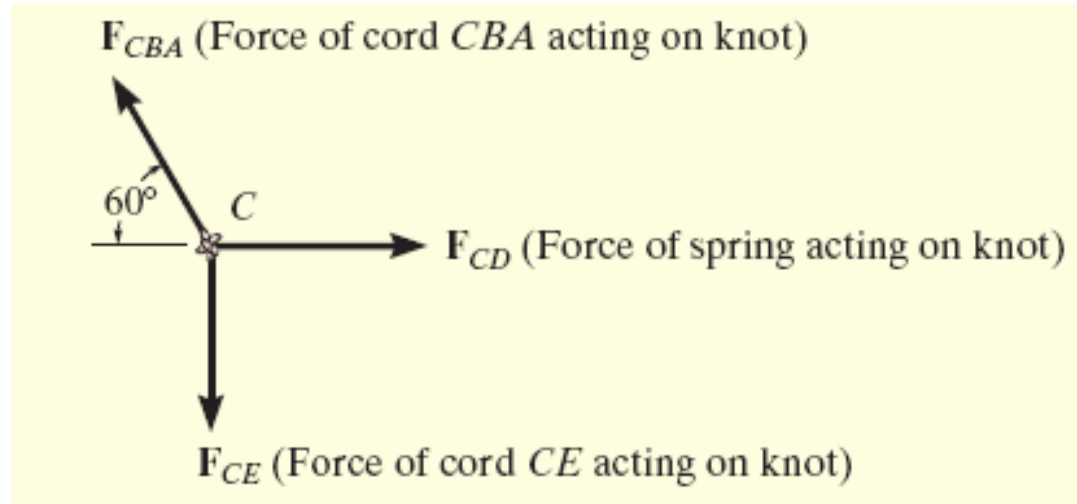


FBD van touw CE

Op het touw werken twee krachten, de bol en de knoop oefenen even grote en tegengestelde krachten uit op het touw.



FBD van knoop C



De knoop is een puntdeeltje. We werken alleen met $\Sigma \mathbf{F} = 0$, niet met $\Sigma \mathbf{M} = 0$.

Kies een assenstelsel!

Beschouw de componenten van alle krachten in x en y richting.

$$\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0.$$

$$-F_{CBA} \cos(60^\circ) + F_{CD} = 0. \quad (x - \text{as})$$

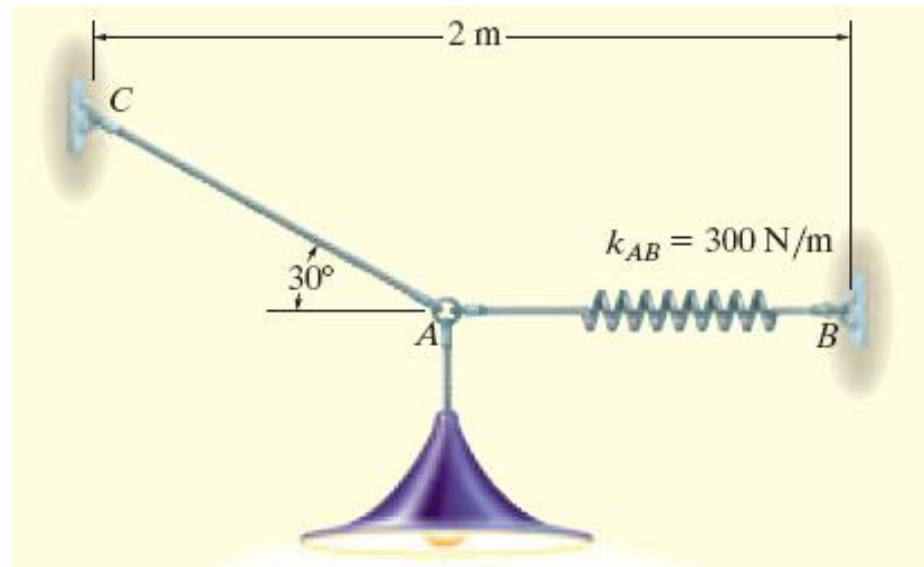
$$F_{CBA} \sin(60^\circ) - 58,9\text{N} = 0. \quad (y - \text{as})$$

Los nu F_{CBA} en F_{CD} op.

De lamp, example 3.4

Bepaal de benodigde lengte van het touw AC om de lamp met een massa van 8kg op te hangen zoals in het plaatje.

De onbelaste lengte van de veer AB is 0,4 m. De veerconstante, $k_{AB}=300\text{N/m}$.



Hoe beginnen we?

