

1. EVENWICHT

Zoals in het eerste gedeelte over krachten en momenten reeds aan de orde is gesteld werken op een lichaam meestal meerdere krachten tegelijkertijd. We zeggen dat het lichaam onderhevig is aan een stelsel van krachten.

Het lichaam bevindt zich in een evenwichtssituatie indien bij het samenstellen van alle in het spel zijnde krachten en momenten er geen resulterende kracht of moment overblijft. De evenwichtssituatie kan zich kenmerken door twee toestanden: die waarin het lichaam in rust is en in rust blijft en die waarbij het lichaam een constante snelheid heeft en houdt.

Immers volgens de 2^e wet van Newton is:

$$\text{kracht} = \text{massa} * \text{versnelling}$$

Dat impliceert dat als er geen resulterende kracht (of moment) is er ook geen versnelling is. Geen versnelling betekent geen verandering in snelheid ook niet als die snelheid gelijk aan nul is.

Verkeert het lichaam in rust dan spreken we van een **statisch evenwicht**.

Het kan echter ook zo zijn dat het lichaam beweegt maar doordat er geen resulterende kracht of moment op het lichaam meer werkt wordt het niet verder versneld, noch in translatie noch in rotatie, zodat het zich met constante snelheid blijft bewegen. In dat geval spreken we van een **stationair evenwicht**.

De noodzakelijke voorwaarden voor een evenwicht kunnen derhalve samengevat worden als:

$$\sum F_x = 0 \quad \text{geen resulterende kracht in x richting.}$$

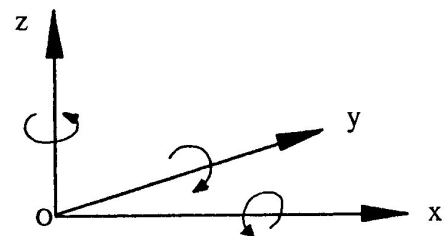
$$\sum F_y = 0 \quad \text{geen resulterende kracht in y richting.}$$

$$\sum F_z = 0 \quad \text{geen resulterende kracht in z richting.}$$

$$\sum M_x = 0 \quad \text{geen resulterend moment om de x as.}$$

$$\sum M_y = 0 \quad \text{geen resulterend moment om de y as.}$$

$$\sum M_z = 0 \quad \text{geen resulterend moment om de z as.}$$



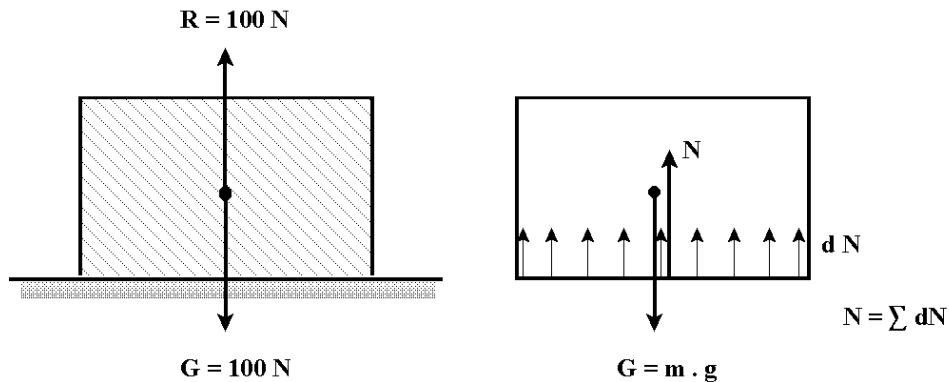
In het afleiden van formules in de natuurkunde zowel als in de praktijk van het dagelijks gebeuren, bijvoorbeeld bij het vervaardigen en beoordelen van allerlei constructies en het berekenen ervan, spelen evenwichtsbeschouwingen een belangrijke rol.

In vele praktische gevallen is het een vereiste dat een brug, gebouw constructie, machine onderdeel etc. intact en/of in rust blijft onder invloed van een aangenomen belasting en de eisen zoals geformuleerd ten aanzien van het evenwicht verschaffen dan de hulpmiddelen om een kwantitatieve beschouwing te geven over de optredende krachten, momenten, spanningen, drukken etc.

Met enkele eenvoudige voorbeelden zullen we een aantal evenwichtssituaties toelichten:

Voorbeeld 1 (verticale krachten)

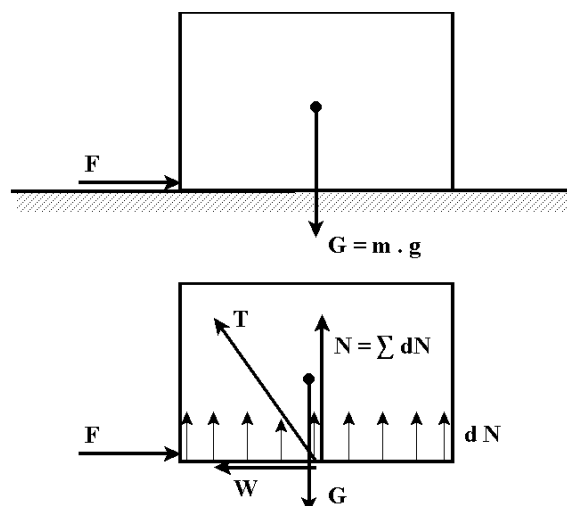
Een blok met een massa van 10 kg staat op een horizontaal vlak. De kracht op het blok ten gevolge van de zwaartekrachtsversnelling ($g = 10 \text{ m/s}^2$) gaat met zijn werklijn door het massazwaartepunt (per definitie), wijst verticaal naar beneden en is 100 N groot. De reactiekracht uitgeoefend door het onvervormbare vlak waarop het blok ligt wijst verticaal omhoog en gaat met zijn werklijn eveneens door het massa zwaartepunt van het blok.



