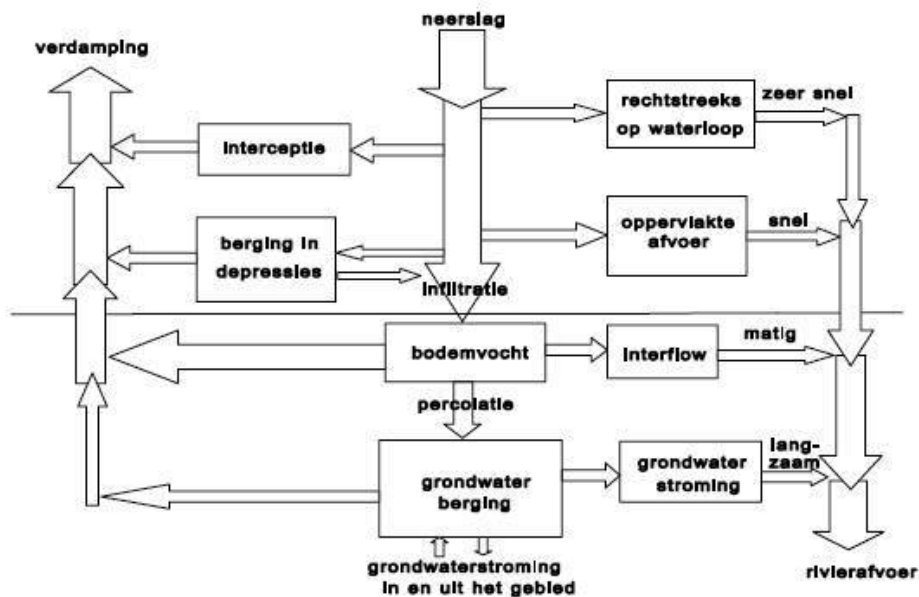


9. Afvoerhydrologie

De afvoerhydrologie is de beschrijving van de waterbeweging vanaf het moment dat neerslag het aardoppervlak bereikt tot het moment dat het water uitstroomt in een meer of zee. De afvoerhydrologie beschrijft dus het gedeelte van de hydrologische kringloop dat zich afspeelt op of onder het aardoppervlak, waarbij het vooral gaat om de toestroming van water naar waterlopen en het afvoerverloop (hoeveel water op welk moment) in die waterlopen.



Figuur 9.1 - Gedeelte van de hydrologische kringloop dat zich op land afspeelt

Meestal houdt de afvoerhydrologie zich bezig met afvoerprocessen op grotere schaal, zoals rivierafvoeren ten gevolge van neerslag in een heel stroomgebied. Het gedrag van een rivierafvoer wordt door vele factoren bepaald; deze factoren beïnvloeden de relatie tussen de aanvoer van water (neerslag, sneeuwsmelt, kunstmatige wateraanvoer) en het afvoerverloop. Vaak is het belangrijkste om de maximale rivierafvoer (piekafvoer) ten gevolge van een bepaald neerslagpatroon te bepalen. Er zijn in de loop der tijd vele methoden en modellen ontwikkeld, die het afvoerverloop in de tijd of de maximale afvoer trachten te voorspellen.

De meest betrouwbare informatie over de grootte van afvoeren is, waarschijnlijk ook in de toekomst, te verkrijgen uit meetregistraties. Dan wordt dus een voorspelling gedaan op basis van meetwaarden uit het verleden. Het systeem waarin de afvoeren tot stand komen is zo complex dat het gebruik van modellen of theoretische benaderingen alleen een indicatie kan geven van het afvoerregiem van een gebied of rivier. Een samenspel van atmosferische condities, geologische en geomorfologische gesteldheid, bodem en vegetatie en menselijke activiteiten is namelijk verantwoordelijk voor het afvoerverloop. Zo kan het voorkomen dat een bepaalde bui in het ene gebied voor een grote afvoer zorgt, terwijl dezelfde bui in een ander, ogenschijnlijk gelijksoortig gebied nauwelijks afvoer produceert.

9.1. Afvoerprocessen

Wanneer de neerslagintensiteit de infiltratiecapaciteit overtreft, ontstaat er een waterfilmpje op het oppervlak, met als gevolg dat het water via het oppervlak wordt afgevoerd. Dit proces, dat in veel situaties blijkt op te treden, noemt men de *Hortonse oppervlakteafvoer* (infiltration excess overland flow).

Uit waarnemingen is gebleken dat ook twee andere afvoerprocessen kunnen optreden:

- *Verzadigde oppervlakteafvoer* (saturation excess overland flow) treedt op wanneer zich een verzadigde zone opbouwt boven een slecht doorlatende laag of wanneer de grondwaterspiegel stijgt tot aan het oppervlak. Dit gebeurt bijvoorbeeld vaak in valleien of op plaatsen waar de bovenste laag van de grond relatief dun is, zoals heuvelruggen.
- De term *throughflow* (rapid sub-surface flow) wordt gebruikt als water infiltreert en snel percoleert door de aanwezigheid van 'macroporiën', ontstaan door boomwortels, hollen etc. Het water komt dan in een tijdelijk verzadigde watervoerende laag terecht waardoor het snel kan afstromen naar een waterloop. Hierdoor is dit proces sneller en veroorzaakt grotere afvoeren dan gewone grondwaterstroming.

De verschillende afstromingprocessen kunnen binnen een klein gebied tegelijkertijd optreden gedurende dezelfde bui. Daarnaast kan het soort proces dat optreedt op één plaats verschillen. Deze grote variatie in de kenmerken van hydrologische processen maakt de beschrijving ervan tot een complexe zaak, waardoor het met modellen alleen mogelijk is om de echte situatie te benaderen.

9.2. Het neerslagoverschot

Met de term 'neerslagoverschot' (Engels: *rainfall excess* of *direct runoff*) wordt het gedeelte van de neerslag bedoeld dat uiteindelijk zorgt voor grotere rivierafvoeren ten gevolge van een bui. Door onderstaande processen komt een gedeelte van de neerslag niet of pas veel later tot afstroming, waardoor er een verliesterm ontstaat met betrekking tot de afvoer:

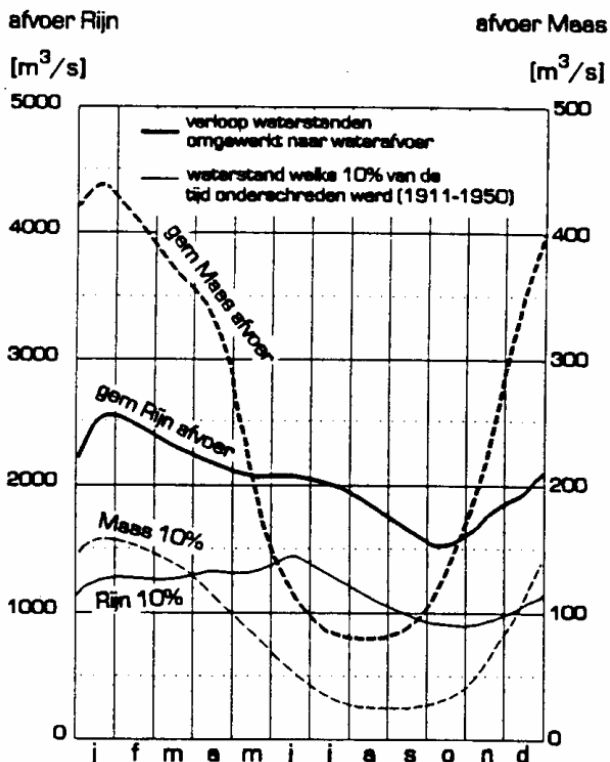
- Interceptie: geeft de hoeveelheid water aan die het afvoersysteem niet bereikt, doordat het wordt opgevangen door vegetatie en het landoppervlak en daar vanaf direct verdampt.
- Berging: in depressies zoals meren, moerassen en ook op kleinere schaal, bv. hollen kan een aanzienlijke hoeveelheid water tijdelijk opgeslagen worden.
- Infiltratie: is meestal de grootste term in de neerslag-afvoer balans. Het kan voor het afvoerproces een groot verschil maken of het stroomgebied een groot infiltratievermogen heeft of dat het gebied al het water via het oppervlak afvoert.

9.3. Rivierafvoeren

9.3.1. Afvoercomponenten

Rivierafvoeren bestaan uit de componenten oppervlakteafvoer en toestroming van grondwater; de toestroming van grondwater kan worden gesplitst in een langzame component die voor de basisafvoer (Engels: *base flow*) van de rivier zorgt en een snellere component die *subsurface flow* of *interflow* wordt genoemd, deze component wordt gevormd door het water dat zich door de bovenste laag van de bodem beweegt. In de praktijk is het bijna niet mogelijk om een duidelijke scheiding te maken tussen de verschillende componenten. De bijdragen van de componenten hangen af van het neerslagpatroon en de kenmerken van het stroomgebied. In een hellend stroomgebied met kleine infiltratiecapaciteit zal na langdurige neerslag de

oppervlakteafvoercomponent een grote bijdrage leveren aan de rivierafvoer; in vlakke gebieden met grote infiltratiecapaciteit komt zelfs met matig grote neerslagintensiteiten nog geen oppervlakteafvoer voor. Dit is in Nederland op de meeste plaatsen het geval. Toch neemt ook in zo'n geval de afvoer snel toe als gevolg van versnelde toestroming van grondwater. Vooral in intensief gedraineerde gebieden stroomt het grondwater relatief snel af. Als de grondwaterstand weer daalt en greppels en stroompjes droogvallen, vallen achtereenvolgens minder snel reagerende afvoercomponenten uit; hieruit volgt dat er ook in perioden waarin geen regen valt een rivierafvoer kan zijn, de basisafvoer.



Figuur 9.2 - Afvoerverloop Rijn en Maas

In fig. 9.2 is het verloop van de gemiddelde afvoer voor de Rijn en de Maas uitgezet. De Maas vertoont een veel grotere variatie in afvoeren over het jaar dan de Rijn, dit komt omdat de Maas een regenrivier is terwijl de Rijn een gemengde rivier wordt genoemd. De oorsprong van de Rijn ligt in een gletsjergebied waar de neerslag (sneeuw) tijdelijk wordt geborgen en in het voorjaar door smelten vertraagd tot afstroming komt.

Men onderscheidt in de hydrologie de volgende typen rivieren:

- Permanente rivieren: rivieren die het hele jaar water afvoeren (bv. de Rijn en de Maas);
- Droogvallende rivieren: rivieren die alleen in het natte seizoen water afvoeren (vele kleinere beken in ons land);
- Wadi's: rivieren die alleen afvoeren na zware regenval. Bij dit soort rivieren ligt de grondwaterspiegel altijd lager dan de rivierbedding.

9.3.2. Bepalende factoren

Een rivierafvoer kan worden gezien als de uitvoer van een systeem, het stroomgebied, met als invoer het klimaat. Het stroomgebied kan worden beschreven aan de hand van de gesteldheid van het oppervlak:

- topografie (hellingen, waterscheiding, grootte);
- begroeiing;
- landinrichting en landgebruik;
- verhard oppervlak;
- de ondergrond, die wordt bepaald door de geologische opbouw.

Daarom begint het modelleren van een stroomgebied met het verzamelen van goed kaartmateriaal, waaronder:

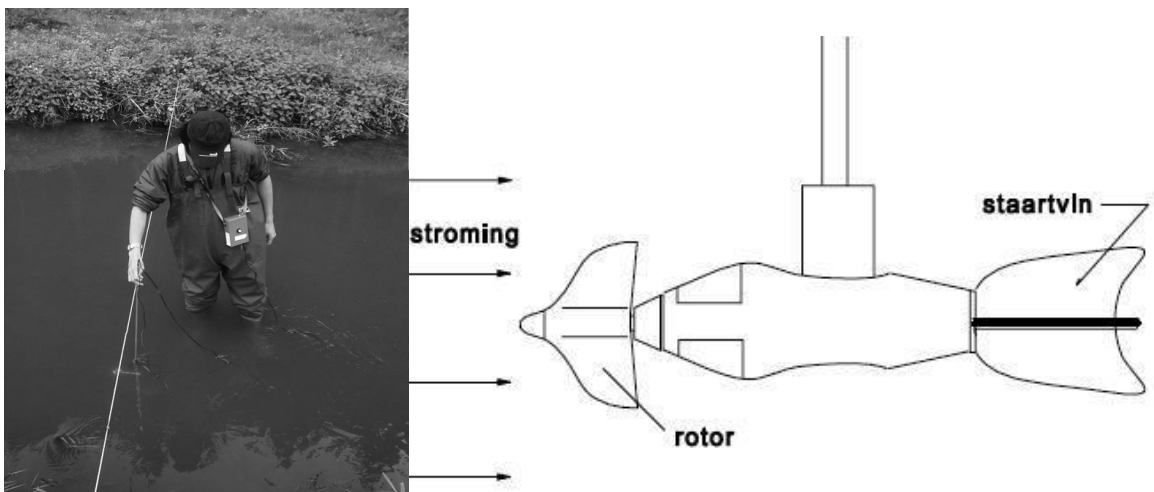
- topografische kaarten;
- kaarten m.b.t. landgebruik;
- demografische kaarten (stedelijk gebied);
- geologische kaarten;
- bodemkaarten.

Remote sensing beelden kunnen hierbij ook van toepassing zijn: recente veranderingen in een gebied kunnen met behulp van zulke beelden snel gesignaleerd en verwerkt worden. Naast kaartmateriaal blijft altijd de noodzaak aanwezig om waarnemingen in het veld te verrichten, omdat daarmee vaak essentiële informatie kan worden verkregen. Vaak blijkt de infiltratiecapaciteit van een gebied van groot belang te zijn voor het verloop van rivierafvoeren. Als bijvoorbeeld door menselijk handelen (vergroting van het verhard oppervlak) de infiltratiecapaciteit gereduceerd wordt, kan dit een aanzienlijke verhoging van rivierafvoeren tot gevolg hebben.

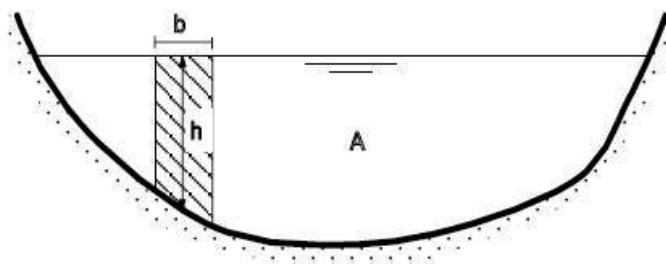
9.3.3. Afvoermetingen

Bij afvoermetingen gaat het er om een continue registratie van de waterhoogten te verkrijgen. Door daarnaast vast te stellen wat de relatie is tussen de waterhoogte en de afvoer (*Q-h kromme*, *rating curve*), kan de continue waterhoogtereregistratie worden omgezet in een afvoerloop. De ligging van een meetstation (Engels: *gauging station*) om de rivierafvoeren te meten is erg belangrijk; om goede resultaten te verkrijgen moet de relatie tussen waterhoogte en afvoer eenduidig en stabiel zijn. De benedenstroomse hydraulische kenmerken van de rivier die invloed hebben op de waterhoogte moeten daarom ook onveranderlijk zijn en een meetbare verandering in de afvoer moet een duidelijke verandering in waterhoogte tot gevolg hebben. Verder zal het station ook bij hoge afvoeren toegankelijk moeten zijn.

Handmatige afvoermetingen worden uitgevoerd in een recht gedeelte van de rivier, waar de stroomlijnen dus bij benadering parallel lopen en de watersnelheden zodanig zijn dat ze met een gebruikelijke *OTT-molen* (fig 9.3) gemeten kunnen worden (een OTT-molen kan bijv. niet gebruikt worden in een turbulente bergbeek). De OTT-molen registreert het aantal omwentelingen in een bepaalde tijd, waaruit de gemiddelde stroomsnelheid afgeleid kan worden. De dwarsdoorsnede A van de waterloop wordt onderverdeeld in een aantal segmenten $h*b$ (zie fig. 9.4). De gemiddelde stroomsnelheid kan dus bepaald worden voor één segment $h*b$. De stroomsnelheidsmetingen moeten niet te ver plaatsvinden van de plaats waar de waterhoogtemeter staat die h moet bepalen, omdat dan de gevonden $Q-h$ relatie kan gaan afwijken.



