

Dynamics and Stability AE3-914

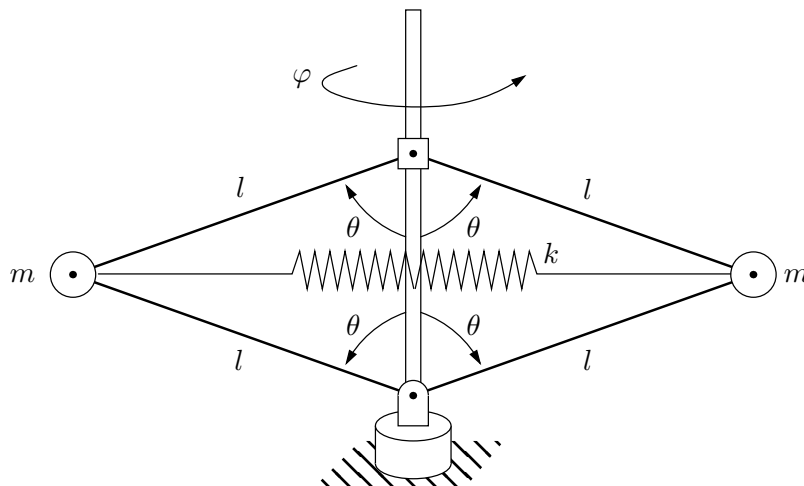
August 18, 2008

14:00–17:00

There are 4 problems

Dutch translation attached

Problem 1 (weight 3.5)



The motion of the represented assembly of bars and masses is governed by the generalised coordinates θ and φ . The spring has stiffness k and is unstretched when $\theta = 0$. There is no interaction between the vertical rod and the spring and the upper collar is free to slide along the rod. Gravity is neglected.

- Construeer de Lagrangiaan.
- Find the equations of motion.
- Give two different integrals of motion.
- Set up the Routhian
- Set up the Jacobi energy integral based on the Routhian
- Identify the effective potential based on the Jacobi integral found in the previous question.
- Find the conditions for steady motion.
- Calculate the range of initial values of $\dot{\varphi}$ for which $\theta = 0$ provides stable steady motion.

Problem 2 (weight 2.5)

Derive the Euler-Lagrange equation and the natural boundary conditions for the variational problem

$$I(y) = \int_0^1 (y^2 + xy'^2 + x^2y''^2) dx$$

with the essential boundary conditions $y(0) = 0$ and $y'(0) = 0$.

Problem 3 (weight 2)

Consider a three dimensional rigid body with principal moments of inertia I_1 , I_2 and I_3 .

- a. Derive Euler equations of motion for the rotation of the body with respect to the principal axes of inertia, departing from the expression

$$\mathbf{L} = I_1\omega_1\mathbf{i} + I_2\omega_2\mathbf{j} + I_3\omega_3\mathbf{k}$$

for the angular momentum.

- b. The body is set to rotate with rate ω_3 about its third principal axis. Find the required conditions for the principal moment of inertia I_3 such that the rotation about this axis is stable. Gravity is neglected.

Problem 4 (weight 2)

An innovative vehicle with mass $m = 4000$ kg (in testing configuration) is riding from west to east with velocity $v = 200$ km/h on a location with coordinates $39^\circ 54' \text{ N}$ and $116^\circ 23' \text{ E}$ (guess where). The earth has radius $R = 6370$ km and rotates at a rate $\Omega = 2\pi$ rad/day.

