

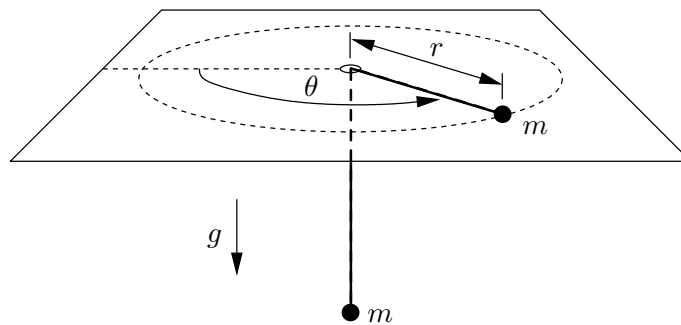
## Dynamics and Stability AE3-914

April 4, 2007 14:00–17:00

There are 4 problems

Dutch translation attached

## Problem 1 (weight 3)



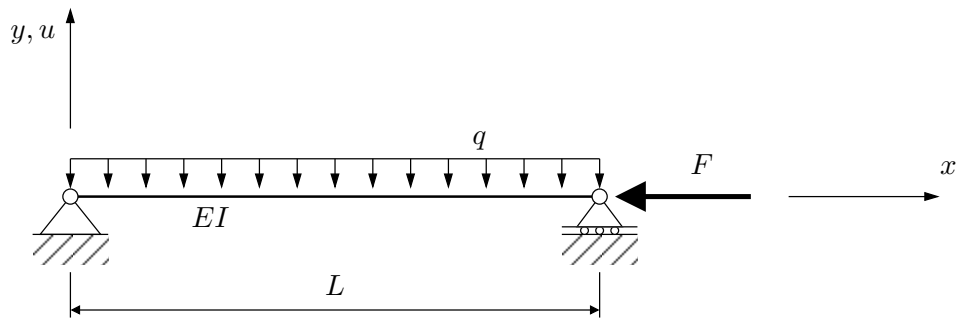
Two identical masses are connected by a string of length  $L$ . The string passes through a smooth hole in the table. One of the masses moves on the smooth, horizontal table and the other mass moves along a vertical line. The motion is described by the generalised coordinates  $r$  and  $\theta$  and the acceleration of gravity is  $g$ .

- Set up the Lagrangian.
- Find the equations of motion.
- Write two integrals of motion expressed in terms of the two generalised coordinates.
- Write an integral of motion expressed in terms of one of the coordinates only, if possible.

## Problem 2 (weight 2)

A rigid body is set to rotate with rate  $\omega_3$  about its third principal axis. Find the required conditions for the principal moment of inertia  $I_3$  such that the rotation about this axis is stable. Gravity is neglected.

**Problem 3** (weight 3)



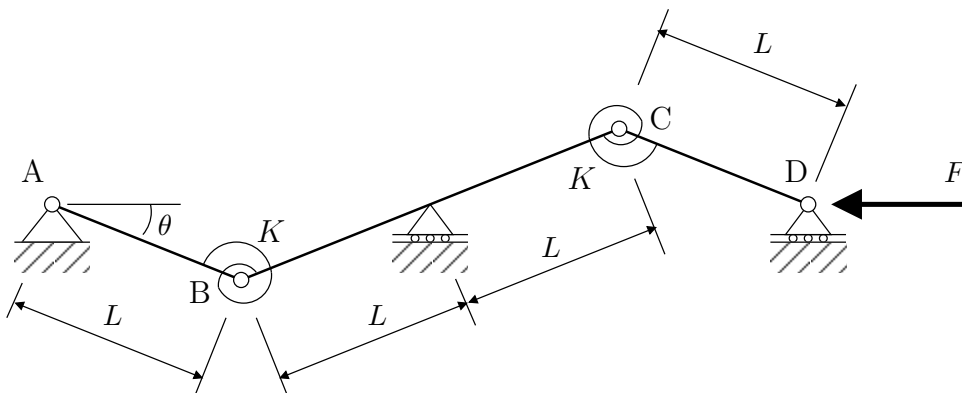
The energy functional of the represented beam loaded by a transverse homogeneous distributed force  $q$  and a normal, compressive force  $F$  is given by

$$V(u) = \int_0^L \left( \frac{1}{2}EI [u''(x)]^2 - \frac{1}{2}F [u'(x)]^2 + qu(x) \right) dx,$$

where  $u(x)$  is the deflection. Axial deformations are neglected.

- Identify the essential boundary conditions for  $u(x)$  at  $x = 0$  and  $x = L$ .
- Find the differential equation for the static deflection  $u(x)$  and the natural boundary conditions at  $x = 0$  and  $x = L$ .

**Problem 4** (weight 2)



The represented assembly of three rigid bars AB, BC and CD is loaded by a force  $F$  as shown. Two identical rotational springs with constant  $K$  are mounted on the hinges B and C. The springs are unloaded when  $\theta = 0$ . The motion of the two rollers is not restricted in the horizontal direction and gravity is neglected.

- Find the generalised force associated to coordinate  $\theta$ . What is the physical interpretation of this generalised force?
- Find the generalised potential corresponding to the generalised force found in the previous question.
- Calculate the admissible values of the force  $F$  for which the horizontal position  $\theta = 0$  is a stable equilibrium configuration.