Figuur 9.3 – OTT-molen



Figuur 9.4 - Dwarsdoorsnede waterloop

De afvoer Q van de rivier wordt nu verkregen door de gemiddelde snelheid over verticaal h te vermenigvuldigen met de oppervlakte van het segment $h*b$; vervolgens worden de debieten van alle segmenten opgeteld om het totale debiet door de dwarsdoorsnede A te verkrijgen.

Dus:

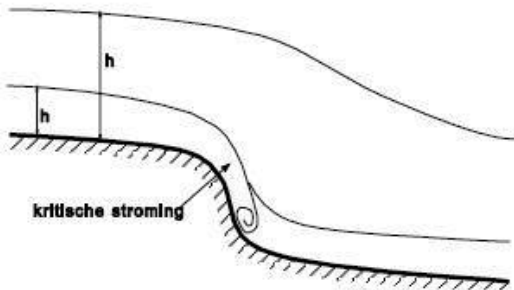
$$Q = \int v dA \approx \sum (\overline{v} h b) \quad [L^3 T^{-1}]$$

9.3.4. Q-h relaties

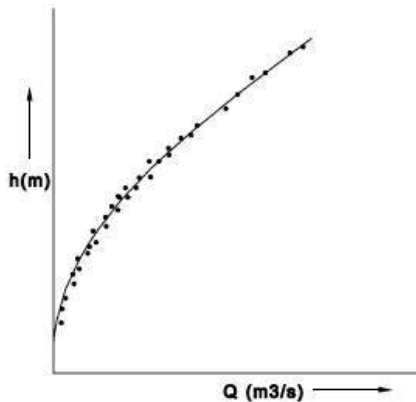
Het vaststellen van een betrouwbare relatie tussen de gemeten variabele waterhoogte en de corresponderende afvoer is essentieel bij meetstations waar continue waterhoogtereregistraties moeten worden omgezet in continue afvoerverlopen. Deze relatie is afhankelijk van de kenmerken van het riviergedeelte en de afstand tussen afvoermeting en waterhoogtereregistratie. De toestand van een natuurlijke rivier is meestal niet stabiel, zodat van tijd tot tijd nieuwe afvoermetingen moeten worden gedaan; vooral na hoge afvoeren kan een rivier zoveel zijn veranderd, dat de Q-h relatie is gewijzigd.

De afvoermetingen Q kunnen worden uitgezet tegen de corresponderende waterstanden h : meestal liggen de punten zo dat er een benadering parabolische kromme doorheen getekend kan worden (fig. 9.6). Wanneer de punten geen enkelvoudige doorlopende kromme vormen kan dat betekenen dat de benedenstroomse invloedsfactoren aan verandering onderhevig zijn. Zoals een watervalletje, dat voor een natuurlijke randvoorwaarde zorgt. Bij hoge waterstanden verdrinkt zo'n watervalletje, wat een verandering van de helling van de Q-h kromme tot gevolg heeft (fig.

9.5). Ook wanneer het zomerbed van een rivier geheel gevuld is en de uiterwaarden beginnen onder te lopen verandert de Q-h kromme; dit wordt veroorzaakt doordat de uiterwaarden heel andere hydraulische eigenschappen hebben.



Figuur 9.5 - Wijziging benedenstroomse randvoorwaarde



Figuur 9.6 - Q-h relatie

De Q-h kromme kan in veel gevallen bij benadering beschreven worden door een vergelijking van de vorm:

$$Q = ah^b \quad [L^3T^{-1}]$$

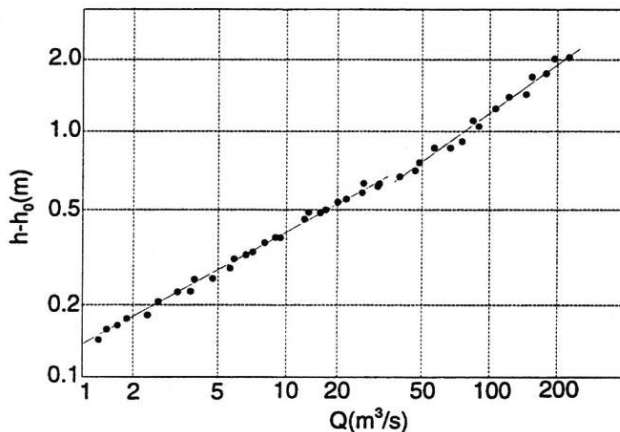
Meestal geldt echter dat $h \neq 0$ als $Q=0$, om dit in de formule terug te laten komen, moet er een correctie worden aangebracht:

$$Q = a(h - h_0)^b \quad [L^3T^{-1}]$$

De constanten a, b en h_0 kunnen worden gevonden met de kleinste kwadraten methode. Wanneer de Q-h kromme geen vloeiende curve blijkt te zijn kan het uitkomst bieden om een logaritmische schaal te gebruiken. De vergelijking wordt dan:

$$\log Q = \log a + b \log(h - h_0) \quad [-]$$

Als deze vergelijking wel een aantal rechte lijnen beschrijft, kan aan de hellingsveranderingen het effect van benedenstroomse randvoorwaarden worden afgelezen.



Figuur 9.7 - Q-h relatie op logaritmische schaal

In fig. 9.7 is te zien dat bij een $h-h_0$ van ongeveer 0,7 een overgang plaatsvindt naar een andere Q-h relatie; wanneer zo'n overgang duidelijk gerelateerd kan worden aan een waargenomen verandering van benedenstroomse randvoorwaarde mogen voor de verschillende lijnstukken aparte vergelijkingen worden opgesteld. Dit is bijvoorbeeld het geval als in fig. 9.5 de overgang van kritische naar subkritische stroming plaatsvindt en een randvoorwaarde nog verder benedenstrooms de stroming gaat controleren. Bovenstaande houdt ook in dat voorzichtig moet worden omgesprongen met lineaire extrapolatie van Q-h krommen op log schaal.

9.3.5. Uniforme stroming in kanalen en natuurlijke waterlopen

Chézy en Strickler-Manning

Verschiede mensen hebben geprobeerd om een goede relatie op te stellen voor het debiet dat door een waterloop stroomt, als de waterhoogte in verschillende punten bekend is. Als je uitgaat van uniforme stroming (debiet en hydraulische straal zijn constant), zijn de volgende relaties goed bruikbaar.

Het debiet volgens Chézy luidt:

$$Q = \bar{A}v = CA\sqrt{Rs} \quad [L^3/T] \quad [9.1]$$

Het debiet volgens Strickler-Manning:

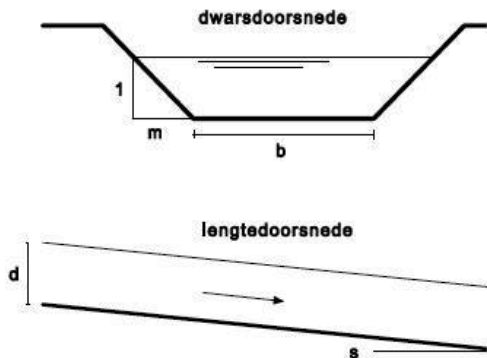
$$Q = \bar{A}v = \frac{AR^{2/3}s^{1/2}}{n} \quad [L^3/T] \quad [9.2]$$

$$\text{met: } A = (b + md)d \quad [L^2] \quad R = \frac{A}{P} \quad [L] \quad P = b + 2d\sqrt{1+m^2} \quad [L]$$

Waarin:

Q	afvoer	$[L^3T^{-1}]$
A	natte doorsnede van de waterloop	$[L^2]$
v	gemiddelde stroomsnelheid Q/A	$[LT^{-1}]$

R	hydraulische straal	[L]
P	natte perimeter van de waterloop	[L]
s	energieverhang (bij uniforme stroming = bodemverhang = verhang waterlijn)	[-]
n	Strickler-Manning ruwheidscoëfficiënt	[L ^{1/3} T ⁻¹]
C	Chézy ruwheidscoëfficiënt	[L ^{1/2} T ⁻¹]
d	waterdiepte	[L]
m	helling: horizontale afstand bij 1 m verticale verplaatsing	[-]
b	beddingbreedte	[L]



Figuur 9.8 - Grootheden bij Strickler- Manning

Het verschil tussen de twee benaderingen ligt in de bepaling van de ruwheidscoëfficiënt. De ruwheidswaarde van Chézy C is niet constant voor een bepaalde waterloop en is ook afhankelijk van de waterdiepte (en de hydraulische straal). Met behulp van andere formules kan C worden berekend. De ruwheidswaarde n is onafhankelijk van de waterdiepte in een waterloop, maar wordt bepaald door kenmerken van de waterloop zoals bodem, vegetatie en vorm. Waarden van n voor verschillende soorten waterlopen zijn onderzocht en getabelleerd. In sommige gevallen wordt met de formule van Strickler-Manning gewerkt en in andere gevallen met de formule van Chezy. Een aantal waarden voor n staan in tabel 9.1. In de literatuur worden voor C en n de volgende relaties gevonden.

$$C = 5,75\sqrt{g} \log(12Rn) \quad [L^{1/2}T^{-1}]$$

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} \quad [L^{1/2}T^{-1}]$$

Tabel 9.1 - Indicatie van ruwheidswaarden voor de Strickler-Manning vergelijking (bron: 'Open-channel hydraulics' – Ven te Chow, International Student Edition, 1959, blz. 111-113 (gemiddelde waarde))

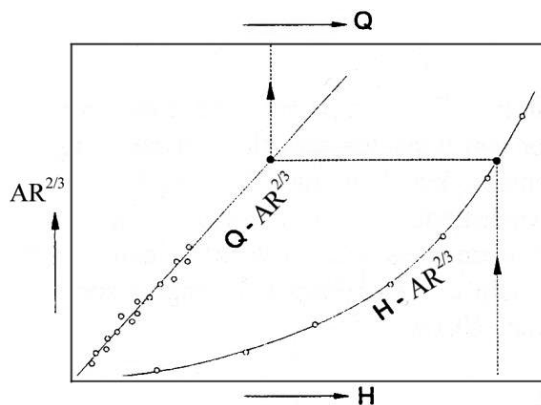
Type waterloop	Manning ruwheidswaarde n
Gebouwde waterlopen:	
- Hout	0,012
- Beton	0,013
- Grind	0,020
Gebaggerde waterlopen:	
- Aarde, recht en uniform	0,018
- Rotspunten	0,035
- Niet onderhouden	0.080
Natuurlijke waterlopen:	
- Goed onderhouden, recht	0,030
- Goed onderhouden, slingerend	0,040
- Slingerend, met vegetatie	0,045
- Met stenen en vegetatie	0,050
Uiterwaarden:	
- Grasland, kort gras	0,030
- Akkerbouw	0,040
- Struikgewas	0,050
- Dicht struikgewas	0,070
- Dichte bebossing	0,100

Methode van Stevens

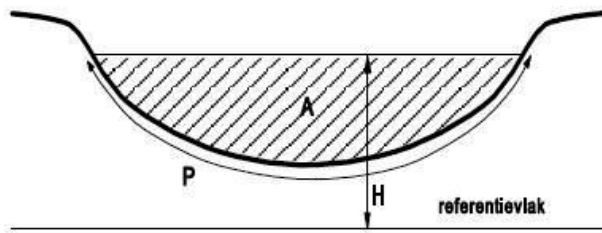
De methode van Stevens is een eenvoudige manier om de afvoer Q te berekenen. Er wordt uitgegaan van de formule van Strickler-Manning ([9.2]). Nu wordt echter verondersteld dat

$\frac{\sqrt{s}}{n}$ constant is met waarde c , er volgt dan:

$$Q = cAR^{2/3} \quad [L^3/T] \quad [9.3]$$



Figuur 9.9 - Grafiek bij methode van Stevens



Figuur 9.10 - Doorsnede rivier

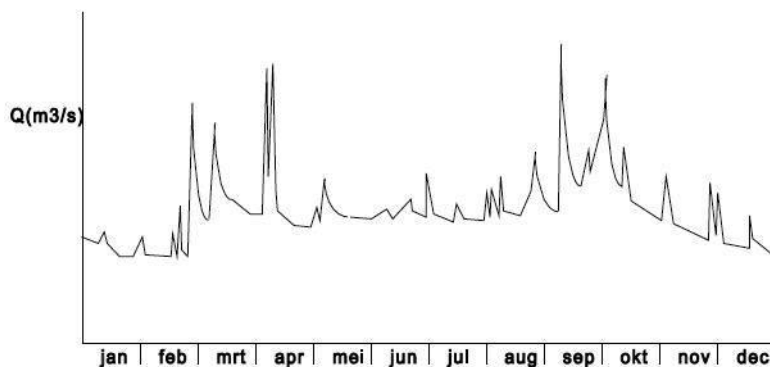
Bij een bepaalde waterhoogte H t.o.v. het referentievlak, kunnen A en P worden bepaald, waaruit vervolgens R kan worden bepaald. Voor een aantal waarden van H is de afvoer Q gemeten waaruit constante c kan worden bepaald (rechte lijn in fig. 9.9); door extrapolatie van deze lijn kan voor grotere waarden van H de afvoer Q worden bepaald via de gekromde lijn in fig. 9.9.

De methode is dus gebaseerd op een lineaire relatie tussen Q en $AR^{2/3}$, dus de aanname dat de Chezy coefficient (C) constant is voor alle waterhoogten. Deze aanname is natuurlijk twijfelachtig, omdat is gebleken dat C wel gevoelig is voor veranderingen van de waterhoogte.

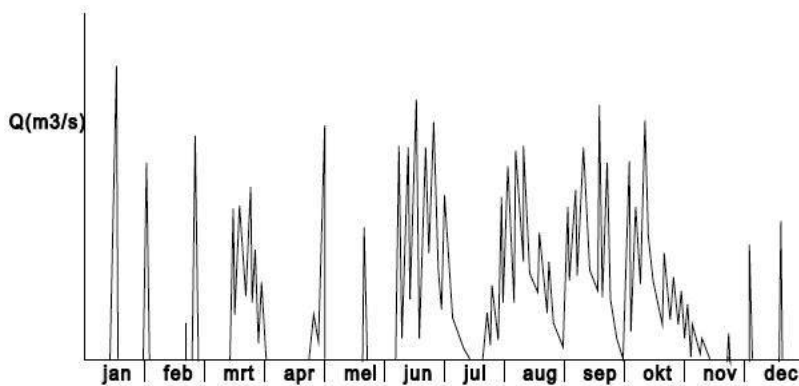
9.3.6. Bewerking van afvoergegevens

Afvoerverlooppijnen

Afvoeren kunnen grafisch worden weergegeven als functie van de tijd; dit wordt een afvoerverlooppijn genoemd (Engels: *hydrograph*). Vaak worden voor rivieren afvoerverlooppijnen op jaarbasis samengesteld. De grafiek geeft dan het afvoerverloop gedurende een jaar. In de afvoerverlooppijnen is duidelijk te zien of een rivier een continue basisafvoer heeft, of delen van het jaar droog staat. Fig. 9.11 geeft het afvoerverloop van zo'n rivier met continue afvoer; de pieken worden veroorzaakt door hoge neerslagintensiteiten die een snelle afvoer tot gevolg hebben. De afvoerverlooppijn van fig. 9.12 is afkomstig van een rivier met een sterk seizoensgebonden karakter; bepaalde delen van het jaar staat de rivier droog.



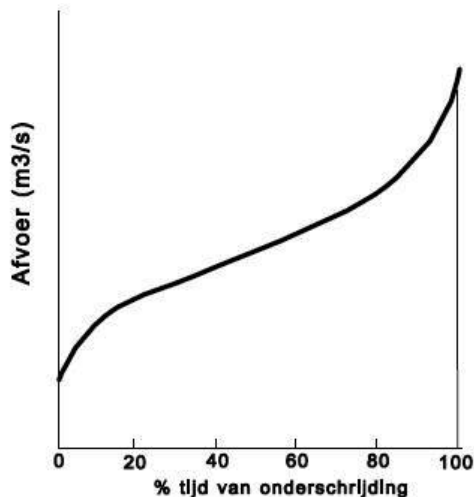
Figuur 9.11 - Rivier met continue basisafvoer



Figuur 9.12 - Rivier met periodieke basisafvoer

Duurlijnen

Een duurlijn geeft de cumulatieve frequentie van voorkomen van rivierafvoeren aan, m.a.w. een duurlijn geeft aan hoeveel procent van de tijd een bepaalde afvoer wordt onder- dan wel overschreden (fig. 9.13).



