



Introduction to Aerospace Engineering

Exams

Exam AE1101 Introduction to Aerospace Engineering – November 2010

Go to page 7 for the Dutch version of the exam. Answer in your own preferred language: English or Dutch. Weight of problem is indicated. In total 100 points can be earned. Good luck!

Some constants and units:

$$1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ kts} = 0.51444 \text{ m/s}$$

$$R = 287.05 \text{ J/kg K (for air)}$$

$$g_0 = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$T [^\circ\text{C}] = T [\text{K}] - 273.15$$

Data on Standard Atmosphere:

Lapse rate or temperature gradients ($a = \frac{dT}{dh}$):

$$0 < h < 11 \text{ km: } a = -6.5 \text{ K/km}$$

$$11 < h < 20 \text{ km: } a = 0 \text{ K/km}$$

$$20 < h < 32 \text{ km: } a = +1.0 \text{ K/km}$$

$$32 < h < 47 \text{ km: } a = +2.8 \text{ K/km}$$

Sea level ($h=0$):

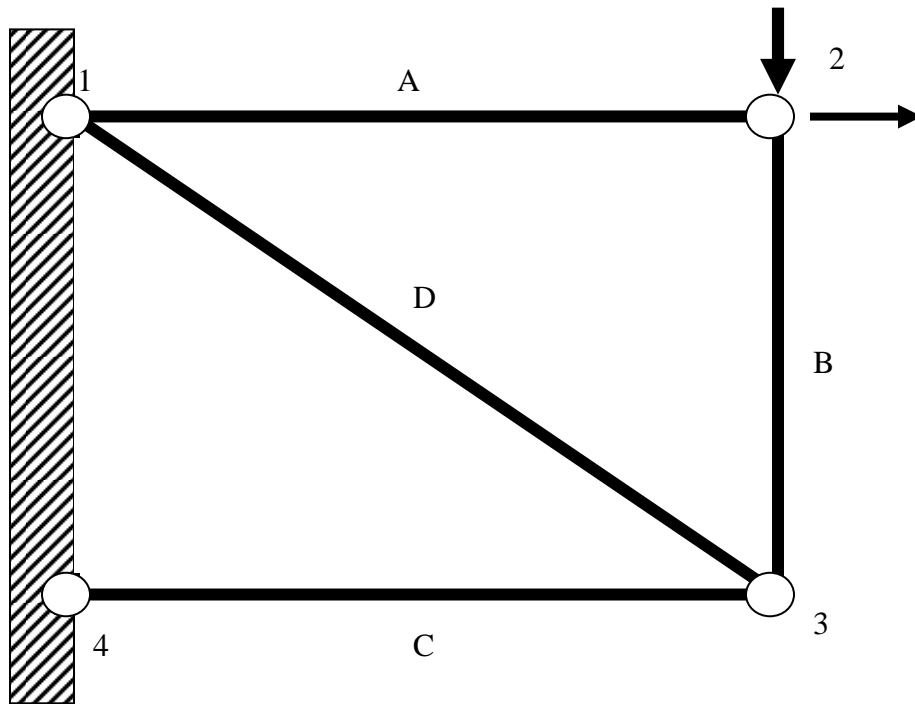
$$p_0 = 101325 \text{ Pa}$$

$$\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$$

$$T_0 = 288.15 \text{ K}$$

Problem 1 (15 pts)

An elementary “cell” of a truss is drawn in the figure below. The cell has 4 nodes (1 to 4) and 4 bars (A to D).



- Indicate what forces (tension or compression) are acting in the bars due to the downward force.
- Indicate what forces (tension or compression) are acting in the bars due to the horizontal force.
- Could the current diagonal bar be replaced by a diagonal bar from node 2 to node 4 and what would change in the forces? Explain your answer.
- Mention at least one reason when the diagonal bar could be replaced by a sheet (web plate).

Problem 2 (20 pts)

In the flight manual of the twin turbo-prop Beechcraft Super King Air B200, which has a wing area of 28.2 m^2 , it reads:

With a weight of 10,000 lbs (= 4535.92 kg) the stall speeds are:

Flaps 0%: 94 kts

Flaps 100%: 75 kts

These stall speeds are given in equivalent airspeeds (EAS).

