

Dynamics and Stability AE3-914

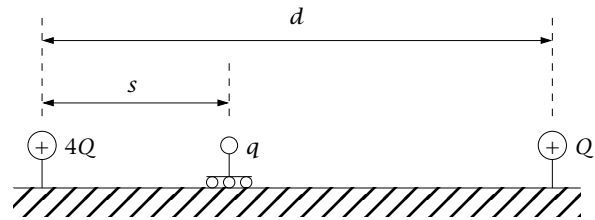
April 6, 2009 14:00–17:00

There are 4 problems

Dutch version overleaf

Problem 1 (weight 2)

The motion of the represented electric charge q is described by the generalised coordinate s . This charge can move between two *positive* electric charges $4Q$ and Q located at a fixed distance d from each other as shown.



The potential energy of two arbitrary electric charges Q_1 and Q_2 placed at a distance $r > 0$ from each other is given by

$$V = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \epsilon_a r}$$

where $\epsilon_a (> 0)$ is the averaged absolute dielectric permittivity of the environment. Magnetic effects due to the motion of charge q are neglected.

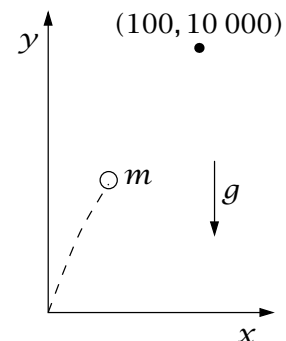
- Calculate the equilibrium position of charge q . Only the positions between the charges $4Q$ and Q are considered.
- Indicate the condition in charge q for the equilibrium position to be stable.

Problem 2 (weight 3)

A projectile with mass m is launched from point $(0,0)$ at instant $t = 0$ s and is expected to reach coordinate $(100\text{ m}, 10\,000\text{ m})$ at instant $t = 100$ s. The acceleration of gravity is $g = 10\text{ m/s}^2$.

- Set up the action functional for the motion of the projectile.
- Calculate the path of the projectile as a function of time making use of Ritz method applied to Hamilton's principle, with the expansions

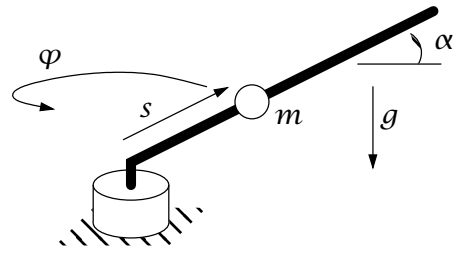
$$x(t) = a + bt + ct^2 \quad \text{and} \quad y(t) = d + et + ft^2.$$



- Comment critically on the exactitude and/or validity of the result obtained in the previous question, without carrying out extra calculations.

Problem 3 (weight 2.5)

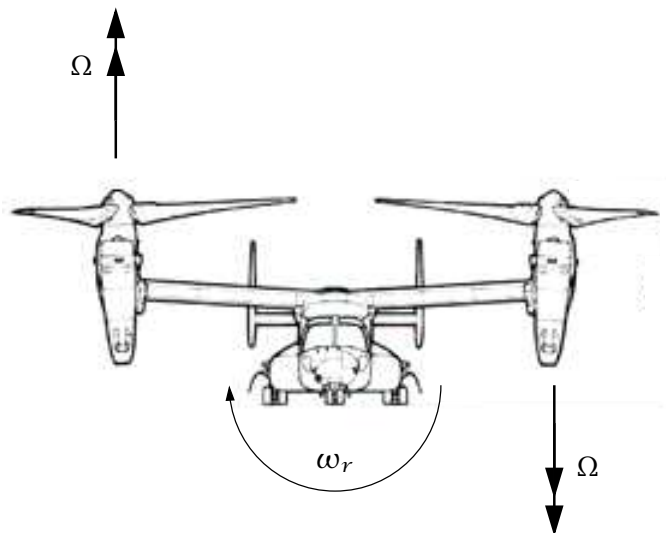
The represented particle with mass m can slide along the bar according to the length coordinate s . The bar itself is tilted by a constant angle α and can rotate about a vertical axis according to the angular coordinate φ . Friction is neglected and the acceleration of gravity is g .