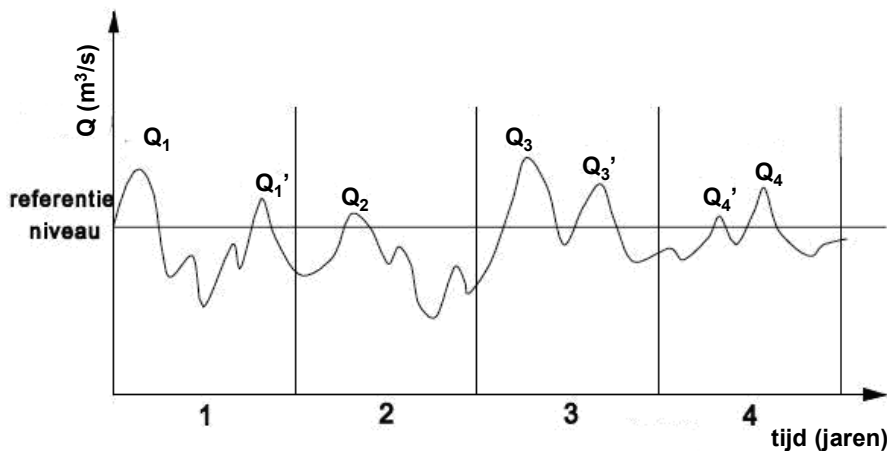
Figuur 9.13 - Duurlijn

Een duurlijn is geen waarschijnlijkheidskromme voor de afvoer op een bepaalde dag, rivierafvoeren op achtereenvolgende dagen zijn namelijk sterk gecorreleerd en de afvoeren variëren met het jaargetijde. Een duurlijn geeft wel een goede indruk van de variabiliteit van een rivierafvoer; er kan bijvoorbeeld mee worden nagegaan in hoeverre lage afvoeren invloed hebben op het watergebruik. In dit verband is het vooral belangrijk om kennis te hebben van de aaneengesloten duur van perioden waarin een bepaalde waterstand wordt onder- dan wel overschreden. Deze informatie kan worden verkregen uit de duurlijn aangevuld met gegevens over het aantal perioden dat een afvoer wordt onder- of overschreden.

Frequentie van voorkomen van extreme afvoeren

De metingen van continue automatische afvoerregistratiesystemen kunnen veel informatie geven over de frequentie van piekafvoeren. Een serie afvoermetingen wordt steeds nuttiger naar mate hij langer is, vaak zijn series echter wel te kort om een ontwerprequentie te bepalen die overeenkomt met de levensduur van civiele werken in een rivier.

In de afvoerhydrologie worden twee soorten datasets met piekafvoeren gedefinieerd: een serie met jaarlijkse maximum afvoeren (*annual maximum series*) en een serie met piekafvoeren die groter zijn dan een bepaalde vastgestelde afvoer (*partial duration series*). Bij een serie van jaarlijkse maximum afvoeren moeten de afvoeren voor statistische doeleinden onafhankelijk van elkaar zijn; daarom wordt vaak van rivierjaren gebruik gemaakt (zie par. 9.4). Fig. 9.14 geeft een voorbeeld van een dataset met de verschillende soorten maximum afvoeren.



Figuur 9.14 - Dataset met piekafvoeren

Q_1 t/m Q_4 vormen een jaarlijkse serie maximumafvoeren; voor de serie afvoeren die het referentieniveau overschrijden moet deze jaarlijkse serie nog worden aangevuld met Q_1' , Q_3' en Q_4' . Meestal bevat de serie overschrijdende afvoeren dus meer waarden dan de jaarlijkse serie, hoewel dit afhangt van de hoogte van het referentieafvoerniveau.

Analyse van de afvoerfrequenties houdt in dat een schatting wordt gemaakt van de *piekafvoer* Q_T die gemiddeld eens in de T jaar geëvenaard of overschreden wordt. Zo'n afvoer wordt een ' T -jaars afvoer' genoemd of een 'eens in de T jaar afvoer'; de periode van T jaar wordt de *frequentieschaal* genoemd. De frequentieschaal T is dus het lange-termijn gemiddelde van de grootte van de intervallen tussen opeenvolgende overschrijdingen van Q_T . In de praktijk blijken grote schommelingen rond dit gemiddelde op te treden; zo kan een afvoer die volgens de afvoerseries gemiddeld eens in de 25 jaar overschreden wordt ook twee jaar achtereenvolgend optreden! De datasets van jaarafvoeren en van overschrijdende afvoeren geven verschillende waarschijnlijkheidsverdelingen; echter voor frequentieschalen van meer dan 10 jaar zijn de verschillen minimaal en wordt meestal gebruik gemaakt van de jaarlijkse maximum afvoeren.

De verdeling van maxima of minima van afvoeren van een rivier voldoet aan de zogenaamde *extreme-waarde-verdeling*. Onder andere E.J. Gumbel heeft geprobeerd deze verdeling zo goed mogelijk te beschrijven, dit heeft geleid tot twee belangrijke methoden voor minima en maxima: Gumbel voor maxima en log-Gumbel voor minima.

Voor een extreme afvoer-analyse van een rivier is men afhankelijk van eerder gemeten afvoeren. Afvoergegevens zijn echter niet altijd verkrijgbaar of aanwezig, men is dan aangewezen op andere informatie. Soms heeft bijvoorbeeld de plaatselijke bevolking met markeringen de hoogste waterstand in een bepaald jaar aangegeven of men kan aan de wat oudere mensen vragen of ze zich nog hoge waterstanden herinneren en tot hoe hoog het water toen kwam. Deze markeringen van waterstanden zijn echter alleen te gebruiken als de bijbehorende Q - h -kromme enigszins bekend is. Rivierbeddingen zijn echter in de loop der jaren of eeuwen vaak aangepast door middel

van normalisering, door het bouwen of verhogen van dijken of op natuurlijke wijze veranderd (riviermorphologie), waardoor de Q-h-kromme kan zijn veranderd. Daarom moet er voorzichtig worden omgesprongen met gegevens van waterstanden en moet men zoveel mogelijk gebruik maken van debietmetingen.

In 1941 ontwikkelde Gumbel de extreme-waarde-verdeling, die sindsdien succesvol blijkt te zijn voor hydrologische toepassingen. De *Gumbel-verdeling* volgt uit het feit dat voor een serie van extreme waarden $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$, waarbij de waarnemingen onafhankelijk zijn en X een exponentieel verdeelde variabele is (bijvoorbeeld de maximale afvoer in een jaarlijkse waarnemingenreeks), de cumulatieve kans op overschrijding van de waarde X door n waarnemingen kan worden benaderd door:

$$q = e^{-e^{-y}} = 1 - p = 1 - \frac{1}{T} \quad [T^{-1}] \quad [9.4]$$

Waarin:

p	kans op overschrijding van een afvoer $p = (\Pr(Q > x))$	$[T^{-1}]$
q	kans op onderschrijding van een afvoer $q = (\Pr(Q \leq x))$	$[T^{-1}]$
T	frequentieschaal van een afvoer in jaren	$[T]$
y	gereduceerde variabele	$[-]$

Er geldt dus:

$$y = -\ln(-\ln(q)) = -\ln(-\ln(1-p)) = -\ln\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right) \quad [-] \quad [9.5]$$

Om een voorspelling te doen voor een maximale afvoer, moeten de extreme waarden X_i tegen de gereduceerde variabele y worden geplot. Hiervoor moeten de y_i waarden die bij de X_i waarden horen eerst worden bepaald. Deze waarden kunnen via *plotting positie* worden bepaald. Met plotting position wordt eerst de frequentieschaal T_i berekend, waarna met [9.5] y_i kan worden bepaald. De volgende vergelijking kan gebruikt worden voor de plotting positie:

$$T_i = \frac{N+1}{i} \quad [T] \quad [9.6]$$

Waarin:

N	aantal gemeten jaren
i	rangnummer van een gemeten afvoer

Er geldt dus ook:

$$\Pr_i = \frac{i}{N+1} \quad [T^{-1}] \quad [9.7]$$

Waarin $\Pr_i$ de kans is dat een afvoer wordt overschreden, dan wel onderschreden. Dit hangt af van of de waarden oplopend of aflopend worden gerangschikt. Bij het rangschikken van groot naar klein, waarbij de maximale of minimale afvoeren een rangnummer krijgen met $i=1$ voor de grootste waarde en $i=N$ voor de kleinste waarde, ontstaat zo de overschrijdingskans $\Pr_i = p$.

Met de rangnummers kan voor elke extreme waarde de bijbehorende waarde voor T worden berekend. De afvoergegevens kunnen nu in principe uitgezet worden op de verticale as tegen de gereduceerde variabele y op de horizontale as. Er ontstaat dan een puntenwolk waardoor een rechte lijn getrokken kan worden.

Er bestaat echter ook 'Gumbelpapier', waardoor het mogelijk is om de afvoeren direct uit te zetten tegen T (zonder voor elke waarneming de gereduceerde variabele y te hoeven uitrekenen). De horizontale as van het Gumbelpapier is Gumbel-verdeeld. Als alle waarden zijn uitgezet kan er een lijn doorheen worden getrokken. Dit kan het beste op het blote oog gedaan worden en niet door een computer, omdat aan bepaalde punten in de grafiek minder waarde moet worden toegekend, bijvoorbeeld als een bepaald punt veel afwijkt van de overige punten (een afwijkend punt wordt mogelijk veroorzaakt door een verkeerde berekening of uitzetting of een foutieve meting). Bij de frequentieschaal die de gewenste kans op overschrijding of onderschrijding geeft kan nu de bijbehorende afvoer worden afgelezen (zie ook voorbeeld 9.1).

Minimum afvoeren

Als er een analyse gemaakt wordt met minimum afvoeren, wordt in plaats van met een Gumbel verdeling met een log Gumbel verdeling gewerkt. Op de precieze eigenschappen van deze verdeling wordt hier verder niet ingegaan.

Geen afvoergegevens beschikbaar

Wanneer er geen afvoerdata beschikbaar zijn, zal men toch zijn aangewezen op de informatie over waterstanden in het verleden. Eén punt in de grafiek kan men als volgt bepalen: men kan stellen dat ongeveer één keer in de 1,5 jaar ($T = \pm 1,5$) de rivier zijn 'bank full level' bereikt. Dit komt overeen met de hoogte van de dijken of verhogingen langs de oever. Een ander punt in de grafiek, zou kunnen komen van markeringen door de bevolking (bijvoorbeeld de hoogste waterstand van de afgelopen 20 jaar) (zie fig. 9.15).



Figuur 9.15 - Bepaling extreme waarden-grafiek bij gebrek aan afvoerdata

Voorbeeld 9.1 – Gumbel verdeling

In een rivier zijn over een aantal jaren extreme afvoeren gemeten. Deze staan in bijgevoegde tabel. Op basis van de extreme waarde verdeling volgens Gumbel kan hieruit de jaarlijkse extreme afvoer worden geschat waarvoor een onderschrijdingskans van 99% geldt.

Datum	Q (m³/s)
24-2-1969	648
2-3-1969	686
9-3-1969	560
29-3-1969	684
15-4-1969	224
6-1-1970	774
23-2-1971	752
3-1-1972	422
8-1-1972	598
27-3-1972	690
23-1-1973	428
14-3-1973	621
24-9-1973	512
2-1-1974	534
15-3-1974	562
20-3-1974	766
24-3-1974	326
15-4-1974	686
20-4-1974	714
21-5-1975	538
14-11-1975	862
15-12-1975	638
1-1-1976	950

Voor jaarextremen geldt $T = \frac{1}{1 - \Pr(x < X)}$, hieruit volgt dat voor een onderschrijdingskans van

99% ($\Pr(x < X) = 0,99$) geldt $T = \frac{1}{1 - 0,99} = 100$ jaar

Vervolgens kan door middel van de plotting positie de over- en onderschrijdingskans van elke extreme waarde worden bepaald. Hierbij wordt gebruik gemaakt van $P_i = \frac{i}{N+1}$.

Voor de gegeven extremen, geeft dit de volgende over- en onderschrijdingkansen en de gereduceerde variabele y . y wordt berekend via $y = -\ln(-\ln(P(x < X))) = -\ln\left(-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right)$ en

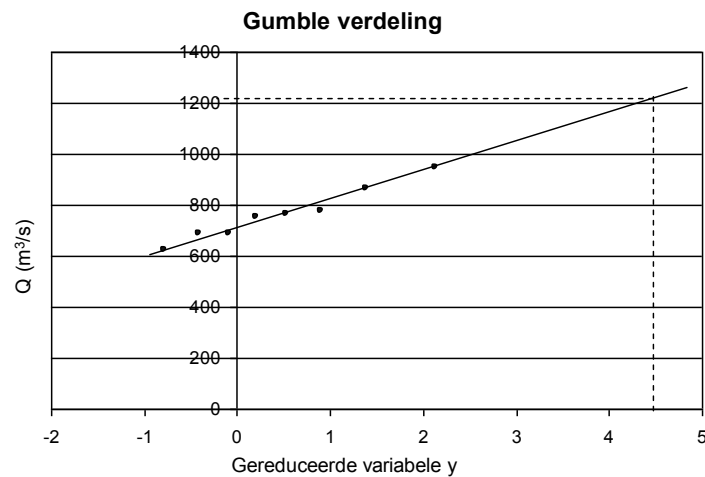
T wordt berekend via $T_i = \frac{N+1}{i}$.

Rangorde nr i	Extreme jaar afvoer	P (Q>x) = p	P (Q≤ x) = q	T	y
1	950	0,111	0,889	9	2,14
2	862	0,222	0,778	4,5	1,382
3	774	0,333	0,667	3	0,904
4	766	0,444	0,556	2,25	0,533
5	752	0,556	0,444	1,8	0,208
6	690	0,667	0,333	1,5	-0,095
7	686	0,778	0,222	1,29	-0,409
8	621	0,889	0,111	1,13	-0,788

Door vervolgens de afvoer tegen y uit te zetten en door de punten een rechte lijn te trekken, kan de waarde geschat worden voor de extreme afvoer met een onderschrijdingskans van 99%. Via

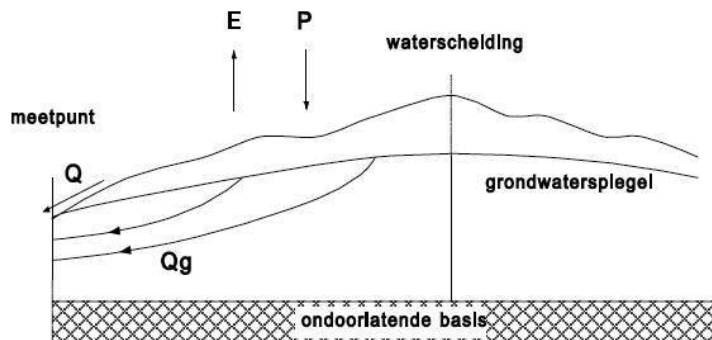
$y = -\ln(-\ln(1 - \frac{1}{T}))$ volgt namelijk dat voor T = 100 jaar, geldt dat y = 4,6. Uit de grafiek volgt

dat bij y = 4,6 een afvoer van ongeveer 1200 m³/s hoort.