FBD van ring A, met assenstel

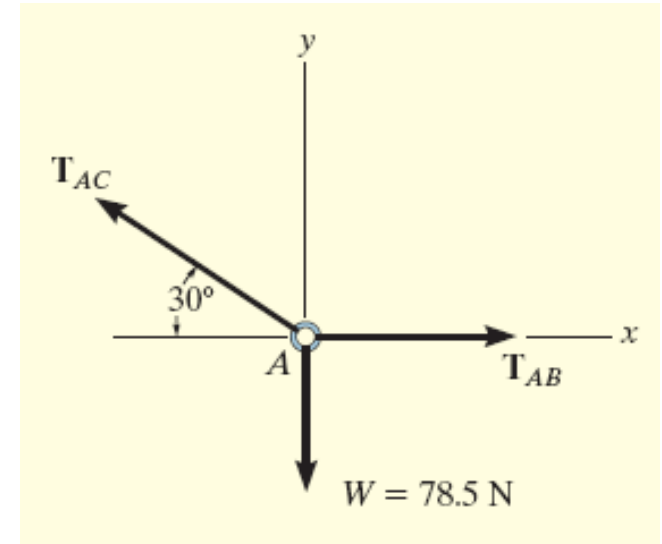
FBD van ring A, example 3.4

$$\begin{aligned} +\rightarrow \quad \sum \mathbf{F}_x &= 0; \quad T_{AB} - T_{AC} \cos 30^\circ = 0 \\ +\uparrow \quad \sum \mathbf{F}_y &= 0; \quad T_{AB} \sin 30^\circ - 78.5 \text{ N} = 0 \end{aligned}$$

Oplossen:

$$T_{AC} = 157.0 \text{ kN}$$

$$T_{AB} = 136.0 \text{ kN}$$



Nu je de kracht die de veer uitoefent op ring A kent, T_{AB} kun je ook de belaste lengte van veer uitrekenen en tenslotte de lengte van touw AC.

De krat, example 3.7

Bepaal de krachten in de kabels AB, AC en AD, benodigd om de 40 kN zware krat te dragen.

Stap 1?

FBD van knoop A.

Stap 2?

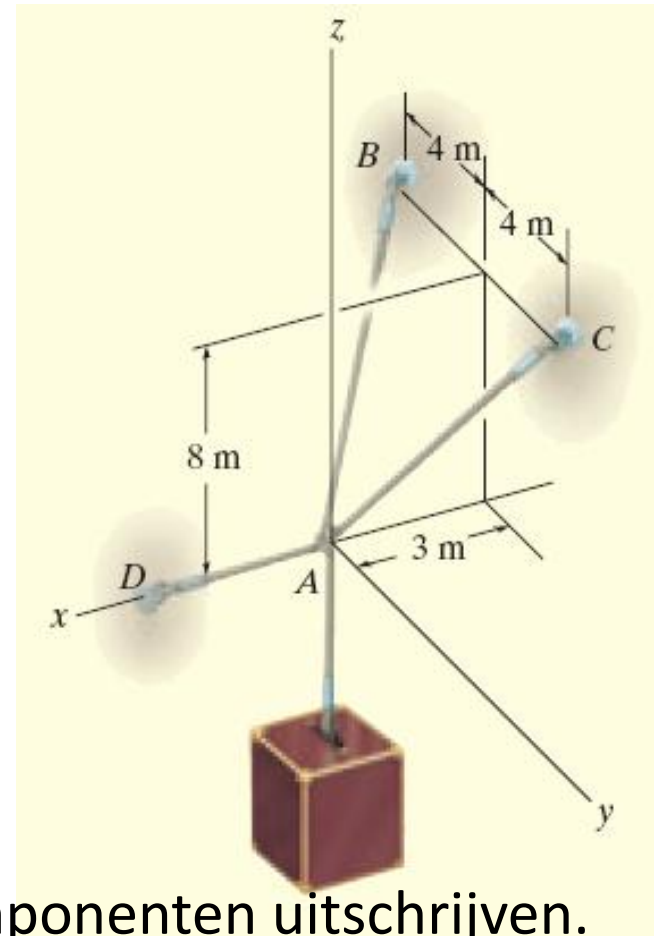
Eenheidsvectoren AB, AC en AD.

Stap 3?