For a King Air in horizontal flight with a constant speed, the drag coefficient can be calculated with the following equation (parabolic lift-drag polar):

$$C_D = 0.0275 + 0.0456C_L^2$$

- Derive the formula $\rho(h)$ to calculate the density for a given geopotential altitude h in the troposphere ($h < 11 \text{ km}$). Start with the hydrostatic equation ($dp = -\rho g dh$) and the equation of state ($p = \rho RT$)
- Calculate the maximum lift coefficient C_{Lmax} without and with full flaps.
- Calculate the stall speed in true airspeed (TAS) without flaps at the maximum altitude of 35,000 ft

On a cold but beautiful day the outside air temperature is $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ and there is a high pressure area over the Netherlands, so the pressure is actually 1030 hPa at sea level.

- What is the stall speed (TAS) with and without full flaps on this day at sea level?
- Explain in a few words the difference between the given stall speeds and the answers of c) and d).
- The stall limit is a performance limit of the aircraft which varies with altitude. Besides performance limits, there are also operational limits which define the flight envelope. List 3 of those operational limits.



Problem 3 (25 pts)

The following data are given for the Beechcraft Super King Air B200, a twin turboprop:

- Aircraft weight: $W = 45$ [kN]
- Wing surface: $S = 28.8$ [m²]
- Parabolic lift drag polar: $C_D = 0.0275 + 0.0456C_L^2$
- Fuel flow F [kg/s] is given by the following equation: $F = c_p P_{br}$
- Specific fuel consumption: $c_p = 0.108 \cdot 10^{-6}$ [kg/sW]
- Power available and shaft power: $P_a = \eta P_{br}$

- a) Draw the Free Body Diagram (FBD) and the Kinetic Diagram (KD) visualizing all forces and accelerations that act on the aircraft for symmetric flight. Draw the aircraft with a certain pitch angle θ , flight path angle γ and angle of attack α . Also indicate the direction of the velocity vector. **The thrust can be assumed in the direction of the velocity vector ($\alpha_T = 0$)**
- b) Derive the corresponding general equations of motion for symmetric flight

The aircraft performs a **horizontal steady and symmetric flight** in the international standard atmosphere at 0 m altitude. The **power available is assumed to be independent of the airspeed**.

- c) Explain what the terms horizontal, steady and symmetric mean and show that under these conditions the equations of motion simplify to: $L = W; T = D$
- d) The specific range is defined as the ratio V/F . This ratio must be maximised to acquire the maximum range. Explain why this is the case.

The variable c_p in the equation for the fuel flow is assumed to be a constant. Furthermore, in this question, the propulsive efficiency η can be assumed equal to 30% and independent of airspeed.

- e) Derive which ratio of $\frac{C_L^x}{C_D^y}$ must be maximal to obtain maximum specific range $\left(\frac{V}{F}\right)_{\max}$.
- f) Now derive with the parabolic lift drag polar for which value of C_L the ratio $\frac{C_L}{C_D}$ is maximal. Show that this lift coefficient equals 0.78.
- g) What is the corresponding airspeed at this condition?
- h) Calculate the specific range of this aircraft (V/F) at sea level
- i) Finally draw for this propeller aircraft the performance diagram in terms of power versus airspeed. Also, clearly indicate the condition for $\left(\frac{V}{F}\right)_{\max}$ in this diagram.

Problem 4 (20 pts)

In a combustion chamber of a rocket engine kerosene and oxygen are burnt, resulting in a hot, high pressure gas mixture in the combustion chamber with the following conditions and properties:

$$T_0 = 3000 \text{ [K]}$$

$$p_0 = 15 \text{ atm}$$

$$R = 378 \text{ [J/kg K]}$$

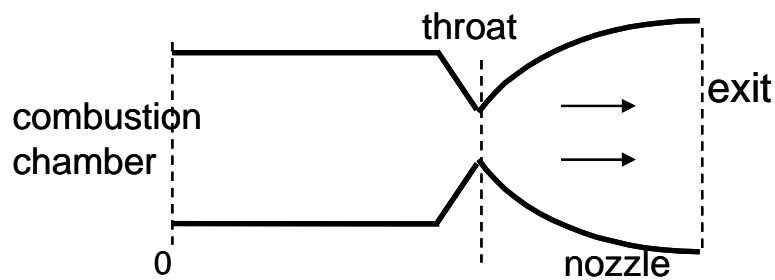
$$\gamma = 1.26$$

The pressure at the exit of the rocket nozzle is 1 atm, and the throat area of the nozzle is equal to 0.08 m^2 .

Assume isentropic flow.

Questions:

- Calculate the velocity at the exit.
- Calculate the mass flow through the nozzle of the rocket engine.



Problem 5 (20 pts)

Consider an airplane flying with a velocity $V = 245$ km/hr in standard atmosphere at an altitude of $h = 3000$ m. At a point on top of the wing, just outside the boundary layer, the airflow velocity relative to the wing is $V_A = 85$ m/s.