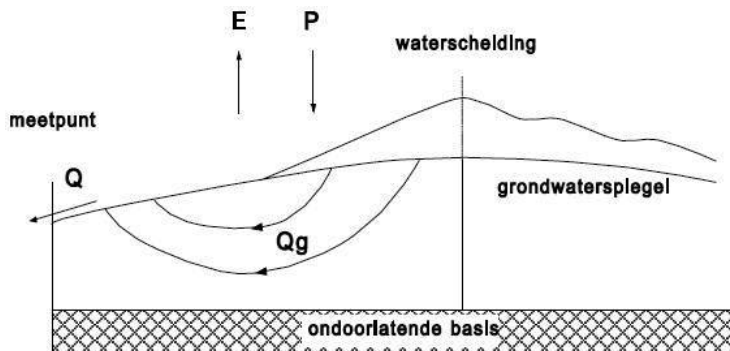


9.4. Jaarlijkse afvoeren

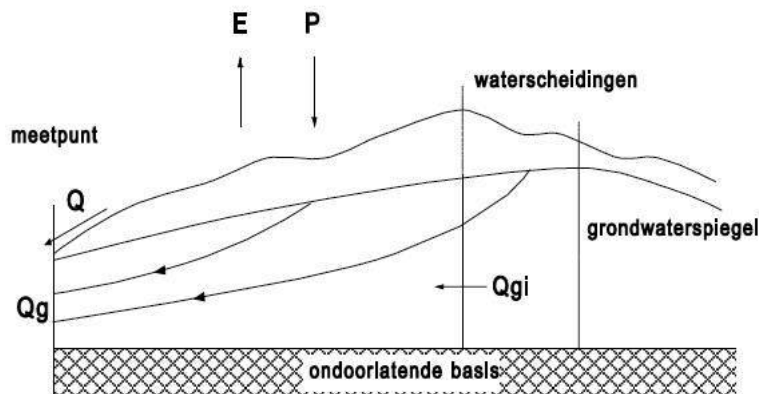
Wanneer voor het neerslag-afvoer proces een balans op jaarbasis wordt opgesteld, mag worden verondersteld dat de berging te verwaarlozen is; de neerslag P gaat dan op in evaporatie E , oppervlakteafvoer Q en grondwaterafvoer Q_g (fig. 9.16). Als het grondwater helemaal binnen het stroomgebied aan de dag treedt (ex-filtratie), vervalt de grondwaterterm en is de neerslag gelijk aan evaporatie en oppervlakteafvoer (fig. 9.17). In geval er toestroming van grondwater Q_{gi} onder de topografische waterscheiding plaatsvindt, moet deze in de balans bij de inkomende termen worden gevoegd (fig. 9.18).



Figuur 9.16 $P = E + Q + Q_g$



Figuur 9.17 $P = E + Q$



Figuur 9.18 $P + Q_{gi} = E + Q + Q_g$

Neerslag-afvoer relatie

Wanneer de neerslag-afvoer relatie op jaarbasis beschouwd wordt, moet eerst worden bepaald waar het jaar begint en eindigt. In het algemeen wordt de scheiding niet per kalenderjaar gelegd, maar op het moment dat de afvoeren gemiddeld het kleinst zijn; dan zijn namelijk ook de verschillen in berging tussen het begin en het eind van zo'n jaar het kleinst. Een zo gekozen jaar heet een *rivierjaar*, in ons klimaat begint een rivierjaar op 1 oktober of 1 november. Een relatie tussen de neerslag en de afvoer op jaarbasis kan worden verkregen als men voor een reeks van jaren over neerslag- en afvoergegevens beschikt. Vaak is dit niet het geval en ontbreekt een deel van de gegevens, meestal de afvoergegevens. Bekende relaties voor nabijgelegen stroomgebieden of voor boven- of benedenstrooms gelegen meetpunten kunnen dan uitkomst bieden, maar moeten voorzichtig worden toegepast: ondergrondse toe- en/of afstroming kan sterk verschillen per gebied, en dus tot verschillende relaties leiden.

9.5. Basisafvoer

De basisafvoer is de afvoer die zo goed als onafhankelijk is van regenbuien. Aan het eind van regenloze perioden, komen minimum afvoeren voor, welke dus alleen nog veroorzaakt worden door de basisafvoer (wordt ook wel uitputtingsverloop of droogweer afvoer genoemd). De afvoer wordt dan gevoed door uitputting van één of meerdere vormen van berging. Het water kan geborgen zijn als:

1. grondwater;
2. in oppervlaktewateren;
 - a. natuurlijk; meren en moerassen en de rivieren zelf;
 - b. kunstmatig: stuwmere, reservoirs;
3. in de vorm van sneeuw.

Het mechanisme van de basisafvoer werkt als volgt: door de afvoer verminderen de geborgen hoeveelheden. Bij bergingsvormen 1 en 2a bestaat er vervolgens een natuurlijke relatie tussen afvoer Q en de geborgen hoeveelheid S op een bepaald moment. Hoe kleiner de geborgen hoeveelheid, des te geringer de afvoer Q . Deze vormen van berging zijn op te vatten als reservoirs die langzaam leeglopen; voor deze reservoirs geldt een vaste relatie tussen Q en S , bijvoorbeeld:

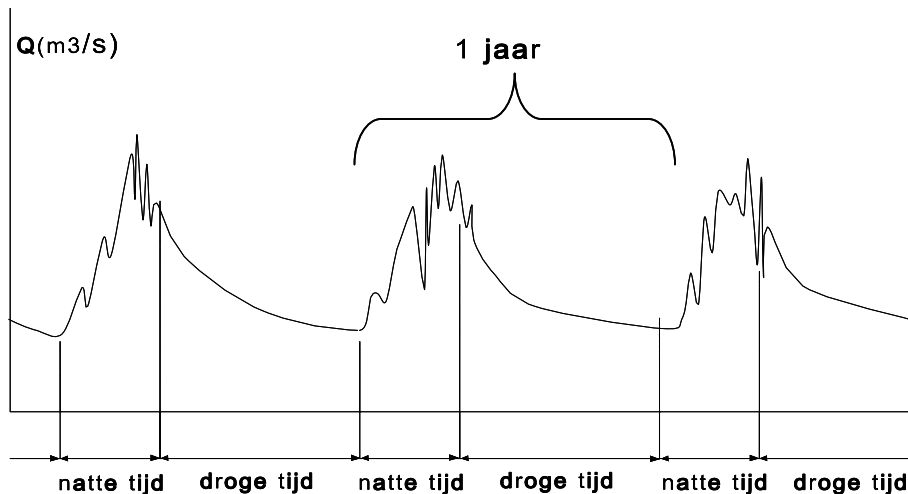
$$S = kQ^n \quad [L^3] \quad [9.8]$$

Hierin is k de reservoircoëfficiënt, het belang van deze coëfficiënt voor rivieren wordt behandeld in de volgende paragrafen. Voor grondwaterreservoirs geldt veelal dat $n = 1$: de grondwaterberging werkt dan als een lineair reservoir, en $k [T]$ is dan de gemiddelde verblijftijd van het water.

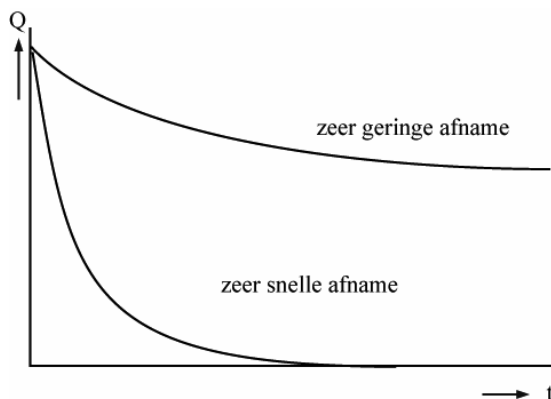
Bij bergingsvorm 2b wordt het verband tussen de geborgen hoeveelheid S en de afvoer Q voornamelijk beheerst door de bediening van schuiven en stuwen. Bij bergingsvorm 3 wordt de afvoer Q , behalve door de nog aanwezige voorraad sneeuw, in sterke mate bepaald door de weersgesteldheid (zonnestraling en temperatuur). In het hiernavolgende zal uitsluitend op de uitputting van grondwatervoorraden worden ingegaan.

9.5.1. Uitputting van de grondwatervoorraad

Het afvoerverloop als gevolg van uitputting van de grondwatervoorraad is het meest sprekend in die klimaten waar jaarlijks één regenperiode voorkomt, die slechts enkele maanden duurt. Voor zulke klimaten is het afvoerverloop in fig. 9.19 kenmerkend.



Figuur 9.19 - Kenmerkend afvoerverloop van rivieren in een klimaat met één jaarlijkse regenperiode



Figuur 9.20 - Uiterste uitputtingsverlopen van een grondwaterreservoir

De afname van de afvoer gedurende de droge tijd kan meer of minder snel plaatsvinden, zoals is verduidelijkt in fig. 9.20. Het zal duidelijk zijn dat de afvoerkromme met een zeer snelle afname van een snelreagerend stroomgebied is.

Deze mate van afname van de afvoer en de mate van de afname van de grondwatervoorraad, die tot uiting komt in de daling van de grondwaterstanden, wordt bepaald door de volgende factoren:

- a) de stroomgebiedseigenschappen:
 - het karakter van het drainagenetwerk of net van open wateren (drainage density), bepaald door de dichtheid, de afstanden (L) en de diepte van de rivieren, beken, sloten, greppels of drains;
 - het doorlaatvermogen KD van de ondergrond (transmissibility of transmissivity);

- de bergingscoëfficiënt μ (storage coefficient of specific yield). De bergingscoëfficiënt is gelijk aan de porositeit p , verminderd met het vochtgehalte bij veldcapaciteit (specific retention).
- b) de verdamping: dit geldt voornamelijk voor ondiepe grondwaterstanden, omdat dan behalve door afstroming ook door capillaire opstijging en verdamping van het bodemvocht water aan het grondwater wordt onttrokken.

9.5.2. Uitputtingsverlopen in de realiteit

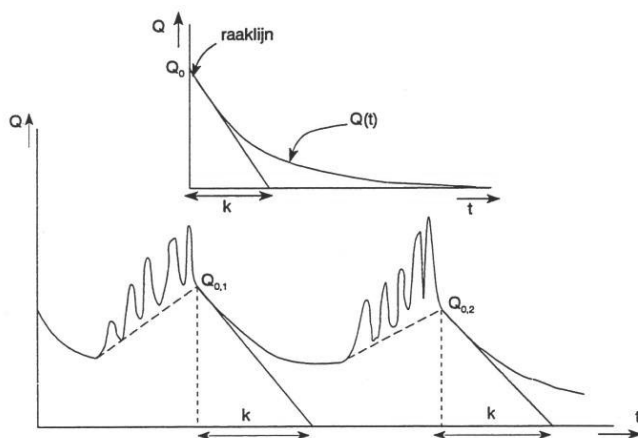
Ondanks dat er een grote variatie zit in de waterlopen en de geohydrologische gesteldheid in stroomgebieden, is uit metingen gebleken dat het uitputtingsverloop van natuurlijke waterlopen vaak benaderd kan worden met de relatie:

$$Q_t = Q_0 e^{\frac{-t}{k}} \quad [L^3 T^{-1}] \quad [9.9]$$

Waarin Q_t de afvoer is op een tijdstip t na het optreden van afvoer Q_0 . Het tijdstip, waarop de afvoer Q_0 bedraagt, kan, uiteraard binnen het uitputtingsverloop, willekeurig gekozen worden. De afleiding van deze formule kan als volgt verkregen worden.

procesvergelijking:	$S(t) = kQ(t) \quad (n=1)$	$[L^3]$	
waterbalans:	$\frac{dS}{dt} = -Q \quad (\text{want } I=0)$	$[L^3 T^{-1}]$	
substitutie:	$k \frac{dQ}{dt} + Q = 0$	$[L^3 T^{-1}]$	[9.10]
met k constant:	$Q(t) = Q(0) e^{\frac{-t}{k}}$	$[L^3 T^{-1}]$	

In fig. 9.21 wordt de betekenis van de *reservoircoëfficiënt* k toegelicht (zie ook fig. 9.20). k is dus een tijdschaal voor het uitputten van een reservoir.



Figuur 9.21 - Afleiding reservoircoëfficiënt k uit een afvoerverloop

9.6. Afvoerbare neerslag

9.6.1. 'Verliezen'

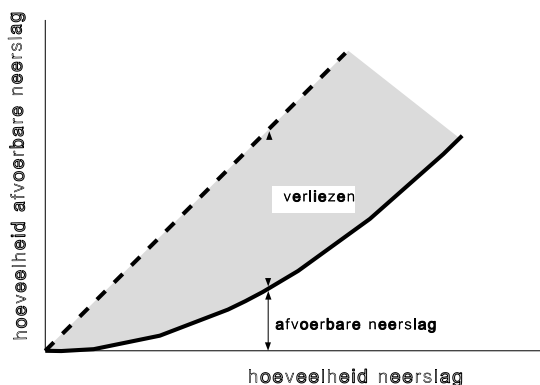
Zoals al eerder naar voren is gekomen kan een aantal verliesposten worden genoemd m.b.t. de afvoer van neerslag. Formeel gezien is er natuurlijk geen sprake van een verlies, omdat in de hydrologische cyclus nooit water verloren gaat. Toch wordt het woord verlies vaak gebruikt als men een bepaald mechanisme op het oog heeft, zoals hier de rivierafvoer. Deze 'verliezen' vormen het verschil tussen de werkelijke neerslag P en de afvoerbare neerslag P_a , en bestaan uit:

- interceptie I ;
- infiltratie F ;
- berging in het terrein dS_s/dt .

De netto afvoerbare regenval wordt uitgedrukt als P_a en kan met de onderstaande vergelijking worden berekend.

$$P_a = P - I - F - \frac{dS_s}{dt} \quad [LT^{-1}]$$

Aangezien de duur van een bui relatief kort is en de luchtvochtigheid tijdens een bui groot is, kan de verdamping verwaarloosd worden t.o.v. de neerslag, waardoor deze ook niet terugkomt in de vergelijking voor P_a . Als er sprake is van een snelreagerende grondwaterafvoer component, heeft infiltratie tot gevolg dat het bodemvocht wordt aangevuld en de grondwaterspiegel stijgt. Het verloop van de zogenaamde 'verliezen' (dit is eigenlijk de infiltratie, interceptie en plasvorming) kan weergegeven worden met de hoeveelheid afvoerbare neerslag als functie van de hoeveelheid neerslag (fig. 9.22).



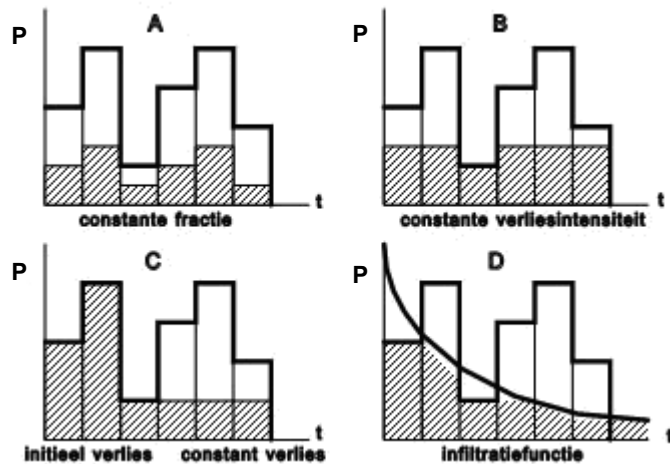
Figuur 9.22 – Relatie tussen neerslag en afvoerbare neerslag

Het verloop van de afzonderlijke verliescomponenten hangt sterk af van de intensiteit en duur van een bui en van de kenmerken van het stroomgebied. In fig. 9.22 is wel te zien dat het aandeel van de 'verliezen' steeds kleiner wordt naarmate er meer neerslag valt. Dit is logisch als men bedenkt dat het vermogen om water vast te houden in een gebied afneemt met de hoeveelheid die al vastgehouden wordt.

9.6.2. Rekenen met 'verliezen'

Het kwantitatief vaststellen van de afvoerbare neerslag brengt een grote mate van onzekerheid met zich mee in de afvoerhydrologie: er zijn veel factoren van invloed, deze factoren zijn

moeilijk te kwantificeren en het verzamelen van alle benodigde gegevens is praktisch onmogelijk. Soms is het wel mogelijk om de totale grootte van de 'verliezen' redelijk te benaderen, maar de verdeling daarvan over de duur van een bui blijft moeilijk te bepalen. Er zijn een aantal concepten om de 'verliezen' in rekening te brengen.