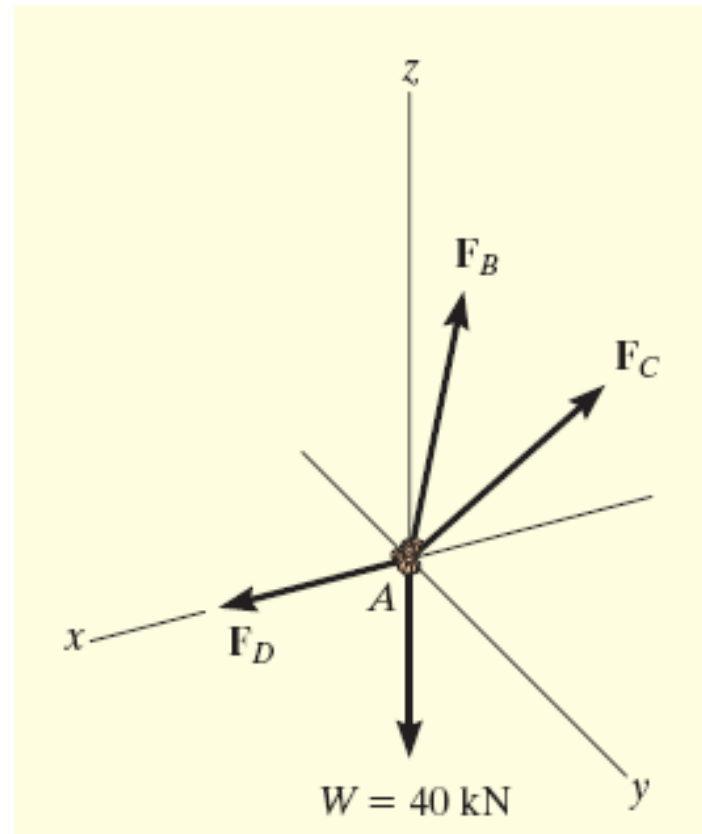
Krachten \mathbf{F}_{AB} , \mathbf{F}_{AC} , \mathbf{F}_{AD} , \mathbf{W} in cartesische componenten uitschrijven.

Stap 4 &5?

Evenwichtsvergelijkingen opstellen en oplossen.



FBD van knoop A, example 3.7



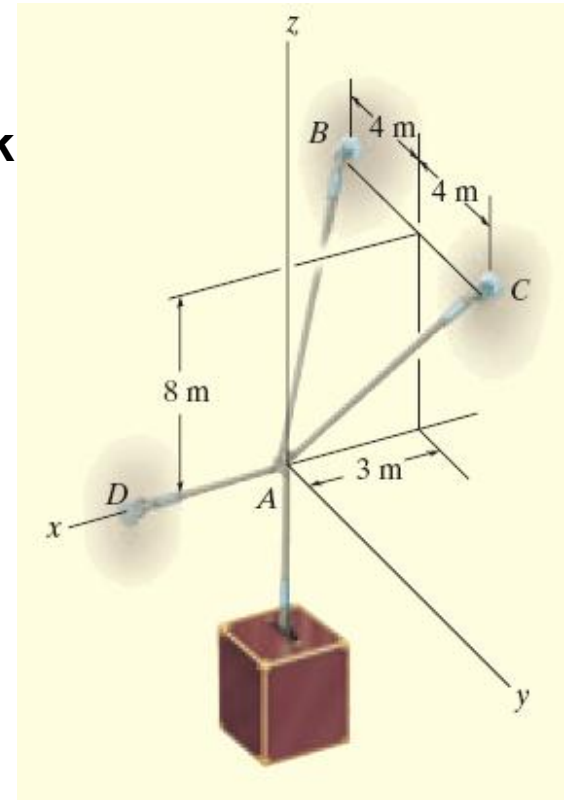
Is het assenstelsel rechtsdraaiend?

Eenheidsvectoren AB, AC en AD

$$\mathbf{u}_{AB} = \frac{(-3-0)\mathbf{i} + (-4-0)\mathbf{j} + (8-0)\mathbf{k}}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 8^2}} = -\frac{3}{\sqrt{89}}\mathbf{i} - \frac{4}{\sqrt{89}}\mathbf{j} + \frac{8}{\sqrt{89}}\mathbf{k} = -0.318\mathbf{i} - 0.424\mathbf{j} + 0.848\mathbf{k}$$

$$\mathbf{u}_{AC} = \frac{(-3-0)\mathbf{i} + (4-0)\mathbf{j} + (8-0)\mathbf{k}}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 8^2}} = -0.318\mathbf{i} + 0.424\mathbf{j} + 0.848\mathbf{k}$$

$$\mathbf{u}_{AD} = \frac{\mathbf{a}}{\sqrt{c^2}} = \mathbf{i}$$



Krachten in cartesische componenten.