At 3000 m altitude in standard atmosphere, we have

- Pressure: $p_h = 70121$ [N/m²]
- Density: $\rho_h = 0.90926$ [kg/m³]
- Speed of sound: $a_h = 328.55$ [m/s]

Questions:

- Show that compressibility of the flow can be neglected.
- Calculate the pressure in point A.
- Calculate the pressure coefficient c_p in point A.

The wing of the airplane has the following characteristics:

- Span: $b = 20$ [m]
- Root chord: $C_r = 3$ [m]
- Tip chord: $C_t = 2$ [m]
- Oswald factor: $e = 0.9$

The wing profile is NACA 64₂-412. Wind tunnel measurements have shown:

$C_l = 0.0$ at $\alpha = -2.8$ degrees and $C_l = 0.97$ at $\alpha = 6$ degrees.

The profile drag coefficient at $\alpha = 4$ degrees is $C_d = 0.0065$

- Calculate the total drag force on the wing (in N) at 4 degrees angle-of-attack of the wing.
- Calculate the lift-drag ratio L/D of the wing at 4 degrees.

Tentamen AE110 Introduction to Aerospace Dutch version – November 2010

Beantwoord de vragen in de taal van je keuze: Engels of Nederlands, los van in welke groep je zit. Het gewicht staat per opgave aangegeven, in totaal zijn dat 100 punten. Succes!

Enige constanten en eenheden:

$$1 \text{ ft} = 0,3048 \text{ m}$$

$$1 \text{ kts} = 0,51444 \text{ m/s}$$

$$R = 287,05 \text{ J/kg K (voor lucht)}$$

$$g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$T [^\circ\text{C}] = T [\text{K}] - 273,15$$

Gegevens van de Standard Atmosfeer:

Temperatuur gradienten ($a = \frac{dT}{dh}$):

$$0 < h < 11 \text{ km: } a = -6,5 \text{ K/km}$$

$$11 < h < 20 \text{ km: } a = 0 \text{ K/km}$$

$$20 < h < 32 \text{ km: } a = +1,0 \text{ K/km}$$

$$32 < h < 47 \text{ km: } a = +2,8 \text{ K/km}$$

Zeeniveau ($h=0$):

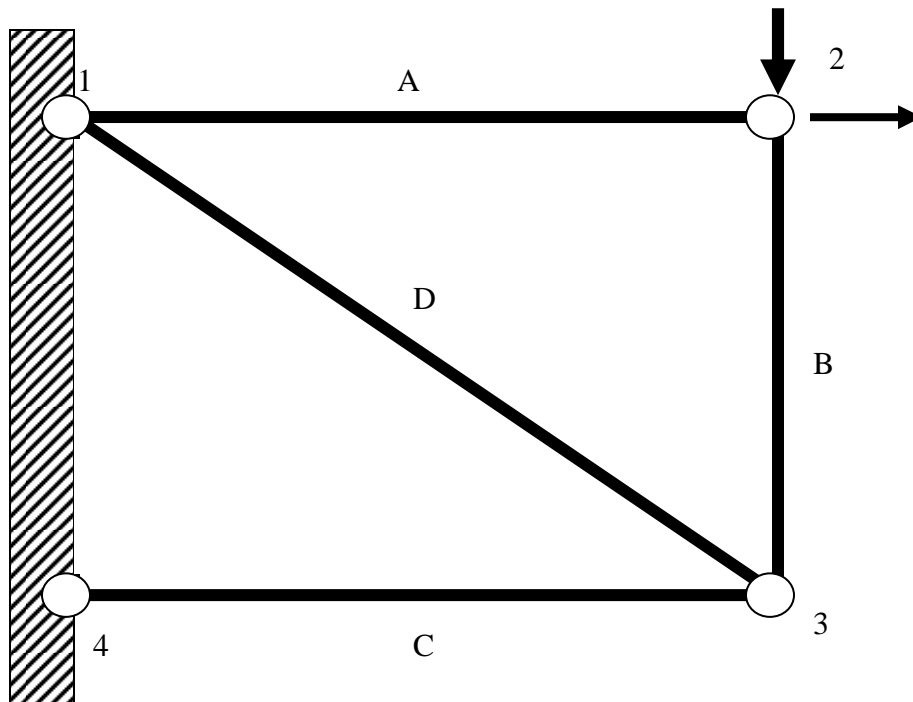
$$p_0 = 101325 \text{ Pa}$$

$$\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$$

$$T_0 = 288,15 \text{ K}$$

Opgave 1 (15 punten)