Figuur 9.23 - Verliesfuncties en afvoerbare neerslag

Voor elke grafiek uit fig. 9.23 is een ander concept gebruikt:

- A:** Hier is het verlies een constante fractie van de neerslagintensiteit, bv. 1/3 deel. Wanneer de intensiteit constant is, houdt dit in dat het verlies een percentage van de totale neerslag is.
- B:** Hier is uitgegaan van een constante verliesintensiteit; alleen de neerslag boven deze intensiteit komt tot afstroming.
- C:** Deze grafiek is gelijk aan die van B, maar er moet eerst aan een bepaalde verliescapaciteit worden voldaan, voordat er neerslag tot afstroming komt.
- D:** Hier is gewerkt met een infiltratiefunctie die het verloop van de verliesintensiteit in de tijd voorstelt. Alleen de neerslag boven deze curve komt tot afstroming.

Natuurlijk zijn ook combinaties van bovenstaande functies mogelijk, zoals A en C.

Opmerking

Aanvankelijk is gezegd dat de verliesintensiteit afneemt in de tijd; hieraan zou alleen functie D voldoen. In tussenliggende perioden met kleinere neerslagintensiteiten kan echter enig herstel optreden van de potentiële verliesintensiteit. Daarom kunnen de overige concepten toch praktisch nut hebben.

9.6.3. Vochttoestand van een stroomgebied

Naast de hoeveelheid en de duur van de neerslag en topografische en geografische kenmerken van een gebied is de voorafgaande weersgesteldheid van groot belang voor bepaling van de afvoerbare neerslag; deze factor kan bij gelijke neerslagomstandigheden een grote variatie in afvoerverlopen bewerkstelligen.

De voorafgaande weersgesteldheid uit zich in de vochttoestand van een gebied. Als het lang achtereen geregend heeft zal de bodem min of meer verzadigd zijn en weinig water op kunnen

nemen; poriën in de grond zijn nagenoeg geheel gevuld. De neerslag zal daardoor relatief snel afgevoerd worden, wat hoge afvoeren tot gevolg kan hebben.

Een hevige bui na een langdurige droge periode zal echter weinig effect hebben, gesteld dat de infiltratiecapaciteit groot is en het gebied redelijk vlak. De vochttoestand in de bodem wordt wel gekarakteriseerd door de '*Antecedent Precipitation Index*' ofwel A.P.I. In deze index zijn de neerslaghoeveelheden die in de voorgaande periode zijn gevallen, verwerkt; daarbij neemt de invloed van een bui af naarmate er meer tijd verstreken is.

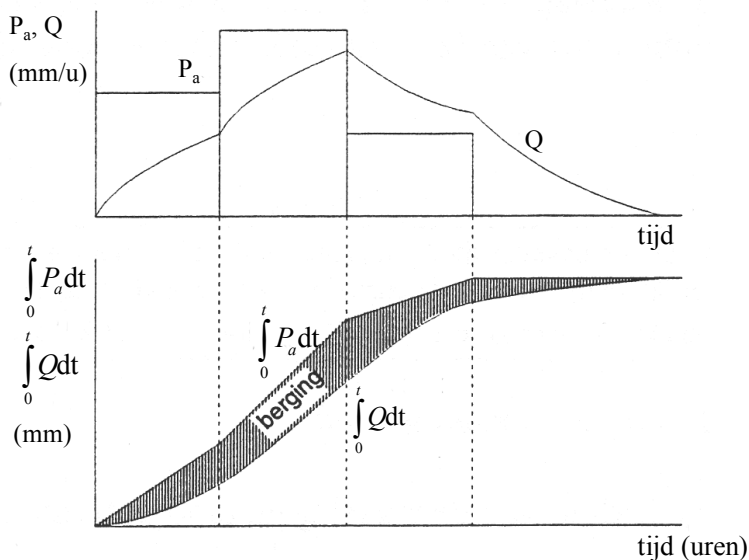
9.7 Afvoermodellen

Voor een (maximale) afvoer van een rivier na een regenbui, is het van belang om te weten hoe snel de regen die op het landoppervlak valt tot afstroming komt. Hiervoor zijn verschillende modellen ontwikkeld die in de volgende paragrafen worden behandeld. De drie modellen, het bergingsbeginsel, het looptijdbeginsel en de eenheidsafvoergolf, berusten allemaal op verschillende aannames en situaties. Voor elke situatie is dus ook een andere methode het handigst om de afvoer te bepalen.

9.8. Het bergingsbeginsel

9.8.1. Principe

Het afvoerproces bevat elementen van berging en van transport, het bergingsbeginsel legt een relatie tussen de oppervlakteafvoer Q en de nog aanwezige afvoerbare neerslag S , zonder rekening te houden met de factor transport. De methode is daardoor alleen van toepassing op kleine stroomgebieden waarin de looptijden van oppervlakteafvoer kort zijn. In fig. 9.24 zijn de afvoerbare neerslag intensiteit P_a en de afvoer Q (zoals aan de eenheid is te zien, wordt Q hier uitgedrukt per eenheid van oppervlak) uitgezet. Eronder zijn de bijbehorende sommatiekrommen, van de afvoer en de neerslag intensiteit, getekend. Op elk tijdstip t is de, in het stroomgebied aanwezige, berging S (mm) het verschil tussen beide sommatiekrommen op dat tijdstip.



Figuur 9.24 - Afvoerbare neerslag intensiteit afvoer Q (per eenheid van oppervlak)

Er wordt nu aangenomen dat de afvoer Q afhangt van de berging S op hetzelfde tijdstip. Meestal wordt deze relatie tussen berging en afvoer weergegeven door een formule die ook bij reservoirs toegepast wordt:

$$S = kQ^n \quad [L^3] \quad [9.11]$$

Per eenheid van oppervlak wordt dezelfde formule gebruikt, maar met diepte in plaats van volume als eenheid.

De eenvoudigste relatie wordt gegeven door $n = 1$ (een lineaire relatie), waarbij de berging evenredig is met de oppervlakteafvoer. k is in dat geval een evenredigheidsconstante met de dimensie tijd en wordt ook wel *verblijftijd* genoemd (Engels: residence time).

9.8.2. Afleiding en toepassing

De grootte van k kan worden bepaald uit waargenomen buien en bijbehorende afvoergolven. Moeilijkheid hierbij is natuurlijk om vast te stellen wat de aanwezige berging in het stroomgebied is; aan de hand van neerslagmetingen kan hier echter vaak een redelijke schatting van worden gemaakt.

De afleiding voor een uitdrukking voor Q , waar de berging niet in voorkomt, wordt nu als volgt (per eenheid van oppervlakte):

Voor het afvoermechanisme geldt: $S = kQ \rightarrow \frac{dS}{dt} = k \frac{dQ}{dt} \quad [LT^{-1}]$

Voor de continuïteit: $dS = (P_a - Q)dt \quad [L]$

Dus geldt: $k \frac{dQ}{dt} = P_a - Q \quad [LT^{-1}]$

Hieruit volgt een uitdrukking voor Q : $Q = P_a + (Q_0 - P_a)e^{\frac{-t}{k}} \quad [LT^{-1}] \quad [9.12]$

Deze formule geldt voor elk tijdsinterval waarin P_a constant is, daarnaast geldt de berekende waarde voor Q aan het eind van een interval als Q_0 voor het volgende interval, etc. (zie ook voorbeeld 9.2). Te zien is dat de afvoer van Q_0 toe- of afneemt richting P_a . In theorie zou de afvoer aan het eind van een oneindig lang tijdsinterval gelijk zijn aan de neerslagintensiteit P_a van dat interval. Voor praktisch gebruik werkt men meestal met gelijke tijdstappen Δt , waarin het afvoerproces lineair wordt verondersteld.

In dat geval geldt:

afvoermechanisme: $S_1 = kQ_1$
 $S_2 = kQ_2 \quad [L]$

continuïteit: $S_2 = S_1 + \left(P_a - \frac{1}{2} \{Q_1 + Q_2\} \right) \Delta t \quad [L]$

Dit geeft voor Q_2 : $Q_2 = \frac{k - \frac{1}{2} \Delta t}{k + \frac{1}{2} \Delta t} Q_1 + \frac{\Delta t}{k + \frac{1}{2} \Delta t} P_a \quad [LT^{-1}] \quad [9.13]$

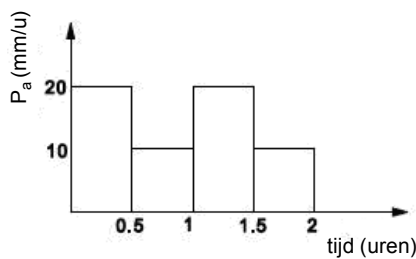
Waarin:

S_1	berging aan het begin van het interval	[L]
S_2	berging aan het eind van het interval	[L]
Q_1	afvoer aan het begin van het interval	[LT ⁻¹]
Q_2	afvoer aan het eind van het interval	[LT ⁻¹]

Merk op dat de som van de coëfficiënten voor Q en P gelijk aan 1 is.

[9.13] kan eenvoudig gebruikt worden om op achtereenvolgende tijdstippen de afvoer te berekenen; de berekende Q_2 wordt als Q_1 ingevuld bij de volgende tijdstap.

Voorbeeld 9.2 - bergingsbeginsel



Het bovenstaande neerslagpatroon is van toepassing op een stroomgebied waarvoor een lineaire relatie geldt tussen afvoer en berging (dus $n=1$). Voor de tijdstappen Δt wordt steeds 0,5 uur genomen.

Nu kan voor verschillende vertragingstijden k de uitdrukking voor Q_2 worden bepaald:

k (uren)	Q_2 (mm/u)
0,5	$Q_2 = \frac{1}{3}Q_1 + \frac{2}{3}P_a$
1,0	$Q_2 = 0,6Q_1 + 0,4P_a$
2,0	$Q_2 = 0,78Q_1 + 0,22P_a$

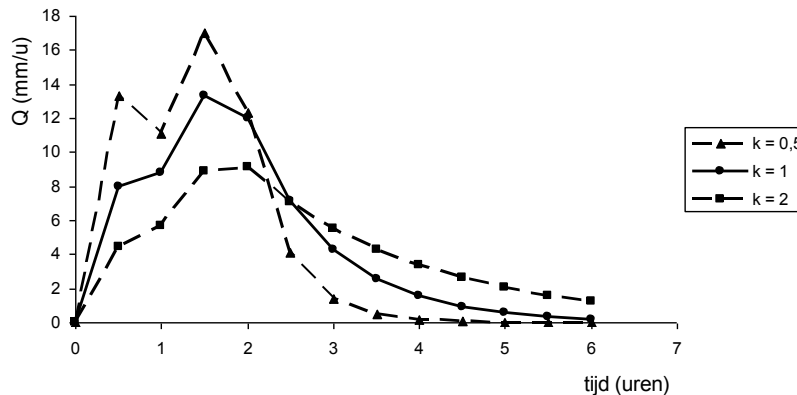
In de onderstaande tabel zijn voor de verschillende waarden van k de afvoerlopen berekend:

t (uur)	interval	P_a (mm/u)	$k = 0,5$		$k = 1$		$k = 2$	
			Q_t (mm/u)	$Q_{t+\Delta t}$ (mm/u)	Q_t (mm/u)	$Q_{t+\Delta t}$ (mm/u)	Q_t (mm/u)	$Q_{t+\Delta t}$ (mm/u)
0	0 - 0,5	20	0	13,3	0	8	0	4,4
0,5	0,5 - 1	10	13,3	11,1	8	8,8	4,4	5,6
1	1 - 1,5	20	11,1	17	8,8	13,3	5,6	8,8
1,5	1,5 - 2	10	17	12,4	13,3	12	8,8	9,1
2	2 - 2,5	0	12,4	4,1	12	7,2	9,1	7,1
2,5	2,5 - 3	0	4,1	1,4	7,2	4,3	7,1	5,5
3	3 - 3,5	0	1,4	0,5	4,3	2,6	5,5	4,3
3,5	3,5 - 4	0	0,5	0,2	2,6	1,6	4,3	3,4
4	4 - 4,5	0	0,2	0,1	1,6	1	3,4	2,7
4,5	4,5 - 5	0	0,1	0	1	0,6	2,7	2,1
5			0	0	0,6	0,4	2,1	1,6

Als controle kan nog de berging S_t worden berekend als $S_t = \int_0^t P_a dt - \int_0^t Q_t dt = kQ_t$ [L]

Onderstaande figuur toont het verloop van de afvoeren; daaruit blijkt duidelijk dat het stroomgebied langzamer reageert naarmate de vertragingstijd groter is. Aan k kan dus in dit opzicht een fysische betekenis worden toegekend.

Afvoeren volgens bergingsbeginsel



Ook valt op dat de afvoerpieken precies aan het eind van tijdsintervallen met een grote neerslagintensiteit optreden; dit is het gevolg van het negeren van de werkelijke looptijden in het stroomgebied.

9.9. Het looptijdbeginsel

9.9.1. Principe

Het looptijdbeginsel wordt ook wel aangeduid als *rationele methode*; de methode is van toepassing op de component van de oppervlakteafvoer als gevolg van de afvoerbare neerslag. De rationele methode bepaalt afvoeren op grond van looptijden van het water vanuit verschillende plaatsen in een stroomgebied. De looptijden worden onveranderlijk verondersteld; de berekeningen zijn daardoor eenvoudig, maar geven slechts beperkt bruikbare resultaten. In de realiteit zal bij hogere afvoeren de stroomsnelheid toenemen, waardoor de looptijden korter worden. Alleen in die gevallen waarbij de looptijden bij verschillende afvoeren niet te sterk variëren is de methode bruikbaar. Dit verklaart dat de rationele methode het meest wordt toegepast in kleine stedelijke gebieden en verharde oppervlakken zoals vliegvelden. De snelheid van water over verharde oppervlakken en door riolen is niet in sterke mate afhankelijk van de grootte van de afvoer.

9.9.2. Benadering

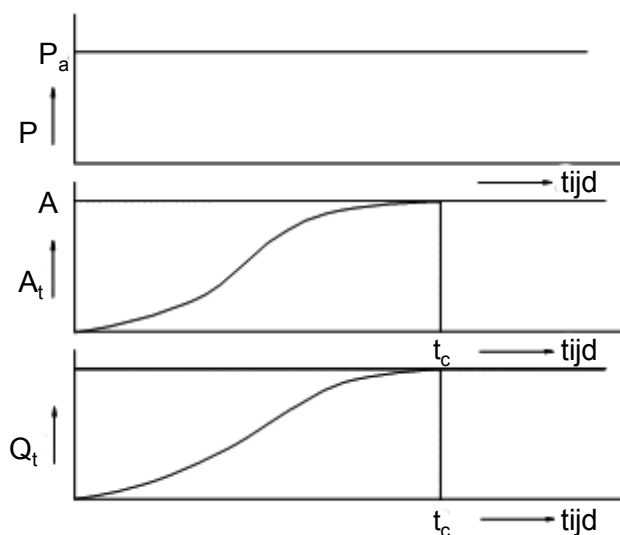
Uitgangspunt van de methode is de afvoerbare neerslag P_a en het bijdragend oppervlak A van een stroomgebied. Als we ervan uitgaan dat een bui met een constante intensiteit zich over het hele stroomgebied uitstrekt, kan het oppervlakte-afvoerloop als volgt uitgedrukt worden:

$$Q_t = P_a A \quad [L^3/T] \quad [9.14]$$

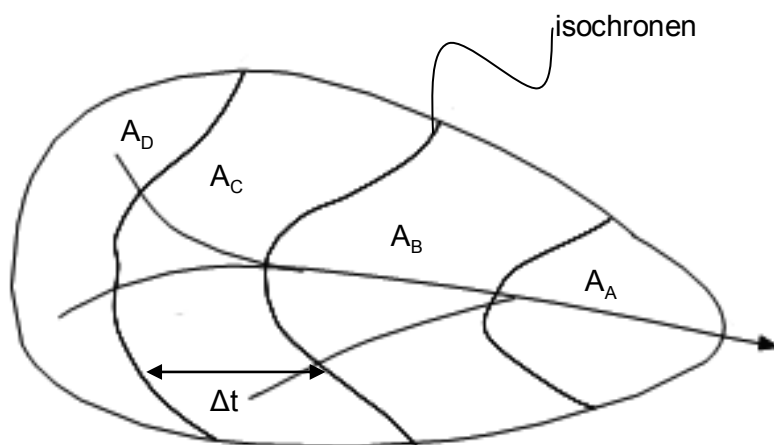
In de literatuur wordt ook wel de volgende formule gebruikt:

$$Q = C * P * A \quad [L^3/T] \quad [9.15]$$

Waarin C de reductiecoëfficiënt is die de verliezen in rekening brengt en A_t het bijdragend oppervlak in de tijd is; aan het begin van de bui is A_t gelijk aan 0, waarna A_t toeneemt totdat het totale oppervlak A van het stroomgebied bijdraagt aan de afvoer. De tijd die hier overheen gaat noemt men de *concentratietijd* t_c (Engels: time of concentration). t_c is een geïdealiseerde grootheid die de tijd aangeeft die het water nodig heeft om van het meest afgelegen punt (qua tijd) in het stroomgebied het uitstroompunt te bereiken. De toename van A in de tijd heeft voor ieder stroomgebied een karakteristiek verloop. De hoogste afvoer wordt bereikt wanneer het totale oppervlak meedoet, dus op tijdstip t_c . Er wordt dan wel van uit gegaan dat de neerslag even lang of langer aanhoudt dan de concentratietijd t_c . Een en ander is geïllustreerd in fig. 9.25 en fig. 9.26.



