Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, W&I
Sectie Elektronica (18e)
Dr.ir. W.A. Serdijn

Uitwerkingen Tentamen Elektronische Signaalbewerking (ET2405-D2)

30 maart 2009, 14:00 – 17:00 uur

Deze toets bestaat uit open (ontwerp-) vragen en gesloten vragen in multiple-choice (MC) vorm. Geef op de volgende bladzijden je oplossing in het daarvoor gereserveerde kader of het naar jouw oordeel enige juiste antwoord aan door het omcirkelen van de letter die volgens jou bij het goede antwoord hoort. Geef per opgave niet meer dan één antwoord aan. Gebeurt dit toch, dan wordt de opgave als fout beantwoord gerekend.

Het is toegestaan tijdens deze toets gebruik te maken van:

- een handgeschreven A4-tje met een samenvatting van de bestudeerde stof
- een rekenmachine
- de docent, om de vraag in andere bewoordingen uit te laten leggen, indien het lezen en daardoor begrijpen van de vraag als moeilijk wordt ervaren (bijv. als gevolg van dyslexie)

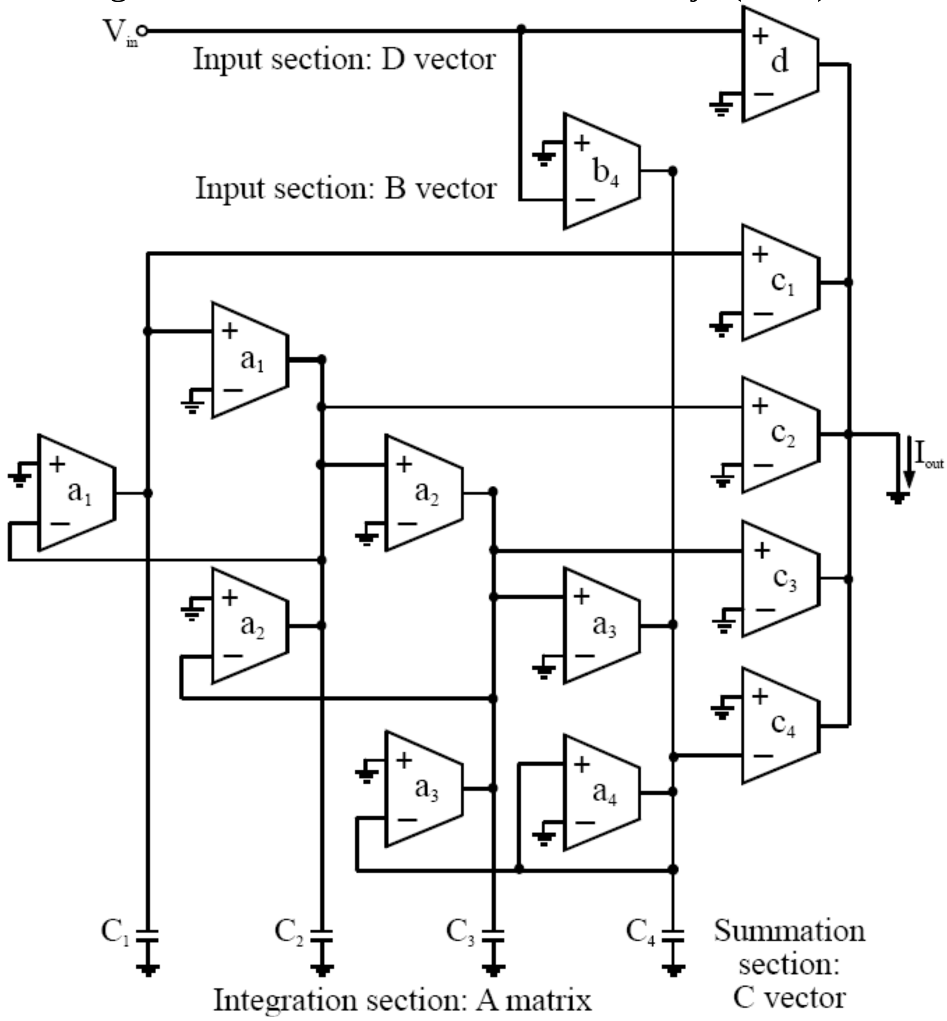
Zet je mobiele telefoon uit!