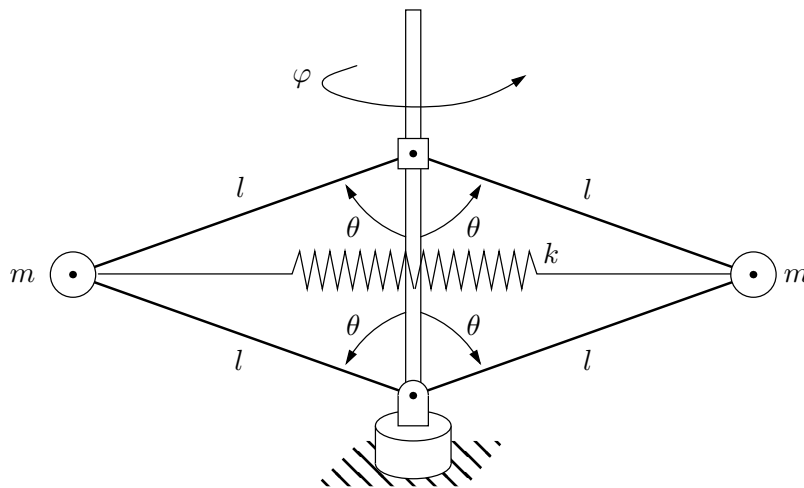
Calculate the magnitude and direction of the fictitious force exerted on the tyres during the ride (neglect terms involving Ω^2).

Dynamics and Stability AE3-914

18 augustus 2008 14:00–17:00

Er zijn 4 opgaven

Opgave 1 (gewicht 3,5)



De beweging van het afgebeelde stelsel van massa's en staven wordt beschreven door de gegeneraliseerde coördinaten θ en φ . De veer heeft stijfheid k en is ontspannen wanneer $\theta = 0$. Er is geen interactie tussen de verticale staaf en de veer en de bovenste bus glijdt ongehinderd langs de verticale staaf. De zwaartekracht wordt verwaarloosd.

- Construeer de Lagrangiaan.
- Vind de bewegingsvergelijkingen.
- Geef twee constanten van de beweging.
- Construeer de Routhiaan.
- Construeer de Jacobi energie-integraal gebaseerd op de Routhiaan.
- Identificeer de effectieve potentiaal gebaseerd op de Jacobi-integraal gevonden in de vorige vraag.
- Vind de voorwaarden voor stationaire beweging.
- Bereken het gebied van beginwaarden voor $\dot{\varphi}$ waarvoor $\theta = 0$ tot stabiele stationaire beweging leidt.

Opgave 2 (gewicht 2,5)

Leid de Euler-Lagrange vergelijking en de natuurlijke randvoorwaarden af voor het variationele probleem

$$I(y) = \int_0^1 (y^2 + xy'^2 + x^2y''^2) dx$$

met de essentiële randvoorwaarden $y(0) = 0$ en $y'(0) = 0$.

Opgave 3 (gewicht 2)

Beschouw een drie-dimensionaal star lichaam met hoofdtraagheidsmomenten I_1 , I_2 and I_3 .

- a. Leid de Euler bewegingsvergelijkingen af voor de rotatie van het lichaam ten opzichte van de hoofdtraagheidsassen, uitgaande van de uitdrukking

$$\mathbf{L} = I_1\omega_1\mathbf{i} + I_2\omega_2\mathbf{j} + I_3\omega_3\mathbf{k}$$

voor het impulsmoment.

- b. Het lichaam roteert met hoeksnelheid ω_3 om zijn derde hoofdtraagheidsas. Vind de nodige voorwaarden voor het hoofdtraagheidsmoment I_3 , zodat de rotatie om deze as stabiel is. De zwaartekracht wordt verwaarloosd.

Opgave 4 (gewicht 2)

Een innovatief voertuig met massa $m = 4\,000$ kg (in testconfiguratie) rijdt van west naar oost met snelheid $v = 200$ km/h op een locatie met coördinaten $39^\circ 54'$ N en $116^\circ 23'$ O (raad eens waar). De straal van de aarde is $R = 6\,370$ km en haar hoeksnelheid is $\Omega = 2\pi$ rad/dag.

Bereken de grootte en richting van de fictieve kracht uitgeoefend op de banden tijdens de rit (verwaarloos de termen met Ω^2).