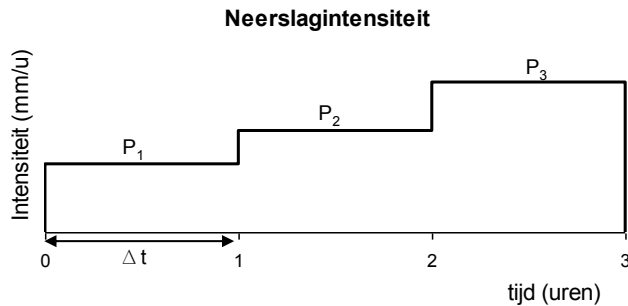
Figuur 9.25 - Afvoerverloop bij constante neerslagintensiteit



Figuur 9.26 - Isochronen van looptijd en deelgebieden van een stroomgebied

Hoe de methode en het principe van (toe- of afname) van het bijdragend oppervlak om afvoer te bepalen werkt, kan het best worden geïllustreerd aan de hand van het opdelen van een

stroomgebied in deelgebieden met gelijke tijdsintervallen van afstroming. De deelgebieden worden gemarkeerd door isochronen van looptijd, zie fig. 9.26. In het voorbeeld gaan we uit van vier deelgebieden: A_A tot en met A_D . Voor ieder van de deelgebieden duurt het een tijd Δt om af te stromen. De looptijd (*time of concentration*) voor het hele gebied is dan $t_c = 4 * \Delta t$.



Figuur 9.27 – regenbui met intensiteiten P_1 , P_2 , P_3

Als we een complexe bui hebben met een duur van in totaal $t_i = 3 * \Delta t$ en intensiteiten P_1 , P_2 , P_3 (zie fig. 9.27) over de respectievelijke drie intervallen, zal na $t = 1 * \Delta t$ de bijdragende oppervlakte aan de afvoer in het meest benedenstroomse punt gelijk zijn aan $A_1 = A_A$ en de afvoer gelijk aan $Q_1 = P_1 * A_A$.

Op $t = 2 * \Delta t$ stroomt over A_A de neerslag af die met intensiteit P_2 valt, samen met de neerslag die met intensiteit P_1 op oppervlakte A_B al eerder gevallen is. Voor de bijdragende oppervlakte geldt dan $A_2 = A_B + A_A$ en voor de afvoer $Q_2 = P_1 * A_B + P_2 * A_A$.

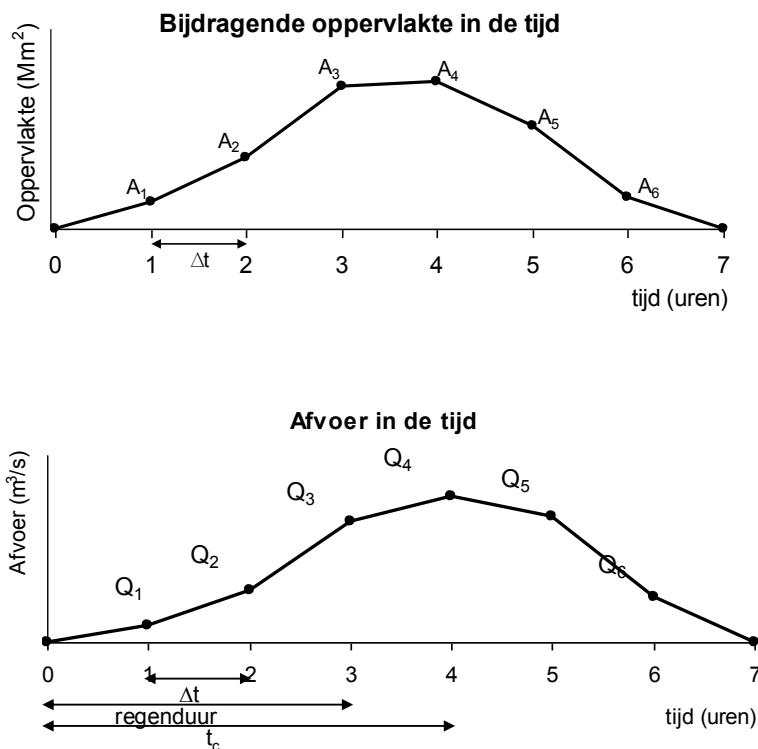
Zo kunnen we ook beredeneren dat $Q_3 = P_1 * A_C + P_2 * A_B + P_3 * A_A$.

Voor momenten later dan $t = 3 * \Delta t$ zal er geen bijdrage meer zijn van A_A . Voor de overige tijdsintervallen geldt dan:

$t = 4 * \Delta t$	$A_4 = A_D + A_C + A_B$	m^2	$Q_4 = P_1 * A_D + P_2 * A_C + P_3 * A_B$	m^3/s
$t = 5 * \Delta t$	$A_5 = A_D + A_C$	m^2	$Q_5 = P_2 * A_D + P_3 * A_C$	m^3/s
$t = 6 * \Delta t$	$A_6 = A_D$	m^2	$Q_6 = P_3 * A_D$	m^3/s
$t = 7 * \Delta t$	$A_7 = 0$	m^2	$Q_7 = 0$	m^3/s

Merk op dat op $t = 4 * \Delta t = t_c$ nog regen afstroomt die met intensiteit P_1 gevallen is op oppervlakte A_D .

Het hele proces en de resultaten zijn weergegeven in fig. 9.28



Figuur 9.28 – Proces en resultaten looptijdbeginsel

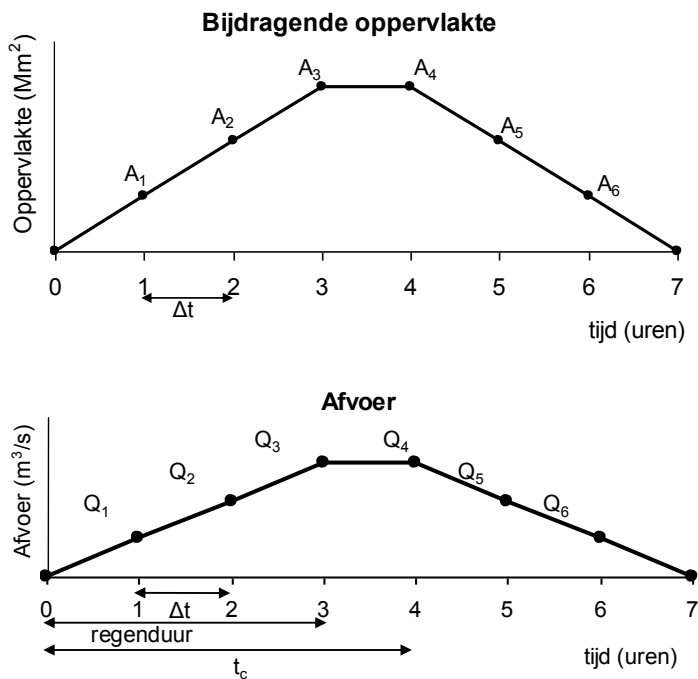
Versimpelde benadering

De procedure en het resultaat worden versimpeld wanneer het verloop van het bijdragend oppervlak in de tijd volledig lineair wordt verondersteld (alle oppervlaktes zijn even groot) en de afvoerbare neerslag P_a voor elke interval gelijk is. Voor bovenstaand voorbeeld worden dan de ordinaten van de afvoeren als volgt:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= P_a \cdot A_A & \text{m}^3/\text{s} \\
 Q_2 &= P_a \cdot (A_B + A_A) = 2 P_a \cdot A_A & \text{m}^3/\text{s} \\
 Q_3 &= P_a \cdot (A_C + A_B + A_A) = 3 P_a \cdot A_A & \text{m}^3/\text{s} \\
 Q_4 &= P_a \cdot (A_D + A_C + A_B) = 3 P_a \cdot A_A & \text{m}^3/\text{s} \\
 Q_5 &= P_a \cdot (A_D + A_C) = 2 P_a \cdot A_A & \text{m}^3/\text{s} \\
 Q_6 &= P_a \cdot A_D = P_a \cdot A_A & \text{m}^3/\text{s} \\
 Q_7 &= 0 & \text{m}^3/\text{s}
 \end{aligned}$$

Zoals te zien is, zal na het stoppen van de regen de afvoer nog een tijd doorgaan, dit komt doordat pas als $t = t_c$ het vierde gedeelte van het oppervlak deelneemt. De regen die in interval 2 en 3 op dit gedeelte van het oppervlak is gevallen, moet dus nog tot afstroming komen.

Het proces en de resultaten van deze versimpelde benadering zijn te zien in fig. 9.29



Figuur 9.29 – proces en resultaten van versimpelde benadering

Looptijd beginsel in Matrix notatie

Voor bovenstaand voorbeeld van een complexe regenbui met duur t_i , opgedeeld in drie gelijke tijdstappen Δt met neerslag intensiteiten P_1, P_2, P_3 , op een stroomgebied met deelgebieden A_A tot en met A_D met gelijke looptijd Δt , kan het debiet per tijdstap Δt als volgt worden bepaald:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= P_1 * A_A + P_2 * 0 + P_3 * 0 \\
 Q_2 &= P_1 * A_B + P_2 * A_A + P_3 * 0 \\
 Q_3 &= P_1 * A_C + P_2 * A_B + P_3 * A_A \\
 Q_4 &= P_1 * A_D + P_2 * A_C + P_3 * A_B \\
 Q_5 &= P_1 * 0 + P_2 * A_D + P_3 * A_C \\
 Q_6 &= P_1 * 0 + P_2 * 0 + P_3 * A_D \\
 Q_7 &= P_1 * 0 + P_2 * 0 + P_3 * 0
 \end{aligned}$$

In matrix notatie wordt dit:

$$[Q] = [A] * [P] \quad [L^3 T^{-1}]$$

Waarbij:

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} \quad [A] = \begin{bmatrix} A_A & 0 & 0 \\ A_B & A_A & 0 \\ A_C & A_B & A_A \\ A_D & A_C & A_B \\ 0 & A_D & A_C \\ 0 & 0 & A_D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [P] = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

Merk op dat voor het meest algemene geval het aantal rijen en kolommen bepaald wordt door de tijdstap Δt , de duur t_i van de neerslag en de concentratietijd t_c .

Er is te zien dat het aantal elementen van de vector $[Q]$ en het aantal rijen van de matrix $[A]$

gelijk is aan $\frac{t_i + t_c}{\Delta t}$. Het aantal elementen van de vector $[P]$ en het aantal kolommen van matrix

$[A]$ is gelijk aan $\frac{t_i}{\Delta t}$.

9.10. De eenheidsafvoergolf

9.10.1. Inleiding

In 1932 werd door de Amerikaan Sherman het concept van de *eenheidsafvoergolf* (Engels: Unit Hydrograph, UH) geïntroduceerd. Zijn definitie luidt als volgt:

De eenheidsafvoergolf geeft het verloop van de oppervlakteafvoer als gevolg van een uniform in tijd en ruimte verdeelde afvoerbare neerslag met een bepaalde eenheidsdiepte (D) en een bepaalde tijdsduur (T), bv. een uur of een dag.

Evenals het bergingsbeginsel en het looptijdbeginsel dient de methode van de eenheidsafvoergolf dus ter bepaling van de oppervlakteafvoer ten gevolge van de afvoerbare (effectieve) neerslag. De methode van de eenheidsafvoergolf berust echter niet op theoretische concepten maar op empirisch gevonden relaties.

De eenheidsafvoergolf $U(D, T)$ is de afvoer per eenheid van oppervlak die het resultaat is van een eenheid afvoerbare neerslag P_a (bestaande uit een neerslagdiepte D gevallen binnen een regenduur T over een stroomgebied met oppervlak A). De eenheidsafvoergolf (unit hydrograph) bestaat uit een reeks dimensieloze coëfficiënten die een functie zijn van de tijd t . Deze coëfficiënten $U(t)$ vormen een reeks die zich uitstrekt over de duur van de afvoergolf, gedefinieerd als:

$$U(t) = \frac{Q(t)/A}{P_a} = \frac{Q(t)/A}{D/T} \quad [-]$$

Omdat de coëfficiënten $U(t)$ dimensieloos zijn, is het volume van de eenheidsafvoergolf gelijk aan de duur T van de afvoerbare neerslag $P_a = D/T$:

$$\int_0^{\infty} U(t) dt = T \quad [\text{T}]$$

Dit volgt uit de waterbalans waarbij de integraal van de afvoer per eenheid van oppervlak gelijk is aan de neerslagdiepte van de afvoerbare neerslag:

$$\frac{1}{A} \int_0^{\infty} Q(t) dt = D \quad [\text{L}]$$

Als we in het linkerlid de definitie van $U(t)$ substitueren volgt:

$$P_a \int_0^{\infty} U(t) dt = \frac{D}{T} \int_0^{\infty} U(t) dt = D \quad [\text{L}]$$

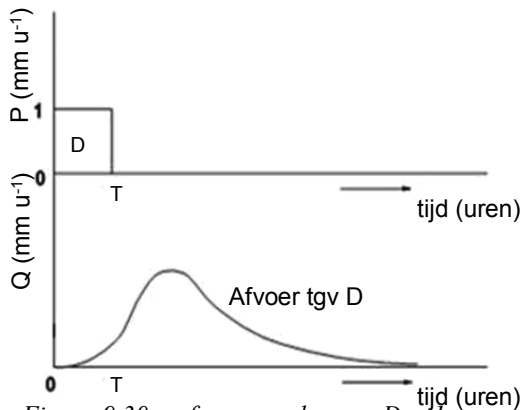
waaruit volgt dat de integraal van $U(t)$ gelijk is aan T (zie ook figuur 9.35).

Soms definiëren we de afvoer Q direct als de afvoer per eenheid van oppervlak en dan heeft de afvoer de dimensie $[\text{L T}^{-1}]$. In het vervolg wordt in de grafieken en in de tekst P gebruikt voor de afvoerbare neerslag. Waar P staat bedoelen we dus P_a .