NB. Dit tentamen lijkt qua structuur en vraagstelling op de voorgaande twee tentamens. Neem de juiste antwoorden van deze vorige tentamens echter niet klakkeloos over omdat de vragen meestal op essentiële punten zijn gewijzigd.

Succes!

Prefix reminder: a = atto = 10^{-18}, f = femto = 10^{-15}, p = pico = 10^{-12}, n = nano = 10^{-9}, μ = micro = 10^{-6}, m = milli = 10^{-3}, k = kilo = 10^{3}, M = mega = 10^{6}, G = giga = 10^{9}

Gegeven het volgende filter, ontworpen voor draadloze communicatie volgens de IEEE 802.11g WLAN-standaard door Otin en Serdijn (2008).



Opgave 1.

Wat voor **type** is dit filter?

A analoog actief tijdcontinu

B analoog passief tijdcontinu

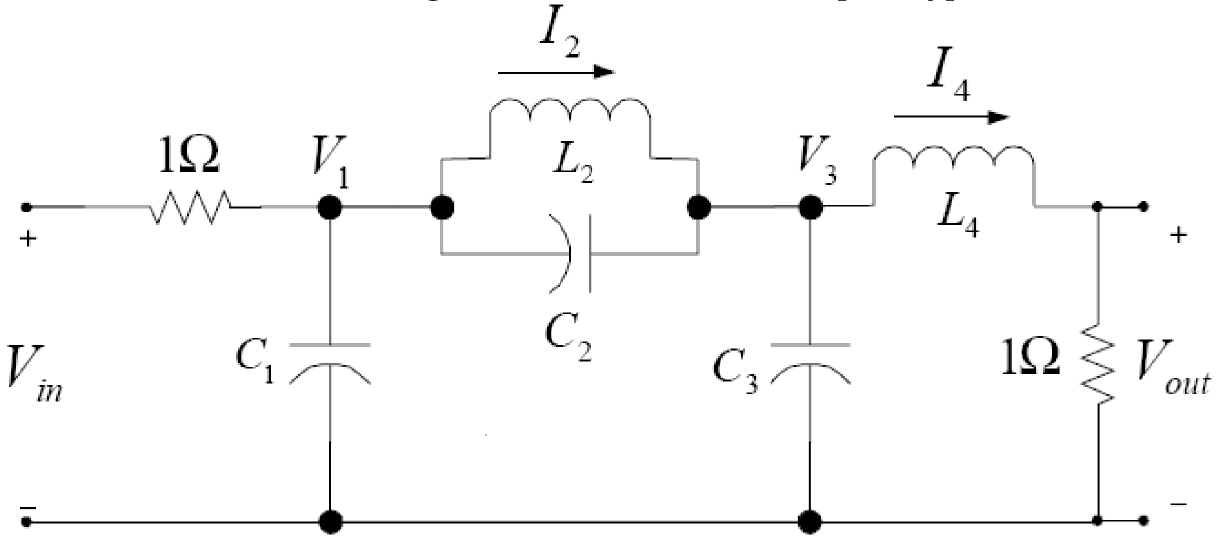
C analoog actief tijddiscreet

D digitaal asynchroon

E digitaal synchroon

Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

Het bovenstaande filter is afgeleid van onderstaand LC-prototype filter.



Opgave 2.

Wat voor **overdracht** heeft dit filter: laag-, hoog-, band-doorlaat, bandsper of all-pass?

A <u>laagdoorlaat</u>
B hoogdoorlaat
C banddoorlaat
D bandsper
E all-pass

Motivatie: voor $f \to \infty$ gaat de overdracht naar nul. Voor $f \to 0$ gaat de overdracht naar ½. Wanneer C_2 en L_2 in resonantie zijn, is de overdracht gelijk aan nul. Dit gedrag komt overeen met een laagdoorlaatfilter met een nulpunt in de doorlaatband.

Opgave 3.

Het filter heeft naast bovenbepaalde overdracht een resonantie-frequentie, bepaald door *alleen* de spoelen en condensatoren. Bereken deze **resonantie-frequentie f_0**.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}}$$

Opgave 4.