$$\mathbf{u}_{AB} = -0.318\mathbf{i} - 0.424\mathbf{j} + 0.848\mathbf{k}$$

$$\mathbf{u}_{AC} = -0.318\mathbf{i} + 0.424\mathbf{j} + 0.848\mathbf{k}$$

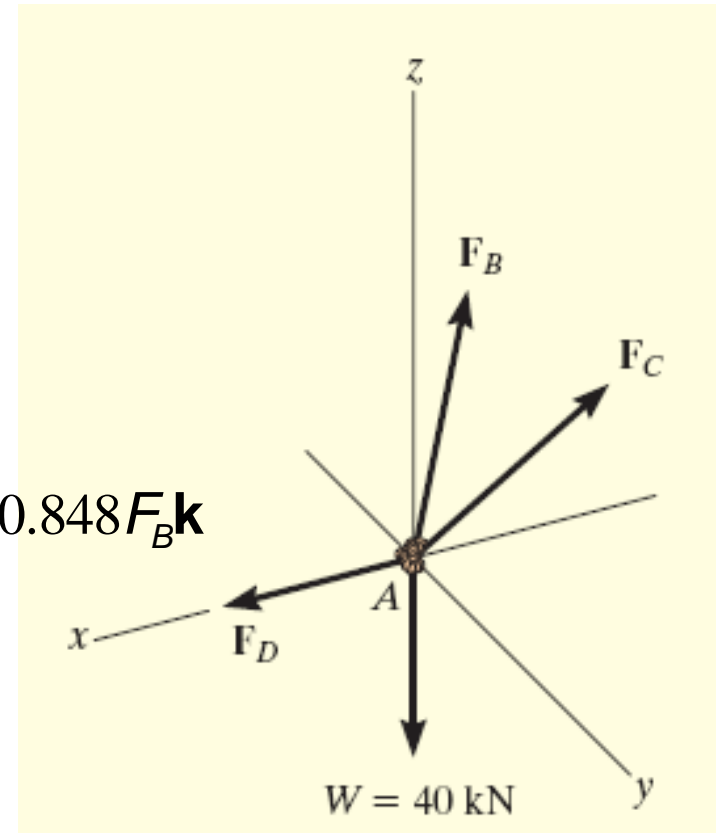
$$\mathbf{u}_{AD} = \mathbf{i}$$

$$\mathbf{F}_B = |\mathbf{F}_B| \mathbf{u}_{AB} = F_B \mathbf{u}_{AB} = -0.318F_B \mathbf{i} - 0.424F_B \mathbf{j} + 0.848F_B \mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_C = -0.318F_C \mathbf{i} + 0.424F_C \mathbf{j} + 0.848F_C \mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_D = F_D \mathbf{i}$$

$$\mathbf{W} = \{-40\mathbf{k}\} \text{ kN}$$



Evenwichtvergelijking opstellen

$$\mathbf{F}_B = -0.318F_B\mathbf{i} - 0.424F_B\mathbf{j} + 0.848F_B\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_C = -0.318F_C\mathbf{i} + 0.424F_C\mathbf{j} + 0.848F_C\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_D = F_D\mathbf{i}$$

$$\mathbf{W} = \{-40\mathbf{k}\} \text{ kN}$$

$$\overset{\circ}{\Delta} F_x = 0 \quad -0.318F_B - 0.318F_C + F_D = 0$$

$$\overset{\circ}{\Delta} F_y = 0 \quad -0.424F_B + 0.424F_C = 0$$

$$\overset{\circ}{\Delta} F_z = 0 \quad 0.848F_B + 0.848F_C - 40 = 0 \quad (\text{we rekenen in kN})$$

Evenwichtsvergelijkingen oplossen

$$-0.318F_B - 0.318F_C + F_D = 0 \quad (1)$$

$$-0.424F_B + 0.424F_C = 0 \quad (2)$$

$$0.848F_B + 0.848F_C - 40 = 0 \quad (3)$$

Kunnen jullie dit al in Maple?

Met de hand: Vergelijking (2) geeft $F_B = F_C$.

Invullen in vgl.(3) levert:

$$F_B = F_C = 23.6 \text{ kN}$$

Invullen in vgl.(1) levert:

$$F_D = 15.0 \text{ kN}$$

Huiswerk

Bekijk op collegerama het laatste stuk van college 2 voor Maritiem

Reflecteer op de stof van hoofdstuk 3.

Maak toets 3.

Maak de toets “Newtonian Mechanics”
30 quizvragen, slechts één poging.

Maak interessante opgaven uit het eind van hoofdstuk 3.

Lees van hoofdstuk 4 paragraaf 4.1 t/m 4.5

(boek komt pas volgende week, “scanned” pdf later vandaag, Pearson pdf hopelijk morgen)