Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, W&I
Sectie Elektronica (18e)

Uitwerkingen Tentamen Elektronische Signaalbewerking (ET2405-D2)

4 juli 2008, 14:00 – 17:00 uur

Deze toets bestaat uit open (ontwerp-) vragen en gesloten vragen in multiple-choice (MC) vorm. Geef op de volgende bladzijden je oplossing in het daarvoor gereserveerde kader of het naar jouw oordeel enige juiste antwoord aan door het omcirkelen van de letter die volgens jou bij het goede antwoord hoort. Geef per opgave niet meer dan één antwoord aan. Gebeurt dit toch, dan wordt de opgave als fout beantwoord gerekend.

Het is toegestaan tijdens deze toets gebruik te maken van:

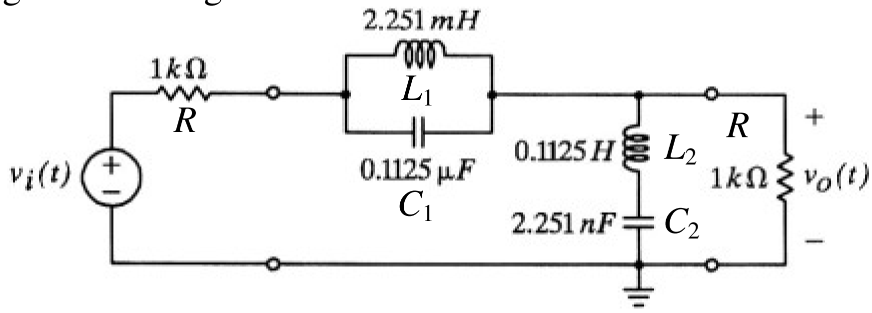
- een handgeschreven A4-tje met een samenvatting van de bestudeerde stof
- een rekenmachine
- de docent, om de vraag in andere bewoordingen uit te laten leggen, indien het lezen en daardoor begrijpen van de vraag als moeilijk wordt ervaren (bijv. als gevolg van dyslexie)

Zet je mobiele telefoon uit!

Succes!

Prefix reminder: a = atto = 10^{-18}, f = femto = 10^{-15}, p = pico = 10^{-12}, n = nano = 10^{-9}, μ = micro = 10^{-6}, m = milli = 10^{-3}, k = kilo = 10^{3}, M = mega = 10^{6}, G = giga = 10^{9}

Gegeven het volgende filter.



Opgave 1.

Wat voor **type** is dit filter?

A analoog actief tijdcontinu
<u>B analoog passief tijdcontinu</u>
C analoog actief tijddiscreet
D digitaal asynchroon
E digitaal synchroon

Opgave 2.

Wat voor **overdracht** heeft dit filter: laag-, hoog-, band-doorlaat of bandsper?

A laagdoorlaat
B hoogdoorlaat
C banddoorlaat
<u>D bandsper</u>

Opgave 3.

Het filter heeft naast bovenbepaalde overdracht een specifieke frequentie waarvoor de overdracht gelijk is aan nul. Bereken deze **frequentie f_0**.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} = 10\text{kHz}$$

Opgave 4.

Veronderstel dat de waarden van de inductanties (L_1 en L_2) en capaciteiten (C_1 en C_2) een maximale afwijking van 5% hebben. Bereken de worst-case **afwijking** van f_0, Δ, in %.

De worst-case afwijking treedt op wanneer beide resonanties omhoog in frequentie gaan. f_0 vergroot tot

$$f_0 \cdot (1+\Delta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,95 \cdot L_1 \cdot 0,95 \cdot C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,95 \cdot L_2 \cdot 0,95 \cdot C_2}} = 10,53\text{kHz},$$

Een toename, Δ, van 5,3%

Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

Opgave 5.