Bereken de **overdrachtsfunctie** $H(s) = V_L(s)/V_S(s)$ van het bovenstaande filter als functie van R, L_2, L_4, C_1, C_2 en C_3.

$$H(s)=\frac{V_{out}}{V_{in}}=\frac{V_3}{V_{in}}\cdot\frac{V_{out}}{V_3}=\frac{V_3}{V_{in}}\cdot\frac{R}{R+sL_4}$$

$$=\frac{V_1}{V_{in}}\cdot\frac{V_3}{V_1}\cdot\frac{V_{out}}{V_3}=\frac{V_1}{V_{in}}\cdot\frac{(R+sL_4)//\frac{1}{sC_3}}{(R+sL_4)//\frac{1}{sC_3}+sL_2//\frac{1}{sC_2}}\cdot\frac{R}{R+sL_4}$$

$$=\frac{\left[(R+sL_4)//\frac{1}{sC_3}+sL_2//\frac{1}{sC_2}\right]//\frac{1}{sC_1}}{\left[(R+sL_4)//\frac{1}{sC_3}+sL_2//\frac{1}{sC_2}\right]//\frac{1}{sC_1}+R}\cdot\frac{(R+sL_4)//\frac{1}{sC_3}}{(R+sL_4)//\frac{1}{sC_3}+sL_2//\frac{1}{sC_2}}\cdot\frac{R}{R+sL_4}$$

$$=\frac{\left[\dfrac{(R+sL_4)\cdot\frac{1}{sC_3}}{(R+sL_4)+\frac{1}{sC_3}}+\dfrac{sL_2\cdot\frac{1}{sC_2}}{sL_2+\frac{1}{sC_2}}\right]//\frac{1}{sC_1}}{\left[\dfrac{(R+sL_4)\cdot\frac{1}{sC_3}}{(R+sL_4)+\frac{1}{sC_3}}+\dfrac{sL_2\cdot\frac{1}{sC_2}}{sL_2+\frac{1}{sC_2}}\right]//\frac{1}{sC_1}+R}\cdot\frac{\dfrac{(R+sL_4)\cdot\frac{1}{sC_3}}{(R+sL_4)+\frac{1}{sC_3}}}{\dfrac{(R+sL_4)\cdot\frac{1}{sC_3}}{(R+sL_4)+\frac{1}{sC_3}}+\dfrac{sL_2\cdot\frac{1}{sC_2}}{sL_2+\frac{1}{sC_2}}}\cdot\frac{R}{R+sL_4}$$

$$=\frac{\dfrac{\left[\frac{R+sL_4}{s^2L_4C_3+sRC_3+1}+\frac{sL_2}{s^2L_2C_2+1}\right]\cdot\frac{1}{sC_1}}{\left[\frac{R+sL_4}{s^2L_4C_3+sRC_3+1}+\frac{sL_2}{s^2L_2C_2+1}\right]+\frac{1}{sC_1}}}{\dfrac{\left[\frac{R+sL_4}{s^2L_4C_3+sRC_3+1}+\frac{sL_2}{s^2L_2C_2+1}\right]\cdot\frac{1}{sC_1}}{\left[\frac{R+sL_4}{s^2L_4C_3+sRC_3+1}+\frac{sL_2}{s^2L_2C_2+1}\right]+\frac{1}{sC_1}}+R}\cdot\frac{\dfrac{R}{s^2L_4C_3+sRC_3+1}}{\dfrac{R+sL_4}{s^2L_4C_3+sRC_3+1}+\dfrac{sL_2}{s^2L_2C_2+1}}$$

$$=\frac{\dfrac{(R+sL_4)\cdot(s^2L_2C_2+1)+sL_2\cdot(s^2L_4C_3+sRC_3+1)}{(R+sL_4)\cdot(s^2L_2C_2+1)+sL_2\cdot(s^2L_4C_3+sRC_3+1)+\frac{s^2L_4C_3+sRC_3+1}{sC_1}\cdot(s^2L_2C_2+1)}}{\dfrac{(R+sL_4)\cdot(s^2L_2C_2+1)+sL_2\cdot(s^2L_4C_3+sRC_3+1)}{(R+sL_4)\cdot(s^2L_2C_2+1)+sL_2\cdot(s^2L_4C_3+sRC_3+1)+\frac{s^2L_4C_3+sRC_3+1}{sC_1}\cdot(s^2L_2C_2+1)}+sRC_1}\cdot\frac{R\cdot(s^2L_2C_2+1)}{(R+sL_4)\cdot(s^2L_2C_2+1)+sL_2\cdot(s^2L_4C_3+sRC_3+1)}$$