Een elementaire “cel” van een vakwerk is getekend in onderstaande figuur. De cel heeft vier knooppunten (1 tot 4) en 4 staafelementen (A tot D)



- Geef aan welke krachten (trek of druk) er werken in de afzonderlijke staven ten gevolge van de verticale (omlaag gerichte) kracht.
- Geef aan welke krachten (trek of druk) er werken in de afzonderlijke staven ten gevolge van de horizontale (zijwaarts gerichte) kracht.
- Zou de diagonale staaf vervangen kunnen worden door een diagonale staaf van knooppunt 2 naar knooppunt 4 en wat zou er veranderen t.a.v. de krachten? Licht je antwoord toe.
- Noem tenminste één reden waarom de diagonale staaf vervangen zou kunnen worden door een plaat (lijfplaat).

Opgave 2 (20 punten)

In het vliegershandboek van de tweemotorige turbo-prop Beechcraft Super King Air B200, met een vleugeoppervlak van $28,2 \text{ m}^2$, staat:

With a weight of 10,000 lbs (= 4535.92 kg) the stall speeds (overtreksnelheden) are:

Flaps 0%: 94 kts

Flaps 100%: 75 kts

These stall speeds are given in equivalent airspeeds (EAS).

Voor een King Air in horizontale vlucht met constante snelheid kan de weerstandscoefficient berekend worden met de volgende vergelijking (parabolische vliegtuigkarakteristiek):

$$C_D = 0.0275 + 0.0456C_L^2$$

- Leid de formule $\rho(h)$ af om de luchtdichtheid te berekenen voor een gegeven geopotentialhoogte h in de troposfeer ($h < 11 \text{ km}$). Begin met de hydrostatische vergelijking ($dp = -\rho g dh$) en de toestandsvergelijking van een ideaal gas ($p = \rho RT$)
- Bereken de maximale lift coefficient C_{Lmax} zonder en met full flaps (kleppen).
- Bereken de overtreksnelheid in true airspeed (TAS) op de maximale hoogte van de King Air van 35,000 ft zonder flaps

Op een koude, heldere dag is de buitentemperatuur $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ en er ligt een hogedrukgebied over Nederland, en daardoor is de druk op zee niveau 1030 hPa.

- Wat is de overtreksnelheid (TAS) zonder en met full flaps op deze dag op zeeniveau?
- Verklaar kort en bondig het verschil tussen de gegeven overtreksnelheden en de antwoorden van c) en d).
- De overtreksnelheid is een prestatie limiet van het vliegtuig, die varieert met de hoogte. Naast prestatie limieten, zijn er ook operationele limieten die de flight envelope definiëren. Noem 3 van deze operationele limieten.



Opgave 3 (25 punten)

De volgende informatie is gegeven voor de Beechcraft Super King Air B200, een tweemotorige turboprop:

- Vliegtuiggewicht: $W = 45$ [kN]
- Vleugeloppervlak: $S = 28,8$ [m²]
- Parabolische vliegtuigkarakteristiek: $C_D = 0,0275 + 0,0456C_L^2$
- Fuel flow F [kg/s] is gegeven door: $F = c_p P_{br}$
- Specifiek brandstofverbruik: $c_p = 0,108 \cdot 10^{-6}$ [kg/sW]
- Beschikbaar vermogen en asvermogen (shaft power): $P_a = \eta P_{br}$

- a) Teken het Free Body Diagram (FBD) en het Kinetic Diagram (KD) met alle krachten, resp. alle versnellingen op/van het vliegtuig voor een symmetrische vlucht. Teken het vliegtuig met een standhoek (pitch angle) θ , baanhoek (flight path angle) γ en invalshoek (angle of attack) α . Geef ook de richting van de snelheidsvector V aan. **Neem aan dat de stuwkracht werkt in dezelfde richting als de snelheidsvector ($\alpha_T = 0$)**
- b) Leid de bijbehorende algemene bewegingsvergelijkingen af voor de symmetrische vlucht.

Het vliegtuig voert een horizontale, stationaire symmetrische vlucht uit in de internationale standaard atmosfeer op 0 m hoogte. **Het beschikbaar vermogen (power available) wordt aangenomen onafhankelijk te zijn van de vliegsnelheid.**

- c) Leg uit wat de termen horizontaal, stationair en symmetrisch betekenen en laat zien dat onder deze condities de bewegingsvergelijkingen te vereenvoudigen zijn tot: $L = W; T = D$
- d) Het specifieke bereik (specific range) is gedefinieerd als de ratio V/F . Deze verhouding moet worden gemaximaliseerd om het maximum bereik te krijgen. Leg uit waarom dit zo is.