Bereken de **overdrachtsfunctie** $H(s) = V_o(s)/V_i(s)$ als functie van R, L_1, L_2, C_1 en C_2.

stel $Z_1 = sL_1 // (sC_1)^{-1}$ en $Z_2 = sL_2 + (sC_2)^{-1}$

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R // Z_2}{(R // Z_2) + Z_1 + R},$$

$$= \frac{\dfrac{R \cdot Z_2}{R + Z_2}}{\dfrac{R \cdot Z_2}{R + Z_2} + Z_1 + R}$$

$$= \frac{\dfrac{R \cdot \left(sL_2 + \dfrac{1}{sC_2}\right)}{R + sL_2 + \dfrac{1}{sC_2}}}{\dfrac{R \cdot \left(sL_2 + \dfrac{1}{sC_2}\right)}{R + sL_2 + \dfrac{1}{sC_2}} + \dfrac{sL_1 \cdot \dfrac{1}{sC_1}}{sL_1 + \dfrac{1}{sC_1}} + R}$$

$$= \frac{R \cdot \left(s^2 L_2 C_2 + 1\right)}{R \cdot \left(s^2 L_2 C_2 + 1\right) + \left(\dfrac{sL_1 \cdot \dfrac{1}{sC_1}}{sL_1 + \dfrac{1}{sC_1}} + R\right)\left(RsC_2 + s^2 L_2 C_2 + 1\right)}$$

$$= \frac{R \cdot \left(s^2 L_2 C_2 + 1\right)}{R \cdot \left(s^2 L_2 C_2 + 1\right) + \left(\dfrac{sL_1}{s^2 L_1 C_1 + 1} + R\right)\left(RsC_2 + s^2 L_2 C_2 + 1\right)}$$

$$= \frac{R \cdot \left(s^2 L_2 C_2 + 1\right)\left(s^2 L_1 C_1 + 1\right)}{R \cdot \left(s^2 L_2 C_2 + 1\right)\left(s^2 L_1 C_1 + 1\right) + \left(sL_1 + R\left(s^2 L_1 C_1 + 1\right)\right)\left(RsC_2 + s^2 L_2 C_2 + 1\right)}$$

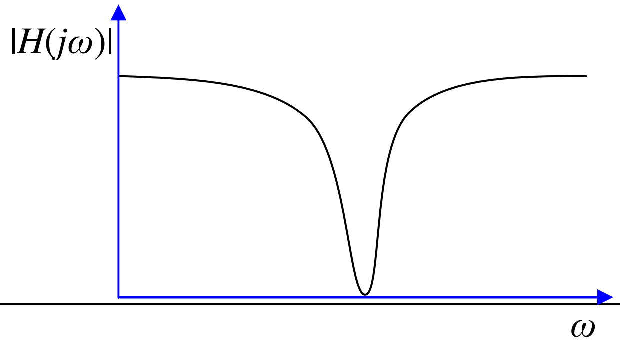
$$= \frac{R \cdot \left(s^2 L_1 C_1 + 1\right)\left(s^2 L_2 C_2 + 1\right)}{R \cdot \left(s^2 L_1 C_1 + 1\right)\left(s^2 L_2 C_2 + 1\right) + \left(sL_1 + Rs^2 L_1 C_1 + R\right)\left(RsC_2 + s^2 L_2 C_2 + 1\right)}$$

$$= \frac{R \cdot \left(s^2 L_1 C_1 + 1\right)\left(s^2 L_2 C_2 + 1\right)}{s^4\left(2RL_1 L_2 C_1 C_2\right) + s^3\left(L_1 L_2 C_2 + R^2 L_1 C_1 C_2\right) + s^2\left(2RL_1 C_1 + RL_1 C_2 + 2RL_2 C_2\right) + s\left(L_1 + R^2 C_2\right) + 2R}$$

Opgave 6.

Veronderstel $s = j\omega$. Schets de **absolute waarde van de overdracht** (de amplitudekarakteristiek) van ingang naar uitgang, $|H(j\omega)|$, als functie van de frequentie.