$$=\frac{R\cdot(s^2L_2C_2+1)}{(R+sL_4)\cdot(s^2L_2C_2+1)+sL_2\cdot(s^2L_4C_3+sRC_3+1)+R\left(sC_1(R+sL_4)\cdot(s^2L_2C_2+1)+sL_2sC_1\cdot(s^2L_4C_3+sRC_3+1)+(s^2L_4C_3+sRC_3+1)\cdot(s^2L_2C_2+1)\right)}$$

$$=\frac{R\cdot(s^2L_2C_2+1)}{s^4RL_2L_4(C_1C_2+C_1C_3+C_2C_3)+s^3\left(R^2L_2[C_1C_2+C_1C_3+C_2C_3]+L_2L_4[C_2+C_3]\right)+s^2\left(RL_2[C_1+C_3+2C_2]+RL_4[C_1+C_3]\right)+s\left(R^2C_1+R^2C_3+L_2+L_4\right)+2R}$$

Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

Opgave 5.

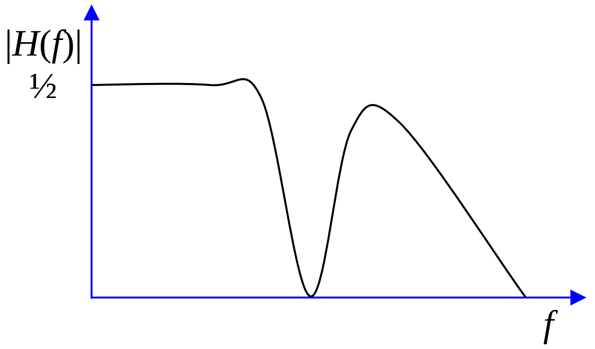
Bereken de **absolute waarde van de overdracht** van het bovenstaande filter, $|H(f_0)|$, op de bij opgave 3 berekende resonantie-frequentie f_0.

$|H(f_0)| = 0$

Opgave 6.

Veronderstel $s = j\omega = j2\pi f$. Schets de **absolute waarde van de overdracht** (de amplitudekarakteristiek) van ingang naar uitgang, $|H(f)|$, als functie van de frequentie.

De overdrachtsfunctie zal ergens op een bepaalde frequentie, de bij opgave 3 berekende resonantie-frequentie, een nul vertonen. Voor s=0 is de overdracht gelijk aan ½. Voor s gaat naar oneindig gedraagt het filter zich als een tweede-orde laagdoorlaatfilter. De overdracht blijft in alle gevallen kleiner dan ½. Een mogelijke schets van de absolute waarde van de overdracht (meerdere schetsen mogelijk) is:



Opgave 7.

Wat is de **orde** van het filter?

Orde: 4

Motivatie: de orde van de noemer van de overdrachtsfunctie is gelijk aan 4; de hoogste macht van s is 4

Opgave 8.

Leidt een **toestandsbeschrijving** (Eng: state space description) af van het filter.

$$H(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$=\frac{R\cdot\left(s^2L_2C_2+1\right)}{s^4RL_2L_4\left(C_1C_2+C_1C_3+C_2C_3\right)+s^3\left(R^2L_2[C_1C_2+C_1C_3+C_2C_3]+L_2L_4[C_2+C_3]\right)+s^2\left(RL_2[C_1+C_3+2C_2]+RL_4[C_1+C_3]\right)+s\left(R^2C_1+R^2C_3+L_2+L_4\right)+2R}$$

$$=\frac{n_2s^2+n_0}{p_4s^4+p_3s^3+p_2s^2+p_1s+p_0}$$

$$=\frac{n_0}{p_4s^4+p_3s^3+p_2s^2+p_1s+p_0}+\frac{n_2s^2}{p_4s^4+p_3s^3+p_2s^2+p_1s+p_0}$$

$$=H_0(s)+\tfrac{n_2}{n_0}s^2H_0(s)$$

Uitwerken $H_0(s)$

$$p_4\ddddot{y}(t)+p_3\dddot{y}(t)+p_2\ddot{y}(t)+p_1\dot{y}(t)+p_0y(t)=n_0u(t)$$

$$\ddddot{y}_0(t)+\tfrac{p_3}{p_4}\dddot{y}_0(t)+\tfrac{p_2}{p_4}\ddot{y}_0(t)+\tfrac{p_1}{p_4}\dot{y}_0(t)+\tfrac{p_0}{p_4}y_0(t)=\tfrac{n_0}{p_4}u(t)$$

$$\ddddot{y}_0(t)=-\tfrac{p_3}{p_4}\dddot{y}_0(t)-\tfrac{p_2}{p_4}\ddot{y}_0(t)-\tfrac{p_1}{p_4}\dot{y}_0(t)-\tfrac{p_0}{p_4}y_0(t)+\tfrac{n_0}{p_4}u(t)$$