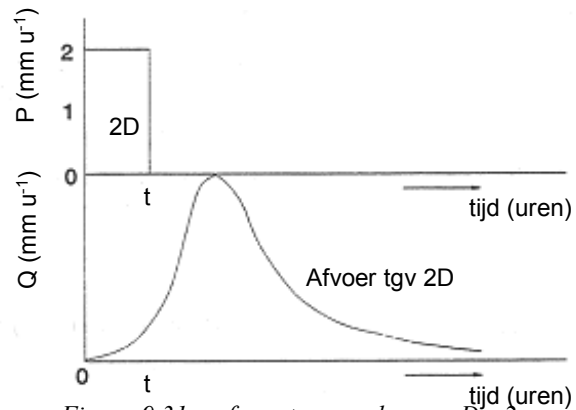
9.10.2. Uitgangspunten

In de praktijk wordt gesteld dat een T -uurs eenheidsafvoergolf $U(D, T)$ het resultaat is van een effectieve neerslag met een eenheidsdiepte D die gelijkmatig valt in T uur over het hele stroomgebied (fig. 9.30). De grootte die voor T wordt gekozen hangt af van de afmetingen van het stroomgebied (A) en de responstijd op neerslag. De standaard eenheidsdiepte wordt veelal op 1 mm of 1 cm aangenomen. De methode van de eenheidsafvoergolf gaat uit van lineariteit en stationariteit. Meer specifiek betekent dit:

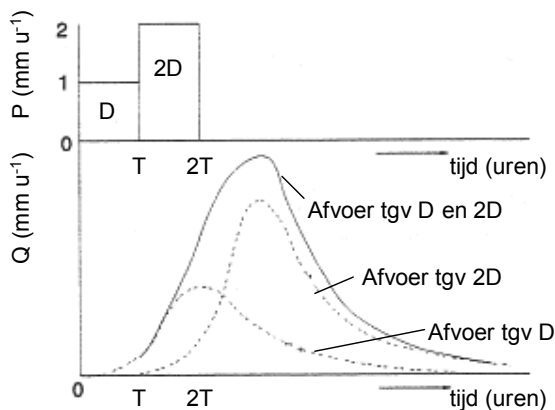
- De eenheidsafvoergolf heeft een vaste afvoerduur. Dat wil zeggen dat de basis van de afvoergolf (de duur van het afvoerverloop) constant is.
- Er bestaat een evenredige relatie tussen de effectieve neerslagdiepte D en de totale hoeveelheid oppervlakteafvoer (lineariteit). Omdat de basis van de afvoergolf (de duur van het afvoerverloop) constant is, impliceert dit dat 2 eenheden effectieve neerslagdiepte een afvoergolf genereren die 2 maal zo groot is als de eenheidsafvoergolf (fig. 9.31).
- De relatie tussen effectieve neerslag en afvoer verandert niet in de tijd (stationariteit). Als eenmaal de $U(D, T)$ voor een bepaald stroomgebied bekend is kan deze gebruikt worden voor de responsie van het stroomgebied op elk moment.
- Het beginsel van superpositie is geldig; dit betekent dat afvoergolven als gevolg van achtereenvolgende neerslagdiepten D_1 en D_2 bij elkaar opgeteld mogen worden (fig. 9.32).



Figuur 9.30 – afvoer gevolge van $D = 1 \text{ mm}$
(per eenheid van oppervlakte)



Figuur 9.31 – afvoer ten gevolge van $D = 2 \text{ mm}$
(per eenheid van oppervlakte)



Figuur 9.32 - Resulterende afvoer ten gevolge van D_1 en D_2
(per eenheid van oppervlakte)

Bij toepassing van de UH-methode in natuurlijke stroomgebieden kan het volgende opgemerkt worden met betrekking tot de gemaakte veronderstellingen:

- De hoeveelheid effectieve neerslag wordt bepaald door de vochttoestand van het stroomgebied voordat de neerslag plaatsvindt. Alleen wanneer de grond voldoende verzadigd is of de bodem ondoorlatend zal de neerslag geheel effectief worden en neemt de afvoer proportioneel toe met de neerslagdiepte. In de meeste gevallen is de lineariteitsaanname dan ook in strijd met het waargenomen gedrag van rivierafvoeren.
- In een tweede periode van effectieve neerslag zal de resulterende afvoer afhankelijk zijn van het effect van de eerste neerslagperiode; de stationariteitsaanname stelt echter dat de verschillende componenten onafhankelijk zijn.
- Een probleem blijft het bepalen van de afvoerbare neerslag. Het percentage afvoerbare neerslag kan sterk variëren over de seizoenen en is moeilijk te voorspellen.
- Een andere zwakte van de methode is dat de effectieve neerslag uniform verdeeld wordt verondersteld in ruimte en tijd: in het hele stroomgebied valt gedurende tijd T regen met constante intensiteit.

- Voor stroomgebieden tot $\pm 500 \text{ km}^2$ kan een bui zich uitstrekken over de totale oppervlakte van het gebied; als het betreffende stroomgebied dan redelijk homogeen samengesteld is, kan een gelijkmatige verdeling van effectieve neerslag inderdaad optreden. Bij grotere stroomgebieden zal de fout die door deze aanname geïntroduceerd wordt ook groter zijn.

Bij afleiding van de eenheidsafvoergolf voor een gebied komt men de volgende problemen tegen:

- Uit gemeten neerslag moet de effectieve neerslag worden bepaald.
- De afvoerkromme moet gesplitst worden in een basisafvoer en een snelle afvoercomponent.
- Een regenbui bestaat meestal niet uit een enkelvoudige bui, maar uit een aaneenschakeling van intensiteiten die moeilijk te scheiden zijn (samengestelde buien).

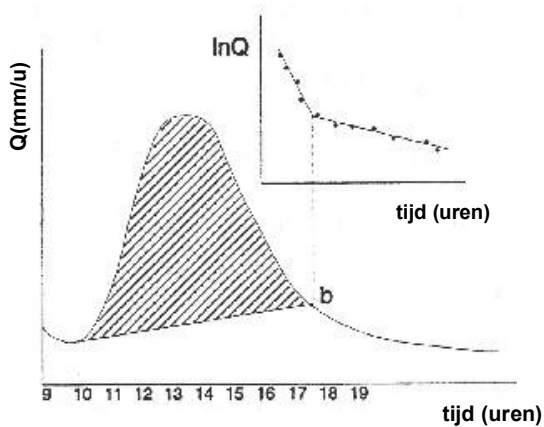
9.10.3. Afleiding van de eenheidsafvoergolf uit enkelvoudige buien

Om voor een gebied een eenheidsafvoergolf af te leiden, wordt een aantal enkelvoudige pieken gekozen uit continue afvoerregistraties van een rivier. Bij deze pieken worden de corresponderende neerslagmetingen gezocht, liefst van registrerende (dus continue) neerslagmeters. Vervolgens wordt de gebiedsneerslag bepaald als functie van de tijd. Een tijdsverdeling waarin blokken met min of meer constante neerslagintensiteit zijn te onderscheiden heeft de voorkeur.

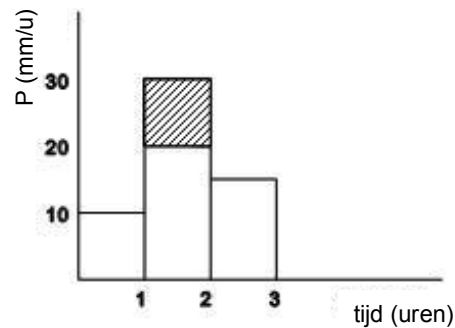
De volgende stappen worden doorlopen:

- De basisafvoer wordt van de snelle afvoer gescheiden, hiervoor kan gebruik worden gemaakt van de veronderstelling dat vanaf het punt waar de snelle afvoercomponent over gaat in de basisafvoer de afvoercurve exponentieel verloopt; dit geeft een rechte lijn voor $\ln(Q)$. Een rechte lijn vanaf het begin van de afvoerstijging tot de knik (punt b in fig. 9.33) geeft vervolgens de scheiding aan tussen beide afvoercomponenten.
- Het oppervlak boven de scheidingslijn wordt opgemeten; dit geeft het totale volume van de oppervlakteafvoer. Door te delen door de oppervlakte van het stroomgebied verkrijgt men dan per definitie de effectieve neerslagdiepte van de betreffende bui.
- Vervolgens wordt bepaald welk deel van de gemeten neerslag deze effectieve neerslag vormt. In het eenvoudig voorgestelde geval in fig. 9.34 is dat het gearceerde gedeelte, dus het bovenste deel van de hoogste neerslagpiek. De duur t van de effectieve neerslag kan dan worden bepaald.
- Wanneer nu de ordinaten van de totale afvoercurve minus de basisafvoer gedeeld worden door de afvoerbare neerslagintensiteit wordt de eenheidsafvoergolf voor een neerslagduur van 1 uur verkregen (fig. 9.35).
- Het oppervalk onder de UH moet gelijk zijn aan de duur van de eenheidsneerslag ($T = 1$ uur in figuur 9.34)

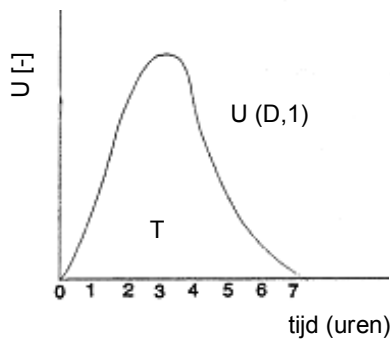
Na analyse van n enkelvoudige afvoergolven verkrijgt men dus n eenheidsafvoergolven die geen van allen identiek zijn maar wel dezelfde vorm vertonen. Een gemiddelde UH kan samengesteld worden door de topafvoeren en de tijdstippen waarop deze plaatsvinden (time to peak) te middelen en verder dezelfde vorm aan te houden. Er moet nog worden gecontroleerd of het volume van de zo verkregen UH klopt met de eenheidsdiepte effectieve neerslag.



Figuur 9.33 - Splitting afvoercomponenten



Figuur 9.34 - Bepaling effectieve neerslag



Figuur 9.35 – Berekende $U(D,1)$

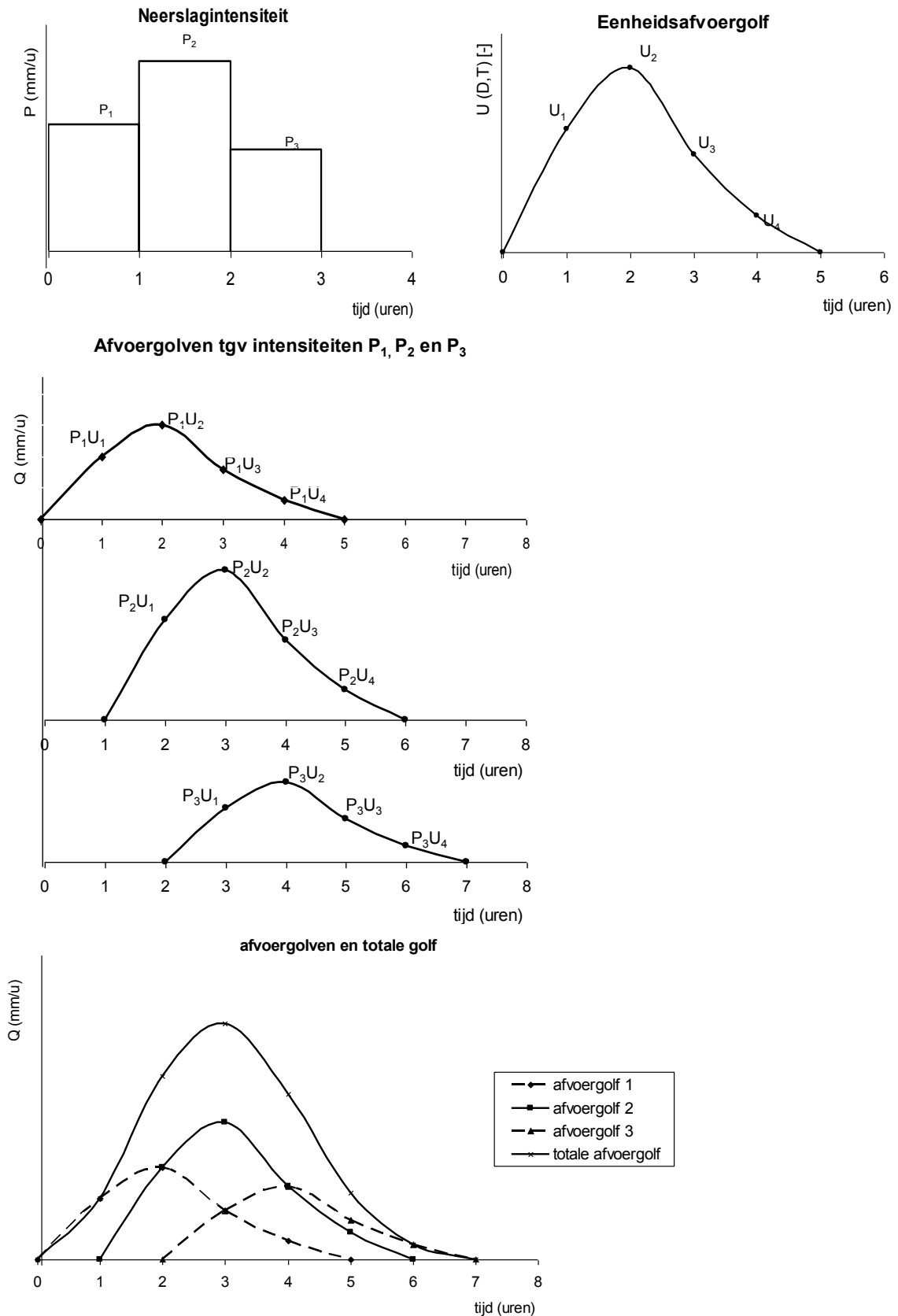
9.10.4. De eenheidsafvoergolf van samengestelde buien

Vaak is er geen mogelijkheid om enkelvoudige afvoerpieken te analyseren bv. in het geval van grote stroomgebieden. Meervoudige (samengestelde) afvoergolven met de bijbehorende neerslagcijfers kunnen dan ook worden gebruikt om de eenheidsafvoergolf te bepalen. We gaan er dan van uit dat superpositie geldt en dat de relatie tussen effectieve neerslag en de oppervlakte afvoer evenredig is.

Feitelijk is dan de samengestelde afvoergolf de optelsom van de afvoergolven als gevolg van ieder van de afzonderlijke effectieve buien, P_i .

Veronderstel achtereenvolgende buien, P_1 tm P_m ieder met intervallen van een duur T . Van de eenheidsafvoergolf nemen we de onbekende ordinaten U_1 tm U_n aan.

De samengestelde bui is dan de optelsom van de ordinaten van de afzonderlijke afvoergolven als gevolg van P_1 t/m P_m . Ieder van de afvoergolven is een tijdstap T verschoven en de ordinaten zijn evenredig met de effectieve neerslag, zie voor tussenstappen en uiteindelijke afvoergolf ook fig. 9.36.



Figuur 9.36 – tussenstappen en uiteindelijke afvoergolf van een complexe bui

Voor een simpel geval waarbij $m=3$ (P_1, P_2, P_3) en $n=4$ (U_1, U_2, U_3, U_4) kunnen we de ordinaten met tijdsinterval T van de samengestelde afvoer vaststellen als:

$$\begin{array}{ll} Q_1 = P_1 U_1 & [L^3 T^{-1}] \\ Q_2 = P_1 U_2 + P_2 U_1 & [L^3 T^{-1}] \\ Q_3 = P_1 U_3 + P_2 U_2 + P_3 U_1 & [L^3 T^{-1}] \\ Q_4 = P_1 U_4 + P_2 U_3 + P_3 U_2 & [L^3 T^{-1}] \\ Q_5 = P_2 U_4 + P_3 U_3 & [L^3 T^{-1}] \\ Q_6 = P_3 U_4 & [L^3 T^{-1}] \end{array}$$

In het algemene geval ontstaat er een stelsel van $m+n-1$ vergelijkingen, met de onbekenden U_1 t/m U_n . Bij meervoudige buien ($m>1$) zijn er altijd meer vergelijkingen dan onbekenden, dus het stelsel kan worden opgelost.