Let voor het maken van de schets vooral op wat er gebeurt voor $s = 0$, $s \to \infty$ en rond de resonantiefrequentie $\omega_0 = 2\pi f_0$



Opgave 7.

Wat is de **orde** van het filter?

Orde: 4
Motivatie: de orde van de noemer van de overdrachtsfunctie is gelijk aan 4; de hoogste macht van s is 4

Opgave 8.

Leidt een **toestandsbeschrijving** (Eng: state space description) af van het filter.

Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

$$H(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$=\frac{R\cdot\left(s^2L_1C_1+1\right)\left(s^2L_2C_2+1\right)}{s^4\left(2RL_1L_2C_1C_2\right)+s^3\left(L_1L_2C_2+R^2L_1C_1C_2\right)+s^2\left(2RL_1C_1+RL_1C_2+2RL_2C_2\right)+s\left(L_1+R^2C_2\right)+2R}$$

$$=\frac{s^4\left(RL_1L_2C_1C_2\right)+s^2\left(RL_1C_1+RL_2C_2\right)+R}{s^4\left(2RL_1L_2C_1C_2\right)+s^3\left(L_1L_2C_2+R^2L_1C_1C_2\right)+s^2\left(2RL_1C_1+RL_1C_2+2RL_2C_2\right)+s\left(L_1+R^2C_2\right)+2R}$$

$$=\frac{n_4s^4+n_2s^2+n_0}{p_4s^4+p_3s^3+p_2s^2+p_1s+p_0}$$

$$=\frac{n_0}{p_4s^4+p_3s^3+p_2s^2+p_1s+p_0}+\frac{n_2s^2}{p_4s^4+p_3s^3+p_2s^2+p_1s+p_0}+\frac{n_4s^4}{p_4s^4+p_3s^3+p_2s^2+p_1s+p_0}$$

$$=H_0(s)+\tfrac{n_2}{n_0}s^2H_0(s)+\tfrac{n_4}{n_0}s^4H_0(s)$$

Uitwerken $H_0(s)$

$$p_4\ddddot{y}(t)+p_3\dddot{y}(t)+p_2\ddot{y}(t)+p_1\dot{y}(t)+p_0y(t)=n_0u(t)$$

$$\ddddot{y}_0(t)+\tfrac{p_3}{p_4}\dddot{y}_0(t)+\tfrac{p_2}{p_4}\ddot{y}_0(t)+\tfrac{p_1}{p_4}\dot{y}_0(t)+\tfrac{p_0}{p_4}y_0(t)=\tfrac{n_0}{p_4}u(t)$$

$$\ddddot{y}_0(t)=-\tfrac{p_3}{p_4}\dddot{y}_0(t)-\tfrac{p_2}{p_4}\ddot{y}_0(t)-\tfrac{p_1}{p_4}\dot{y}_0(t)-\tfrac{p_0}{p_4}y_0(t)+\tfrac{n_0}{p_4}u(t)$$

De totale state-space beschrijving wordt

$$\dot{x}_1(t)=x_2(t)$$
$$\dot{x}_2(t)=x_3(t)$$
$$\dot{x}_3(t)=x_4(t)$$
$$\dot{x}_4(t)=-\tfrac{p_3}{p_4}x_4(t)-\tfrac{p_2}{p_4}x_3(t)-\tfrac{p_1}{p_4}x_2(t)-\tfrac{p_0}{p_4}x_1(t)+\tfrac{n_0}{p_4}u(t)$$
$$y(t)=y_0(t)+\tfrac{n_2}{n_0}\ddot{y}_0(t)+\tfrac{n_4}{n_0}\ddddot{y}_0(t)$$
$$=x_1(t)+\tfrac{n_2}{n_0}x_3(t)+\tfrac{n_4}{n_0}\dot{x}_4(t)$$
$$=x_1(t)+\tfrac{n_2}{n_0}x_3(t)+\tfrac{n_4}{n_0}\left(-\tfrac{p_3}{p_4}x_4(t)-\tfrac{p_2}{p_4}x_3(t)-\tfrac{p_1}{p_4}x_2(t)-\tfrac{p_0}{p_4}x_1(t)+\tfrac{n_0}{p_4}u(t)\right)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathrm{t})=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\-\tfrac{p_0}{p_4}&-\tfrac{p_1}{p_4}&-\tfrac{p_2}{p_4}&-\tfrac{p_3}{p_4}\end{pmatrix}\mathbf{x}(t)+\begin{pmatrix}0\\0\\0\\\tfrac{n_0}{p_4}\end{pmatrix}u(t)$$