De totale state-space beschrijving wordt

$$\dot{x}_1(t)=x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t)=x_3(t)$$

$$\dot{x}_3(t)=x_4(t)$$

$$\dot{x}_4(t)=-\tfrac{p_3}{p_4}x_4(t)-\tfrac{p_2}{p_4}x_3(t)-\tfrac{p_1}{p_4}x_2(t)-\tfrac{p_0}{p_4}x_1(t)+\tfrac{n_0}{p_4}u(t)$$

$$y(t)=y_0(t)+\tfrac{n_2}{n_0}\ddot{y}_0(t)$$

$$=x_1(t)+\tfrac{n_2}{n_0}x_3(t)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathrm{t})=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\-\tfrac{p_0}{p_4}&-\tfrac{p_1}{p_4}&-\tfrac{p_2}{p_4}&-\tfrac{p_3}{p_4}\end{pmatrix}\mathbf{x}(t)+\begin{pmatrix}0\\0\\0\\\tfrac{n_0}{p_4}\end{pmatrix}u(t)$$

$$y(t)=\begin{pmatrix}1&0&\tfrac{n_2}{n_0}&0\end{pmatrix}\mathbf{x}(t)$$

Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

Opgave 9.

Leidt een **blokschema**, bestaande uit takken (met coefficienten) en integratoren af van deze toestandsbeschrijving.

- 4 integratoren in cascade (achter elkaar), gekoppeld met overdracht 1 (zie A-matrix)
- Ingang 4e integrator bestaat uit geschaald ingangssignaal (zie B-matrix) + gewogen combinatie van alle 4 toestanden (uitgangssignalen integratoren)
- Uitgangssignaal *y* is een gewogen combinatie van 2 toestanden (zie C-matrix)

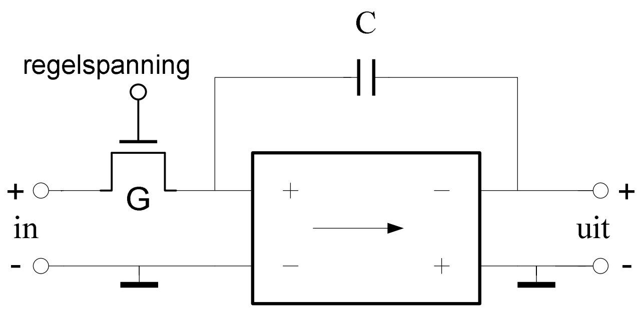
NB. Er zijn meerdere blokschema's mogelijk, ieder overeenkomend met een unieke state-space beschrijving.

Opgave 10.

De integratoren in het bovenstaande blokschema worden gerealiseerd met behulp van

- een conductantie (middels een MOSFET in triode die een nauwkeurige, frequentie-onafhankelijke, spanning-naar-stroom omzetting implementeert)
- **en** een trans-capaciteit (middels een transimpedantie-versterker die de ingangsstroom integreert tot een spanning t.o.v. aarde).

Ontwerp de integrator, gebruik makend van een nullor en een geschikt gekozen tegenkoppelnetwerk, bestaande uit één MOSFET en één capaciteit *C*. Geef duidelijk de ingangs- en uitgangs-klemmen, de bron en belasting en hun polariteit aan. NB. De bron is een ideale spanningsbron.



Opgave 11.

De MOSFET realiseert een conductantie G. Wat is de **overdrachtsfunctie** $H_i(s)$ van de door jou ontworpen integrator? NB. Let op het teken en de dimensie.

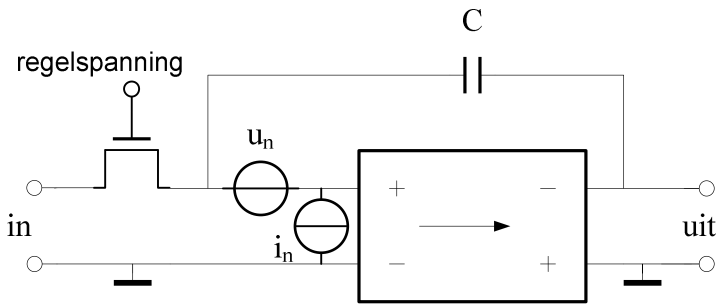
$H_i(s) = -G/sC$

Opgave 12.