- Construct the Lagrangian in terms of the generalised coordinates s and φ .
- Identify any ignorable coordinate and find the corresponding integral of motion. Indicate also the physical meaning of the integral of motion found.
- Find the equation of motion for the explicit coordinate.
- Find the conditions for steady motion.
- Investigate the stability of the steady motion by means of the linearisation method.

Problem 4 (weight 2.5)

The rotors of the represented V-22 Osprey consist of three identical and equally spaced blades. Each blade is modelled by a bar with moment of inertia I_b about the rotor shaft. Both rotors are turning in opposite sense at a rate Ω as shown in the figure. During a short interval the aircraft rolls to the left (as seen by the pilot) at a constant rate ω_r .



- What are the principal moments of inertia of the rotors in terms of I_b ? Provide a brief justification of your answer.
- Indicate, using free-body and kinetic diagrams, *without calculations*, whether the roll will cause a bending or a torsional moment in the wings and whether this will be positive or negative (Remember that \sim is positive and \frown is negative for bending moments, $\leftarrow \square \rightarrow$ is positive and $\rightarrow \square \leftarrow$ is negative for torsional moments). Answers without explanation will not be graded.
- Calculate the moment referred to in question **b** in terms of Ω , ω_r and I_b .

Dynamics and Stability AE3-914

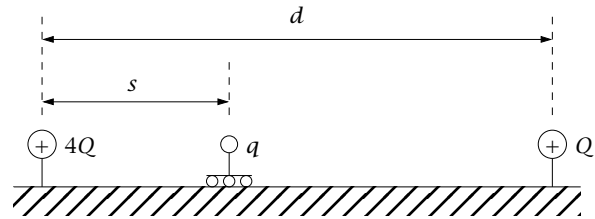
6 april 2009 14:00–17:00

Er zijn 4 opgaven

Z.o.z. voor de engelse versie

Opgave 1 (gewicht 2)

De beweging van de afgebeelde elektrische lading q wordt beschreven door de generaliseerde coördinaat s . Deze lading kan bewegen tussen twee positieve elektrische ladingen $4Q$ en Q geplaatst op een onderlinge vaste afstand d . De potentiële energie van twee willekeurige elektrische ladingen Q_1 en Q_2 op een onderlinge afstand $r > 0$ is



$$V = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \epsilon_a r}$$

waarbij $\epsilon_a (> 0)$ de gemiddelde absolute diëlektrische constante is van de omgeving. Magnetische effecten door de beweging van de elektrische lading worden verwaarloosd.

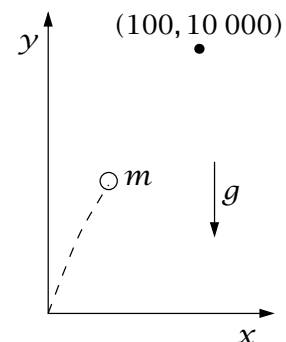
- Bereken de evenwichtspositie van de lading q . Beschouw uitsluitend posities tussen de ladingen $4Q$ en Q .
- Geef de voorwaarde aan voor de lading q zodat de evenwichtspositie stabiel is.

Opgave 2 (gewicht 3)

Een projectiel met massa m wordt gelanceerd vanuit punt $(0,0)$ op $t = 0$ s en wordt verwacht coördinaat $(100 \text{ m}, 10\,000 \text{ m})$ te bereiken op $t = 100$ s. De versnelling van de zwaartekracht is $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Construeer de actiefunctiaal voor de beweging van het projectiel.
- Bereken het pad van het projectiel als een functie van de tijd door middel van de Ritz methode toegepast op het Hamilton principe, met de ontwikkelingen