Dit kan eveneens geschreven worden in matrix notatie:

$[Q] = [U] * [P]$, waarbij in het voorbeeld geval geldt:

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{bmatrix} \quad [U] = \begin{bmatrix} U_1 & 0 & 0 \\ U_2 & U_1 & 0 \\ U_3 & U_2 & U_1 \\ U_4 & U_3 & U_2 \\ 0 & U_4 & U_3 \\ 0 & 0 & U_4 \end{bmatrix} \quad [P] = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

Dit kan eenduidig worden opgelost volgens:

$$[U] = [P^T * P]^{-1} [P^T] [Q]$$

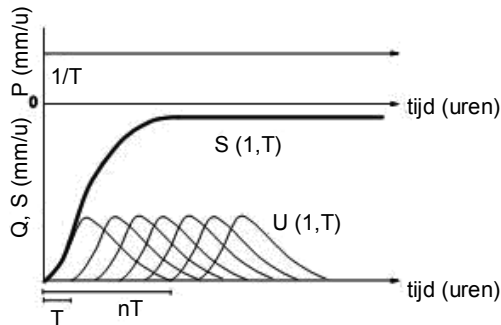
Merk op dat voor het meest algemene geval het aantal rijen en kolommen bepaald wordt door het aantal (m) achtereenvolgende buien, P_1 t/m P_m , en het aantal (n) ordinaten van de eenheidsafvoergolf, beide met intervallen van een duur T .

Het aantal elementen van de vector $[Q]$ en het aantal rijen van de matrix $[U]$ is gelijk aan $m+n-1$. Het aantal elementen van de vector $[P]$ en het aantal kolommen van matrix $[U]$ is gelijk aan m .

9.10.5. Afleiding van de eenheidsafvoergolf voor een andere waarde van T

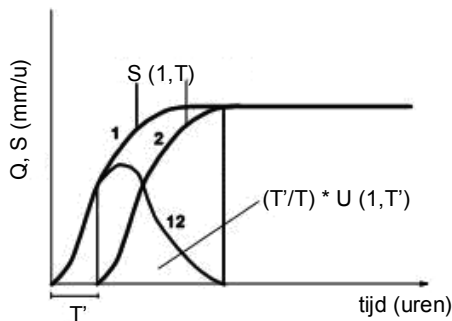
Iedere eenheidsafvoergolf correspondeert met een gegeven duur T van de effectieve neerslag. Als er genoeg gegevens voorhanden zijn, kunnen eenheidsafvoergolven voor verschillende neerslagduur worden berekend, zodat de methode toegepast kan worden bij verschillende typen neerslag. Wanneer slechts voor één duur T de UH kan worden afgeleid wegens gebrek aan informatie, kan gebruik worden gemaakt van de veronderstelling dat er een lineair verband bestaat met UH's van een andere duur T' .

Hiertoe wordt een *S-kromme* geconstrueerd (fig. 9.37). De *S-kromme* geeft het afvoerverloop ten gevolge van een oneindige serie buien met een vaste duur (T) en eenheidsvolume, ofwel een oneindig lange neerslag met een intensiteit van $1/T$ (mm/u), als van een neerslagdiepte van 1 mm in T uur wordt uitgegaan. Volgens het superpositie beginsel wordt de T -uurs *S-kromme* verkregen door een oneindige optelling van $U(D,T)$'s die steeds T uur later beginnen. Als de basis van de $U(D,T)$ gelijk is aan nT dan bereikt de *S-kromme* een constante maximale waarde na optelling van n eenheidsafvoergolven. Deze maximale waarde bedraagt $(1/T) \cdot A = A/T$ in volume per tijd. A is de oppervlakte van het stroomgebied.



Figuur 9.37 - Bepaling *S-kromme*

De $S(1,T)$ kan nu gebruikt worden ter bepaling van de eenheidsafvoergolf voor een andere periode T' . Daartoe wordt de *S-kromme* een periode T' verschoven in de tijd (fig. 9.38). Wanneer vervolgens de ordinaten van de tweede kromme van de eerste worden afgetrokken, ontstaat een afvoergolf met een volume vermenigvuldigd met factor T'/T . Dit is de afvoergolf met onveranderde neerslagintensiteit $1/T$ (in mm/u), indien weer van een neerslagdiepte van 1 mm wordt uitgegaan). Voor een gelijke eenheidsdiepte van 1 mm in T' uur in de nieuwe $U(1,T')$ verandert de intensiteit. Deze verandert met een factor T/T' . Dientengevolge dient de nieuwe $U(1,T')$ te worden vermenigvuldigd met T/T' voor een eenheidsafvoergolf met gelijke neerslagdiepte als de oorspronkelijke $U(1,T)$, maar veranderde tijdsbasis T' .



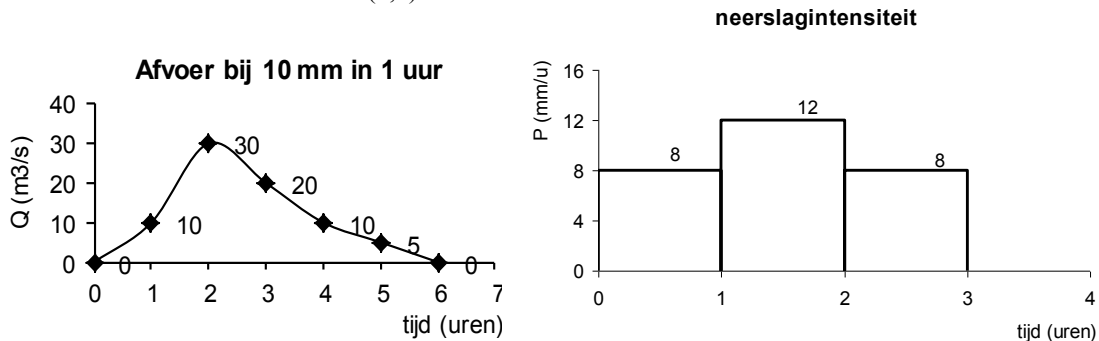
Figuur 9.38 - Bepaling $U(1,T')$ met *S-kromme*

Een andere manier om een eenheidsafvoergolf voor een tijdsbasis T' die $n \cdot T$ groter is af te leiden, werkt als volgt. Door T' achtereenvolgende $U(D,T)$'s bij elkaar op te tellen wordt een $U(T'/T \cdot D, T)$ afvoergolf gecreëerd met een neerslagdiepte van T'/T keer de neerslagdiepte. Voor de oorspronkelijke eenheidsdiepte moet dan de samengestelde afvoergolf nog met een factor T/T' vermenigvuldigd worden (zie ook voorbeeld 9.3).

Voorbeeld 9.3 – Eenheidsafvoergolf

Voor de berekening van de directe afvoer van een stroomgebied is de methode van de eenheidsafvoergolf toepasbaar. De afvoergolf na een regenbui waarbij effectief in 1 uur 10 mm is gevallen en een optredende complexe bui zijn gegeven in onderstaande figuren.

Op basis van deze gegevens kan onder andere het oppervlak van het stroomgebied en de eenheidsafvoergolf $U(1,1)$ van het gebied worden bepaald, net als de afvoer als gevolg van de complexe nettobui en de ordinaten van de $U(1,2)$.

**Oppervlakte stroomgebied**

Uit de waterbalans kan de oppervlakte van het stroomgebied bepaald worden. De instroom is de regendiepte en de uitstroom is het oppervlak onder de afvoergolf.

$$I_n = 0,01(m) \cdot A(m^2) = 0,01A(m^3)$$

$$U_{it} = 3600(s) \left(10(m^3/s) + 30(m^3/s) + 20(m^3/s) + 10(m^3/s) + 5(m^3/s) \right) = 270000m^3$$

$$\text{Hieruit volgt: } A = \frac{270000(m^3)}{0,01(m)} = 27000000 m^2 = 27 Mm^2$$

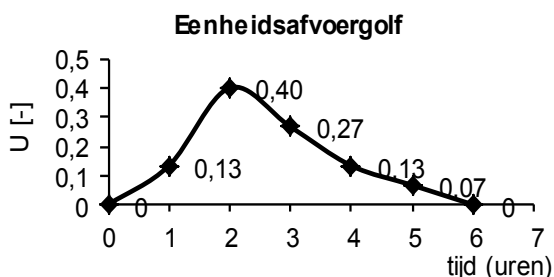
Eenheidsafvoergolf $U(1,1)$

Voor het afleiden van de eenheidsafvoergolf zijn de afvoer bij een bepaalde regenbui en het oppervlak van het bijbehorende stroomgebied van belang. Aangezien de eenheidsafvoergolf gelijk is aan de afvoer per

oppervlak en regenintensiteit, is de eenheidsafvoergolf mathematisch te bepalen via $U = \frac{Q}{PA}$.

De afvoer volgt uit bovenstaande grafiek, de oppervlakte van het stroomgebied is hierboven bepaald en de regenintensiteit van de UH is gelijk aan 10 mm/uur. Na het aanpassen van de eenheden betekent dit dat de bovenstaande afvoergolf gedeeld moet worden door $75 m^3/s$ $\left(PA = \frac{0,01}{3600} m/s \cdot 27 \cdot 10^6 m^2 = 75 m^3/s \right)$.

Dit levert de volgende eenheidsafvoergolf op.



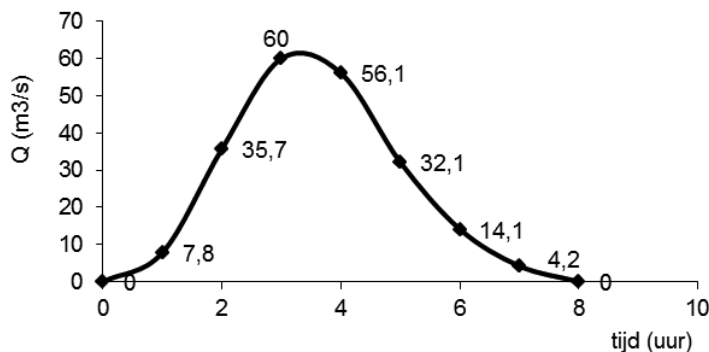
Afvoer als gevolg van complexe bui

Voor de afvoer kan de volgende berekening op worden gezet:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= A(U_1 * P_1) & P_1 &= 8 \text{ mm/u} & U_1 &= 0,13 \\
 Q_2 &= A(U_2 * P_1 + U_1 * P_2) & P_2 &= 12 \text{ mm/u} & U_2 &= 0,40 \\
 Q_3 &= A(U_3 * P_1 + U_2 * P_2 + U_1 * P_3) & P_3 &= 8 \text{ mm/u} & U_3 &= 0,27 \\
 Q_4 &= A(U_4 * P_1 + U_3 * P_2 + U_2 * P_3) & & & U_4 &= 0,13 \\
 Q_5 &= A(U_5 * P_1 + U_4 * P_2 + U_3 * P_3) & & & U_5 &= 0,07 \\
 Q_6 &= A(U_5 * P_2 + U_4 * P_3) & & & U_6 &= 0 \\
 Q_7 &= A(U_5 * P_3) & & & &
 \end{aligned}$$

Invullen van de regen en de regen-afvoer relatie geeft de volgende totaal afvoeren en grafiek:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= 7,80 \text{ m}^3/\text{s} & Q_2 &= 14,82 \text{ m}^3/\text{s} & Q_3 &= 13,32 \text{ m}^3/\text{s} & Q_4 &= 4,49 \text{ m}^3/\text{s} & Q_5 &= 1,01 \text{ m}^3/\text{s} \\
 Q_6 &= 0,12 \text{ m}^3/\text{s} & Q_7 &= 0,01 \text{ m}^3/\text{s} & Q_8 &= 0 \text{ m}^3/\text{s}
 \end{aligned}$$

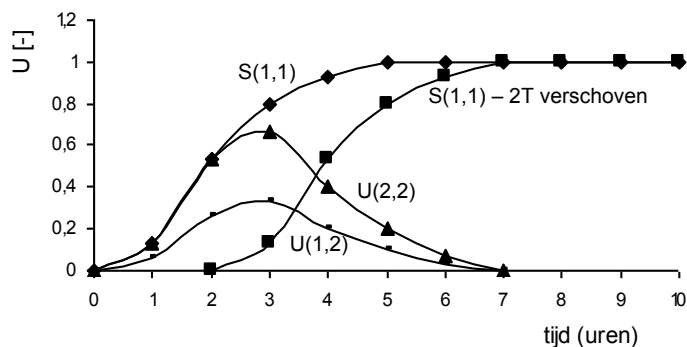
Afvoer tgv complexe bui**2-uurs eenheidsafvoergolf**

Er zijn twee manieren om de 2-uurs eenheidsafvoergolf te berekenen. De eerste manier is om gebruik te maken van de sommatiekrommen van de eenheidsafvoergolf. Eerst wordt de S (1,1) geconstrueerd, deze wordt vervolgens 2 uur (T) verschoven (S(1,T+2)). Het verschil levert de eenheidsafvoergolf met een eenheidsdiepte van 2 mm in 2 uur U(2,2). Om de eenheidsafvoergolf met de oorspronkelijke eenheidsdiepte van 1 mm (in 2 uur), wat de U(1,2) is, wordt de U(2,2) met $T/T'=1/2$ vermenigvuldigd.

De tabel en grafiek zullen er dan zo uit komen te zien:

T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U(1,1)	0	0,13	0,40	0,27	0,13	0,07	-	-	-	-	-
U(1,1) T verschoven		0	0,13	0,40	0,27	0,13	0,07	-	-	-	-
U(1,1) 2T verschoven			0	0,13	0,40	0,27	0,13	0,07	-	-	-
U(1,1) 3T verschoven				0	0,13	0,40	0,27	0,13	0,07	-	-
U(1,1) 4T verschoven					0	0,13	0,40	0,27	0,13	0,07	-
U(1,1) 5T verschoven						0	0,13	0,40	0,27	0,13	0,07
S(1,1)	0	0,13	0,53	0,8	0,93	1	1	1	1	1	1
S(1,1) 2T verschoven	-	-	0	0,13	0,53	0,8	0,93	1	1	1	1
U(2,2)	0	0,13	0,53	0,67	0,4	0,2	0,07	0	0	0	0
U(1,2)	0	0,07	0,27	0,34	0,2	0,1	0,04	0	0	0	0

Verschuiving S-kromme om U(1,2) te verkrijgen

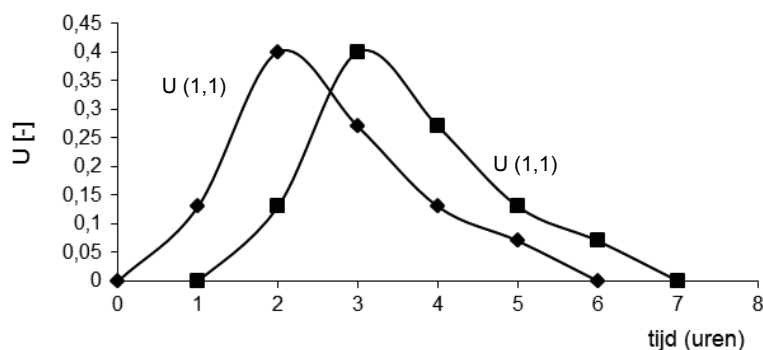


Alternatieve methode 2-uurs eenheidsafvoergolf

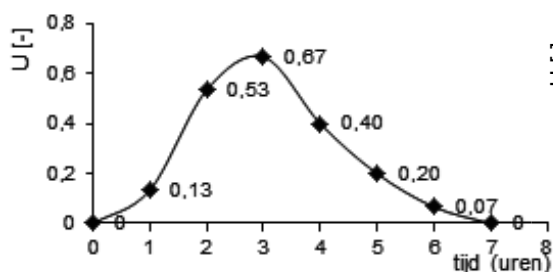
Een andere manier om de 2-uurs eenheidsafvoergolf te berekenen is door twee 1-uurs eenheidsafvoergolven, als gevolg van twee maal (achtereenvolgend) 1mm neerslag op te tellen. Hierdoor wordt een 2-uurs afvoergolf gecreëerd met neerslagdiepte van 2 mm. Voor een eenheidsdiepte van 1 mm (in 2 uur) moet nog met een factor $T/T'=1/2$ vermenigvuldigd worden.

t	0	1	2	3	4	5	6
U(1, 1)	0	0,13	0,40	0,27	0,13	0,07	0
U(1, 1)	0	0	0,13	0,40	0,27	0,13	0,07
U(1, 1) + U(1,1) = U(2,2)	0	0,13	0,53	0,67	0,40	0,2	0,07
U(1, 2)	0	0,065	0,265	0,335	0,2	0,1	0,035

2 keer U(1,1)



U (2,2)



U (1,2)