De ruis afkomstig van de implementatie (met transistoren) van de nullor kan gemodelleerd worden m.b.v.

- een ruisspanningsbron u_n in serie met één van de ingangsklemmen van de nullor
- **en** een ruisstroombron i_n parallel aan de ingangsklemmen van de nullor.

Teken opnieuw het schema van de door jou ontworpen integrator en voeg de **ruisspanningsbron u_n en de ruisstroombron i_n** hieraan toe.



Opgave 13.

Wat is de **dimensie** van de **ruisvermogensdichtheidsspectra** ($S_{u,n}$ en $S_{i,n}$) van ruisspanningsbron u_n en de ruisstroombron i_n? (NB. De dimensie van stroom is ampere, A; de dimensie van spanning is volt, V, etc.)

Dimensie $S_{u,n}$ = V^2/Hz

Dimensie $S_{i,n}$ = A^2/Hz

Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

Opgave 14.

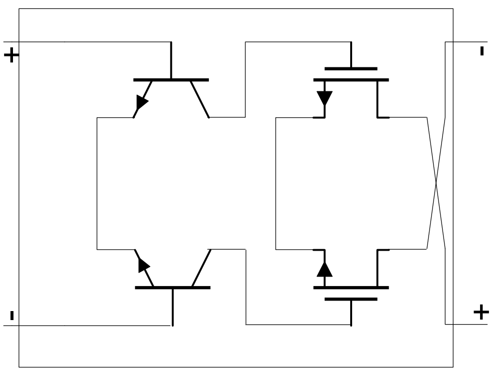
Transformeer beide ruisbronnen (u_n en i_n) naar de ***ingang*** van de integrator (dus tot vooraan de schakeling) en bereken het **vermogensdichtheids-spectrum** $S_{u,n,eq}$ van de equivalente **ingangsruisspanning** als functie van $S_{u,n}$ en $S_{i,n}$ en eventueel G, C en de (hoek)frequentie ω. NB. Veronderstel dat u_n en i_n ongecorreleerd zijn.

$S_{u,n,eq} = S_{u,n}(1+ \omega^2 C^2/G^2) + S_{i,n}/G^2$

De nullor wordt geïmplementeerd met twee verschilparen (differentiële trappen, Engels: differential pairs) in BiCMOS-technologie. Het *eerste verschilpaar* is opgebouwd met bipolaire transistoren, het *tweede verschilpaar* is opgebouwd met MOS-transistoren.

Opgave 15.

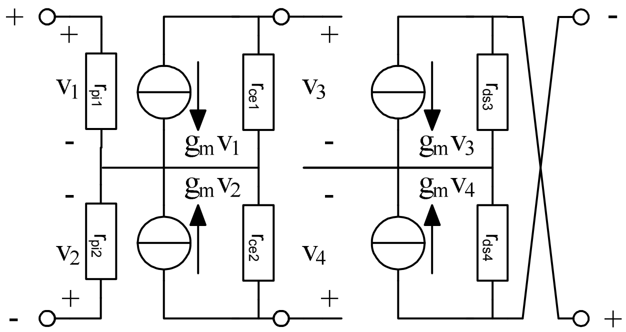
Teken de nullor als tweepoort met daarin de **twee verschilparen** op de juiste wijze met elkaar, de ingangsklemmen en de uitgangsklemmen verbonden. Geef ook de polariteit (tekens) van de poorten (klemmenparen) aan.



Opgave 16.

Geef het bijbehorende statische (frequentie-onafhankelijke) **klein-signaal vervangings-schema**. NB.

- Het Early-effect van de bipolaire transistoren wordt gemodelleerd middels een resistantie tussen collector en emitter, r_{ce}.
- Het Early-effect van de MOS-transistoren (ook wel kanaallengte-modulatie genoemd) wordt gemodelleerd middels een resistantie tussen drain en source, r_{ds}.



Van de MOS-transistoren in de nullor is gegeven dat zij in hun verzadigings-gebied werken, waarvoor geldt:

$$i_d = \beta\left(v_{gs} - V_{th}\right)^2$$

β en V_{th} mogen constant verondersteld worden.

Opgave 17.