De variabele c_p in de vergelijking voor de fuel flow wordt aangenomen een constante te zijn. Bovendien mag voor deze vraag de het voortstuwingsrendement η op 30% gesteld worden onafhankelijk van de snelheid.

- e) Leid af welke verhouding van $\frac{C_L^x}{C_D^y}$ maximaal moet zijn voor $\left(\frac{V}{F}\right)_{\max}$.
- f) Leid nu met de parabolische vliegtuigkarakteristiek af voor welke waarde van C_L de verhouding $\frac{C_L^x}{C_D^y}$ maximaal is. Laat zien dat de lift coefficient C_L dan 0,78 is.
- g) Wat is de bijbehorende vliegsnelheidsnelheid (airspeed) voor deze situatie?
- h) Bereken het specifieke bereik (specific range): (V/F)
- i) Teken tenslotte voor dit propellervliegtuig het prestatiediagram voor het vermogen als functie van vliegsnelheid (performance diagram in terms of power versus airspeed). Geef ook duidelijk het punt $\left(\frac{V}{F}\right)_{\max}$ aan in dit diagram.

Opgave 4 (20 punten)

In de verbrandingskamer van een raketmotor worden kerosine en zuurstof verbrand. Dit resulteert in een heet gasmengsel onder hoge druk in de verbrandingskamer met de volgende condities en eigenschappen:

$$T_0 = 3000 \text{ [K]}$$

$$p_0 = 15 \text{ atm}$$

$$R = 378 \text{ [J/kg K]}$$

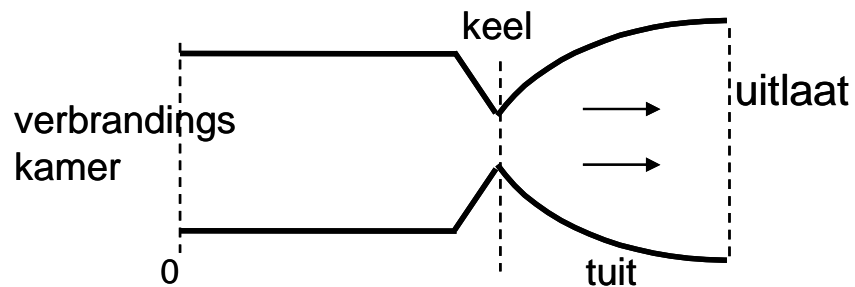
$$\gamma = 1,26$$

De druk in de uitlaat van de tuit van de raketmotor is 1 atm, en de oppervlakte van de keel is gelijk aan $0,08 \text{ m}^2$.

Neem isentrope stroming aan.

Gevraagd:

- Bereken de snelheid in de uitlaat van de raketmotor.
- Bereken de massastroom door de tuit van de raketmotor.



Opgave 5 (20 punten)

Een vliegtuig vliegt met een snelheid $V = 245$ km/uur in standaard atmosfeer op een hoogte $h = 3000$ m. In een zeker punt A aan de bovenzijde van de vleugel, net buiten de grenslaag, is de snelheid van de lucht ten opzichte van de vleugel $V_A = 85$ m/s.

Op 3000 m hoogte in standaardatmosfeer geldt:

- Druk: $p_h = 70121$ [N/m²]
- Dichtheid van de lucht: $\rho_h = 0,90926$ [kg/m³]
- Geluidssnelheid: $a_h = 328,55$ [m/s]

Gevraagd:

- Maak aannemelijk dat de samendrukbaarheid van de lucht in dit geval mag worden verwaarloosd.
- Bereken de druk in punt A.
- Bepaal in het punt A de grootte van de drukcoëfficiënt c_p .

Van de vleugel van het vliegtuig is het volgende bekend:

- Spanwijdte: $b = 20$ [m]
- Wortelkooorde: $C_r = 3$ [m]
- Tipkooorde: $C_t = 2$ [m]
- Oswaldfactor: $e = 0,9$

Het vleugelprofiel is NACA 64₂-412. Van dit profiel is in de windtunnel gemeten:

$C_l = 0,0$ bij $\alpha = -2,8$ graden en $C_l = 0,97$ bij $\alpha = 6$ graden.

De profiel-weerstandscoefficiënt bij $\alpha = 4$ graden is $C_d = 0,0065$

- Bereken de totale weerstandskracht in Newton die op de vleugel werkt bij een invalshoek van de vleugel van 4 graden.
- Bereken de lift-weerstandsverhouding L/D van de vleugel bij 4 graden invalshoek.