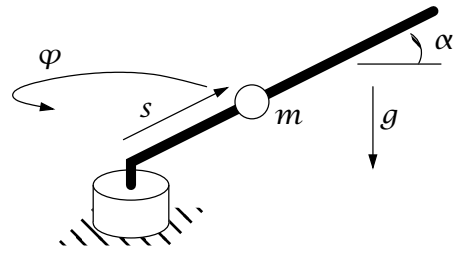
$$x(t) = a + bt + ct^2 \quad \text{en} \quad y(t) = d + et + ft^2.$$



- Geef kritisch commentaar op de nauwkeurigheid en/of geldigheid van het in de voorafgaande vraag verkregen resultaat, zonder extra berekeningen uit te voeren.

Opgave 3 (gewicht 2,5)

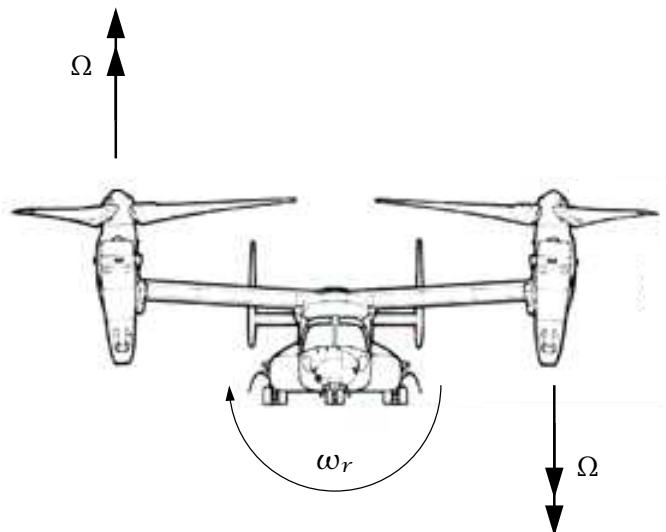
Het afgebeelde deeltje met massa m kan vrij glijden langs de staaf volgens de lengtecoördinaat s . De staaf zelf staat schuin onder een vaste hoek α en kan roteren om een verticale as volgens de hoekcoördinaat φ . Wrijving wordt verwaarloosd en de versnelling van de zwaartekracht is g .



- Construeer de Lagrangiaan uitgedrukt in de generaliseerde coördinaten s en φ .
- Identificeer de cyclische coördinaten en vind de bijbehorende constante van de beweging. Geef ook de fysische betekenis aan van de gevonden constante van de beweging.
- Vind de bewegingsvergelijking voor de expliciete coördinaat.
- Vind de voorwaarden voor stationaire beweging.
- Onderzoek de stabiliteit van de stationaire beweging door middel van de linearisatiemethode.

Opgave 4 (gewicht 2,5)

De rotors van de afgebeelde V-22 Osprey bestaan elk uit drie identieke en met gelijke tussenhoeken gemonteerde bladen. Elk blad kan worden gemodelleerd als een balk met traagheidsmoment I_b om de as van de rotor. De rotors draaien in tegengestelde richting met hoeksnelheid Ω zoals aangegeven in de figuur. Gedurende een korte periode rolt het vliegtuig linksom (zoals gezien door de piloot) met een constante hoeksnelheid ω_r .



- Wat zijn de hoofdtraagheidsmomenten van de rotors in termen van I_b ? Geef een korte motivatie van uw antwoord.
- Geef aan, door gebruik te maken van vrijgemaakt lichaams- en kinetische diagrammen, *zonder berekeningen*, of de rol zal leiden tot een buigend of een wringend moment in de vleugels, en of dit positief dan wel negatief zal zijn (Denk eraan dat \sim positief is en \sim negatief voor buigende momenten en dat $\leftarrow \square \rightarrow$ positief is en $\rightarrow \square \leftarrow$ negatief voor wringende momenten). Antwoorden zonder uitleg worden niet gehonoreerd.
- Bereken het moment bedoeld in vraag **b** in termen van Ω , ω_r and I_b .