Bepaal de **klein-signaal transconductantie-factor** g_m van een MOS-transistor, uitgedrukt als functie van de in bovenstaande transistor-vergelijking voorkomende variabelen (i_d en/of v_{gs}) en parameters (β en V_{th}).

$$g_m = \frac{\partial i_d}{\partial v_{gs}} = \frac{\partial\left[\beta\left(v_{gs} - V_{th}\right)^2\right]}{\partial v_{gs}} = 2\beta\left(v_{gs} - V_{th}\right) = 2\sqrt{\beta \cdot i_d}$$

Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

Opgave 18.

Wat is de **klein-signaal transconductantie** G_M van één MOS-verschilpaar, uitgedrukt in de g_m's van de transistoren?

$$G_M = \frac{-g_m}{2} = -\beta\left(v_{gs} - V_{th}\right)$$

Opgave 19.

Bepaal **de kettingmatrix** $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ van de nullor die je bij opgave 15 geschetst hebt. NB. Deze bestaat (nog steeds) uit bipolaire en MOS- verschilparen met hun bijbehorende verschillende kettingparameters.

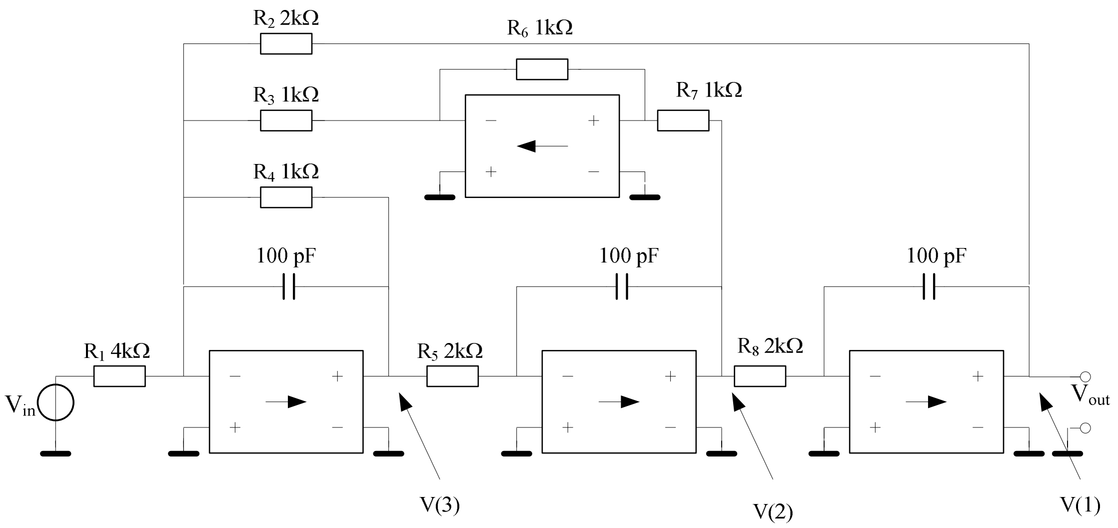
$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{BJT-BJT} & B_{BJT-BJT} \\ C_{BJT-BJT} & D_{BJT-BJT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{MOS-MOS} & B_{MOS-MOS} \\ C_{MOS-MOS} & D_{MOS-MOS} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{-1}{g_m r_{ce}} & \frac{-2}{g_m} \\ \frac{-1}{2 g_m r_{pi} r_{ce}} & \frac{-1}{g_m r_{pi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2 G_M r_{ds}} & \frac{1}{G_M} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{g_m r_{ce}} \frac{1}{2 G_M r_{ds}} & \frac{-1}{g_m r_{ce}} \frac{1}{G_M} \\ \frac{-1}{2 g_m r_{pi} r_{ce}} \frac{1}{2 G_M r_{ds}} & \frac{-1}{2 g_m r_{pi} r_{ce}} \frac{1}{G_M} \end{pmatrix}$$