$$y(t)=\begin{pmatrix}1-\tfrac{n_4}{n_0}\tfrac{p_0}{p_4} & -\tfrac{n_4}{n_0}\tfrac{p_1}{p_4} & \tfrac{n_2}{n_0}-\tfrac{n_4}{n_0}\tfrac{p_2}{p_4} & -\tfrac{n_4}{n_0}\tfrac{p_3}{p_4}\end{pmatrix}\mathbf{x}(t)+\left(\tfrac{n_4}{p_4}\right)u(t)$$

NB. Er zijn meerdere SS-beschrijvingen mogelijk, zoals bijvoorbeeld de observable canonical form, de controllable canonical form, de modal form, etc...

Opgave 9.

Leidt een **blokschema**, bestaande uit takken (met coefficienten) en integratoren af van deze toestandsbeschrijving.

- 4 integratoren in cascade (achter elkaar), gekoppeld met overdracht 1 (zie A-matrix)
- Ingang 4e integrator bestaat uit geschaald ingangssignaal (zie B-matrix) + gewogen combinatie van alle 4 toestanden (uitgangssignalen integratoren)
- Uitgangssignaal y is een gewogen combinatie van de 4 toestanden (zie C-matrix) en het ingangssignaal (D-matrix)

Een andere oplossing wordt verkregen door uit te gaan van

$$y(t) = y_0(t) + \tfrac{n_2}{n_0}\ddot{y}_0(t) + \tfrac{n_4}{n_0}\ddddot{y}_0(t)$$

$$= x_1(t) + \tfrac{n_2}{n_0}x_3(t) + \tfrac{n_4}{n_0}\dot{x}_4(t)$$

Het uitgangssignaal y wordt nu verkregen door een gewogen combinatie van 2 toestanden en het ingangssignaal van de 4^e integrator.

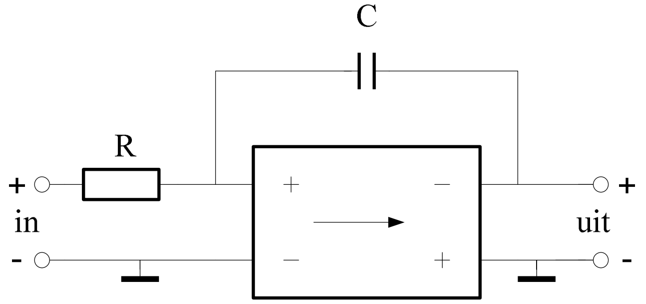
NB. Er zijn meerdere blokschema's mogelijk, ieder overeenkomend met een unieke state-space beschrijving.

Opgave 10.

De integratoren in worden gerealiseerd met behulp van

- een conductantie (middels een resistantie die een nauwkeurige, frequentie-onafhankelijke, spanning-naar-stroom omzetting implementeert)
- **en** een trans-capaciteit (middels een transimpedantie-versterker die de ingangsstroom integreert tot een spanning t.o.v. aarde).

Ontwerp de integrator, gebruik makend van een nullor en een geschikt gekozen tegenkoppelnetwerk, bestaande uit een resistantie R en een capaciteit C. Geef duidelijk de ingangs- en uitgangs-klemmen, de bron en belasting en hun polariteit aan. NB. De bron is een ideale spanningsbron.



Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

Opgave 11.

Wat is de **overdrachtsfunctie** $H_t(s)$ van de door jou ontworpen integrator? NB. Let op het teken en de dimensie.

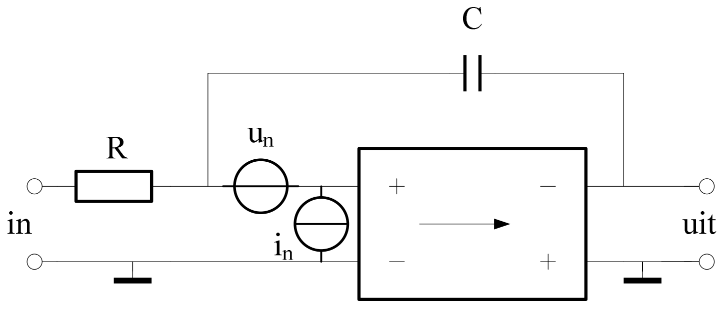
$H_t(s) = -1/sRC$

Opgave 12.

De ruis afkomstig van de implementatie (met transistoren) van de nullor kan gemodelleerd worden m.b.v.

- een ruisspanningsbron u_n in serie met één van de ingangsklemmen van de nullor
- **en** een ruisstroombron i_n parallel aan de ingangsklemmen van de nullor.

Teken opnieuw het schema van de door jou ontworpen integrator en voeg de **ruisspanningsbron u_n en de ruisstroombron i_n** hieraan toe.



Opgave 13.

Wat is de **dimensie** van de **ruisvermogensdichtheidsspectra** ($S_{u,n}$ en $S_{i,n}$) van ruisspanningsbron u_n en de ruisstroombron i_n? (NB. De dimensie van stroom is ampere, A; de dimensie van spanning is volt, V, etc.)

Dimensie $S_{u,n}$ = V^2/Hz

Dimensie $S_{i,n}$ = A^2/Hz

Opgave 14.

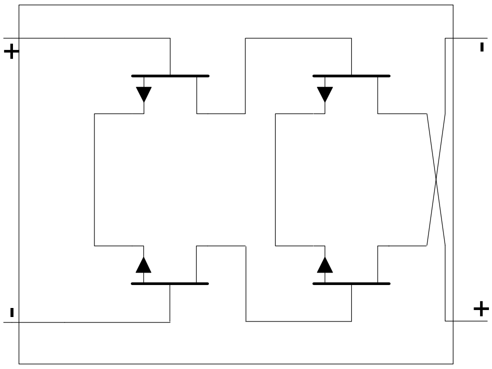
Transformeer beide ruisbronnen (u_n en i_n) naar de ***uitgang*** van de integrator (dus tot achter de nullor) en bereken het **vermogensdichtheids-spectrum** $S_{u,n,eq}$ van de equivalente **uitgangsruisspanning** als functie van $S_{u,n}$ en $S_{i,n}$ en eventueel R, C en de frequentie. NB. Veronderstel dat u_n en i_n ongecorreleerd zijn.

$$S_{u,n,eq} = S_{i,n}/\omega^2 C^2 + S_{u,n}\,(1+1/\omega^2 R^2 C^2)$$

De nullor wordt geïmplementeerd met twee verschilparen (differentiële trappen, Engels: differential pairs) in JFET-technologie.

Opgave 15.

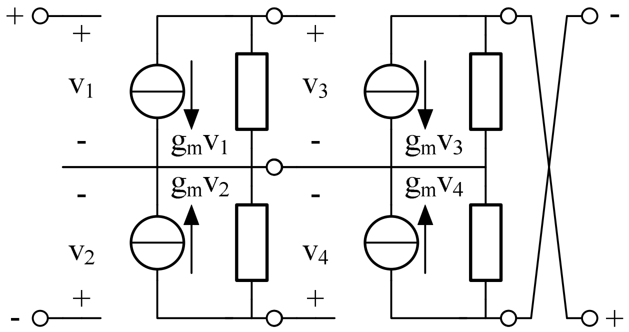
Teken de nullor als tweepoort met daarin de **twee verschilparen** op de juiste wijze met elkaar, de ingangsklemmen en de uitgangsklemmen verbonden. Geef ook de polariteit (tekens) van de poorten (klemmenparen) aan.



Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

Opgave 16.

Geef het bijbehorende statische (frequentie-onafhankelijke) **klein-signaal vervangings-schema**. NB. Het Early-effect (ook wel kanaallengte-modulatie genoemd) wordt gemodelleerd middels een resistantie tussen drain en source, r_d.



Van de JFET-transistoren is gegeven dat zij in hun verzadigings-gebied werken, waarvoor geldt:

$$i_d = I_{DSS}\left(1-\frac{v_{gs}}{V_{th}}\right)^2$$

Opgave 17.

Bepaal de **klein-signaal transconductantie-factor** g_m van een JFET-transistor, uitgedrukt als functie van de in bovenstaande transistor-vergelijking voorkomende variabelen (i_d en/of v_{gs}) en parameters (I_{DSS} en V_{th}).

$$g_m = \frac{di_d}{dv_{gs}} = 2I_{DSS}\left(1-\frac{v_{gs}}{V_{th}}\right)\cdot\left(\frac{-1}{V_{th}}\right) = \frac{2}{V_{th}}\sqrt{I_{DSS}\cdot i_d}$$

Opgave 18.

Wat is de **klein-signaal transconductantie** G van één verschilpaar, uitgedrukt in de g_m's van de transistoren?

$$G = \frac{-g_m}{2}$$

Opgave 19.

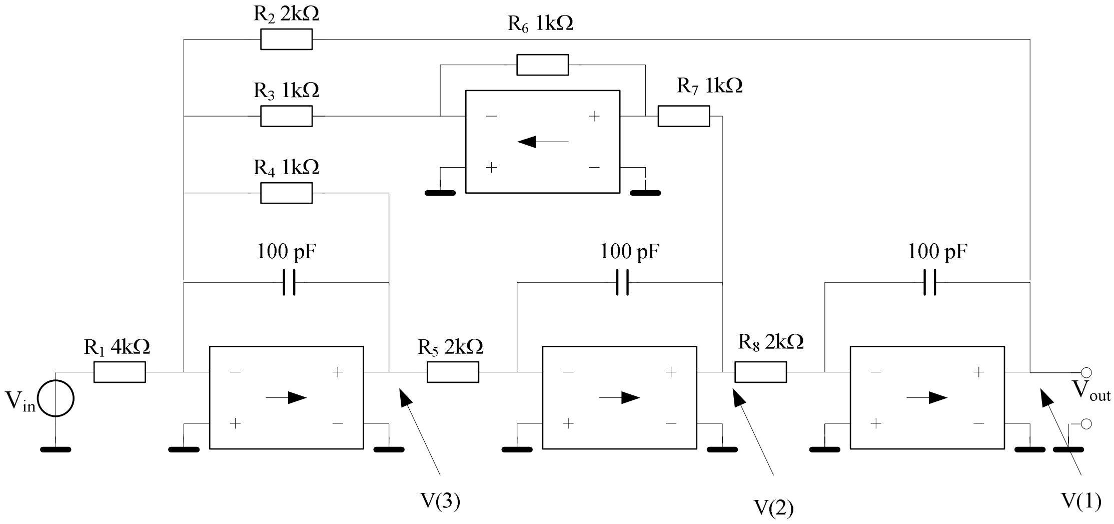
Bepaal **de kettingmatrix** $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ van de nullor die je bij Opgave 15. geschetst hebt.