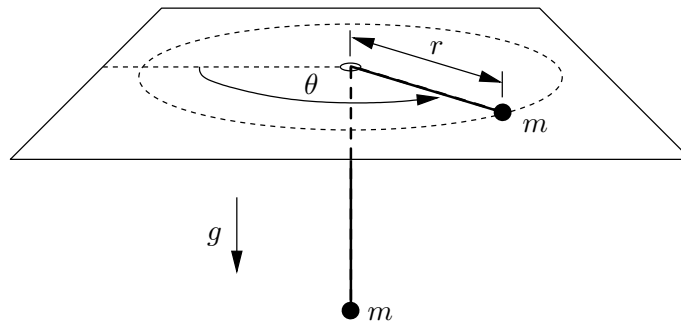
Dynamics and Stability AE3-914

4 april 2007 14:00–17:00

---

Er zijn 4 opgaven

Opgave 1 (gewicht 3)



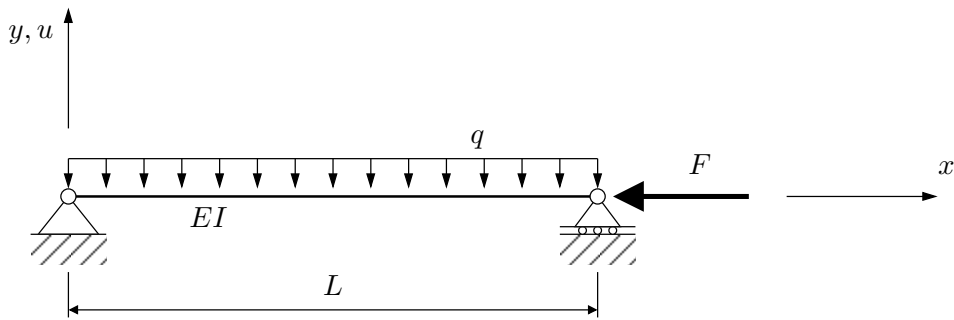
Twee identieke puntmassa's zijn verbonden door een koord met lengte  $L$ . Het koord gaat door een glad gat in de tafel. Eén puntmassa beweegt op de gladde horizontale tafel en de andere langs een verticale lijn. De beweging wordt beschreven door de gegeneraliseerde coördinaten  $r$  en  $\theta$  en de versnelling van de zwaartekracht is  $g$ .

- Construeer de Lagrangiaan.
- Vind de bewegingsvergelijkingen.
- Geef twee constanten van de beweging uitgedrukt in beide coördinaten.
- Geef een constante van de beweging uitgedrukt in één coördinaat alleen, indien mogelijk.

Opgave 2 (gewicht 2)

Een star lichaam roteert met hoeksnelheid  $\omega_3$  om zijn derde hoofdtraagheidsas. Vind de nodige voorwaarden voor het hoofdtraagheidsmoment  $I_3$ , zodat de rotatie om deze as stabiel is. De zwaartekracht wordt verwaarloosd.

**Opgave 3** (gewicht 3)



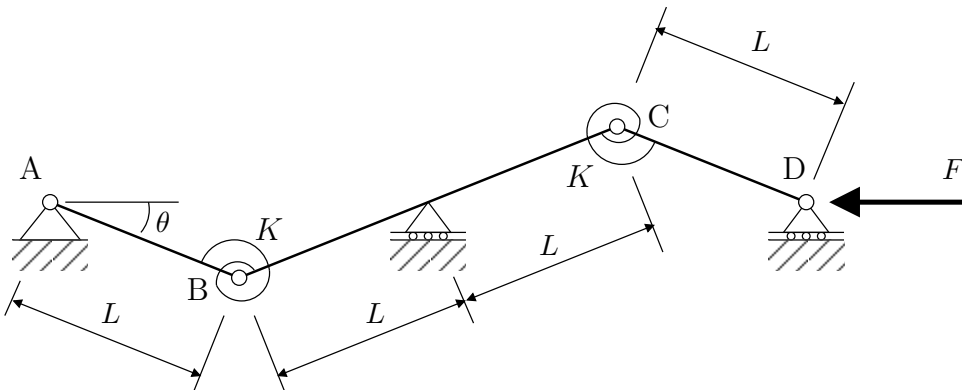
De energiefunctonaal van de weergegeven balk, belast door een verdeelde homogene kracht  $q$  en een drukkracht  $F$ , is gegeven door

$$V(u) = \int_0^L \left( \frac{1}{2}EI [u''(x)]^2 - \frac{1}{2}F [u'(x)]^2 + qu(x) \right) dx,$$

waar  $u(x)$  de verticale verplaatsing is. Axiale vervormingen worden verwaarloosd.

- Identificeer de essentiële randvoorwaarden voor  $u(x)$  op  $x = 0$  en  $x = L$ .
- Vind de differentiaalvergelijking voor de statische verplaatsing  $u(x)$  en de natuurlijke randvoorwaarden op  $x = 0$  and  $x = L$ .

**Opgave 4** (gewicht 2)



Het afgebeelde stelsel van drie onvervormbare staven AB, BC en CD wordt belast door een kracht  $F$  zoals getoond. Twee identieke rotatieveren met veerconstante  $K$  zijn gemonteerd op de scharnieren B en C. De veren zijn onbelast wanneer  $\theta = 0$ . De twee rolopleggingen kunnen ongehinderd bewegen in de horizontale richting en de zwaartekracht wordt verwaarloosd.

- Vind de gegeneraliseerde kracht behorende bij de coördinaat  $\theta$ . Wat is de fysische interpretatie van deze gegeneraliseerde kracht?
- Vind de gegeneraliseerde potentiaal behorende bij de gegeneraliseerde kracht zoals gevonden in de vorige vraag.
- Bereken de toelaatbare waarden voor de kracht  $F$  waarvoor de horizontale positie  $\theta = 0$  een stabiele evenwichtstoestand is.