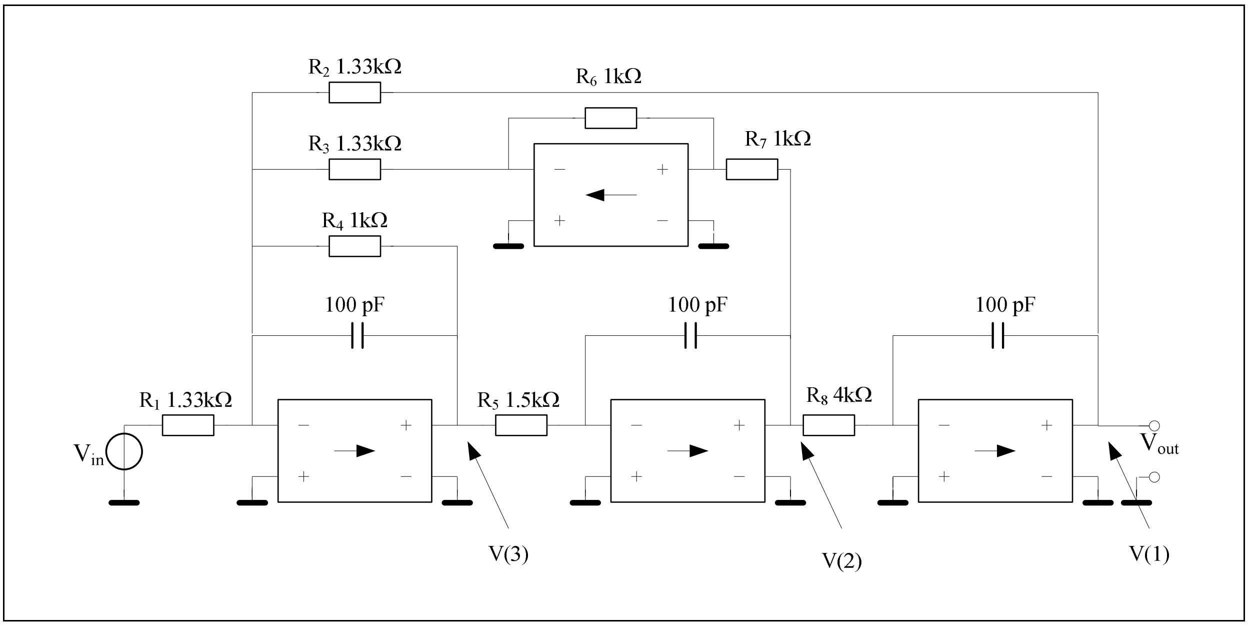
$$= \begin{pmatrix} \frac{-1}{2 g_m r_{ce} G_M r_{ds}} & \frac{-1}{g_m r_{ce} G_M} \\ \frac{-1}{4 g_m r_{pi} r_{ce} G_M r_{ds}} & \frac{-1}{2 g_m r_{pi} r_{ce} G_M} \end{pmatrix}$$

Opgave 20.

Gegeven onderstaand RC-opamp laagdoorlaatfilter. V(1) = V_{out} is het uitgangs-signaal.



De toestanden van dit filter zijn (nog) niet geschaald. Voor een goede schaling is het gewenst om V(1) 2× zo groot te maken, V(2) 4× zo groot en V(3) 3× zo groot, *met behoud van de overdracht*. Pas deze **schaling** toe, m.a.w., kies geschikte waarden voor de diverse resistanties, in onderstaand schema.



Naam: dr.ir. W.A. Serdijn
Studienummer: ☺

Opgave 21.

Het resultaat van de schaling, zoals toegepast bij de vorige opgave, is dat de *toestanden optimaal geschaald* zijn, d.w.z. dat alle integratoren even ver uitgestuurd kunnen worden en dus geen enkele integrator afzonderlijk de uitsturing van het filter begrenst.
Tevens zijn ook de *capaciteit-verhoudingen optimaal gekozen* zodat de totale ruis van het filter in gelijke mate afkomstig is van iedere integrator.

Indien bij analyse van het dynamisch bereik van het filter blijkt dat dit toch nog te klein is, **beschrijf dan 3 manieren om het dynamisch bereik (verder) te vergroten**, uiteraard met behoud van overdracht van het filter

Manier 1: de uitsturing per integrator vergroten, door de voedingsspanning te vergroten en ervoor te zorgen dat de nullor ook zoveel mogelijk tot deze grotere voedingsspanning uitgestuurd kan worden

Manier 2: de ruisbijdrage per integrator verkleinen, door

1. de capaciteiten allemaal met een factor te vergroten en alle resistanties met dezelfde factor te verkleinen
2. de nullor ruisarmer te ontwerpen

Manier 3: de filtertopologie zodanig te veranderen dat het dynamisch bereik optimaal wordt. Dit betekent dat er meer verbindingen tussen te integratoren onderling, de ingang en de uitgang nodig zullen zijn.

Einde toets!