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{g_{m1}r_{d1}} & \frac{-2}{g_{m1}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{-1}{g_{m2}r_{d2}} & \frac{-2}{g_{m2}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} A_1A_2 + B_1C_2 & A_1B_2 + B_1D_2 \\ C_1A_2 + D_1C_2 & C_1B_2 + D_1D_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{g_{m1}r_{d1}g_{m2}r_{d2}} & \frac{2}{g_{m1}r_{d1}g_{m2}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

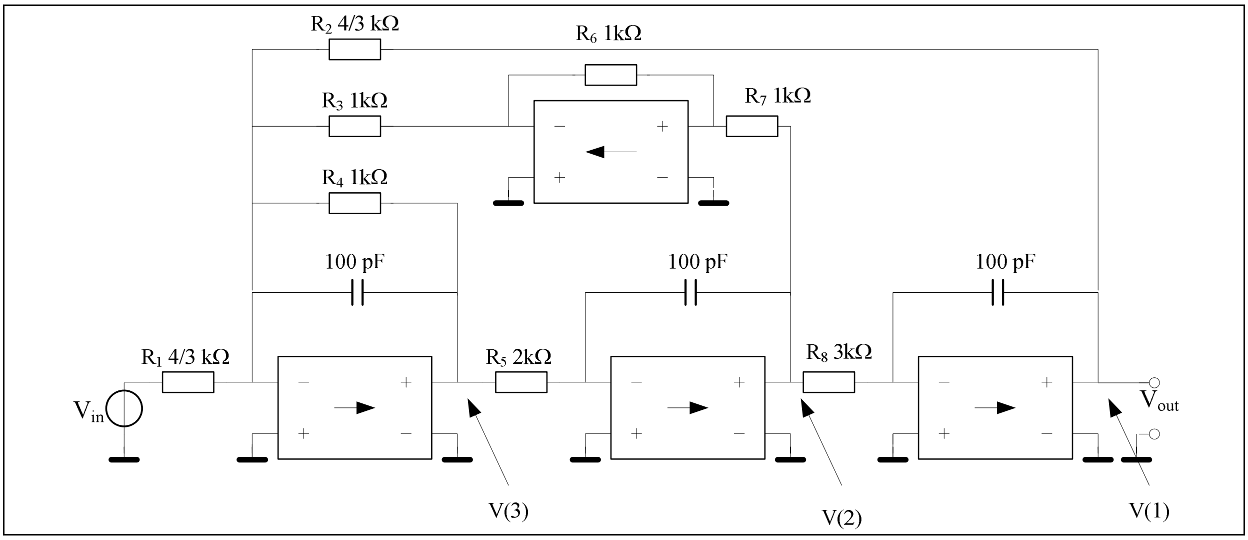
Opgave 20.

Gegeven onderstaand RC-opamp laagdoorlaatfilter. V(1) = V_{out} is het uitgangs-signaal.



De toestanden van dit filter zijn (nog) niet geschaald. Voor een goede schaling is het gewenst om V(1) 2× zo groot te maken, V(2) 3× zo groot en V(3) 3× zo groot, *met behoud van de overdracht*. Pas deze **schaling** toe, m.a.w., kies geschikte waarden voor de diverse resistanties, in onderstaand schema.

Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺



Opgave 21.

Bij analyse van het ruisgedrag van het filter blijkt dat de ruis afkomstig van de tweede integrator een te grote bijdrage geeft aan de totale ruis van het filter. Beschrijf op welke manier je deze **ruisbijdrage kunt verminderen**, met behoud van overdracht en met behoud van de grootte van de toestanden V(1), V(2) en V(3)

Manier: Door de capaciteit van 2^e integrator te vergroten en tegelijk R_5 evenredig te verkleinen.

Motivatie: Het **ruisvermogen** van een integrator is omgekeerd evenredig met zijn (integrerende) capaciteit. De **overdracht** van de integrator is omgekeerd evenredig met het product van R en C. Door dit product constant te houden blijft de overdracht van de integrator ongewijzigd. Door C te vergroten en R evenredig te verkleinen neemt de ruisbijdrage af.

Einde toets!