Aan de evenwichtsvoorwaarden is derhalve voldaan: er is geen resulterende kracht nog een resulterend moment. Het blok was in rust en blijft dat. Er is sprake van een statisch evenwicht. Uit de voorwaarden aangaande dit evenwicht kunnen eisen ontleend worden welke aan de ondergrond waarop dit blok (bijv. gebouw) staat: deze moet de reactiekracht kunnen opbrengen, nog afgezien van additionele externe belastingen waaraan het blok blootgesteld kan worden en welke geen van alle aanleiding mogen zijn tot verstoring van het evenwicht (het gebouw moet blijven staan!). Meer plaatselijk bekeken leiden dit soort beschouwingen tot dimensionering van alle constructieonderdelen in het gebouw.

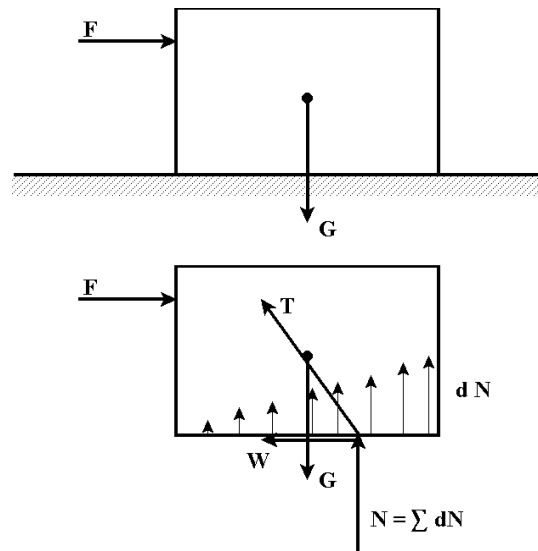
Voorbeeld 2 (verticale en horizontale krachten)

Behalve de krachten veroorzaakt door het eigen gewicht, ondervindt het blok nu een horizontale kracht ter hoogte van het vlak waarop het rust. Als verondersteld wordt dat het blok in rust blijft, moet de som van de horizontale krachten nul zijn. Er moet dus een even grote kracht in tegengestelde richting op het blok werken. Dit is de wrijvingskracht W . Ook in horizontale richting is er nu sprake van krachterevenwicht.



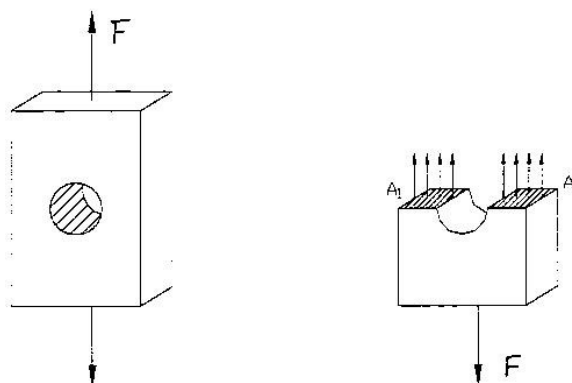
Voorbeeld 3 (krachten en momenten)

In tegenstelling tot het bovenstaande voorbeeld grijpt de horizontale kracht nu aan op enige afstand van het vlak waarop het blok rust. Deze kracht veroorzaakt een moment op het blok ter grootte van die kracht maal de afstand tot het vlak. De reactiekrachten op het vlak zijn nu niet overal even groot, zoals in de eerdere voorbeelden, maar hebben een driehoekig patroon. De resultante van deze reactiekrachten heeft nu niet dezelfde werklijn als de verticale kracht die door het massazwaartepunt van het blok gaat. Om momentenevenwicht te bereiken moet het moment dat door deze verticale krachten ontstaat even groot maar tegengesteld gericht zijn aan het moment op het blok veroorzaakt door de horizontale krachten F en W .



Voorbeeld 4

Een stalen strip is op een plaat gelast. In de strip is een gat geboord. Hieraan wordt door een externe kracht F belasting met een getrokken.



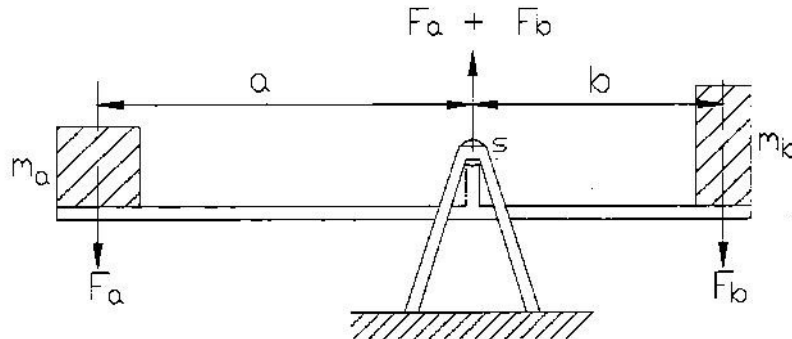
Uit de voorwaarde dat door de uitwendige belasting de plaat niet van plaats mag veranderen nog kapot mag gaan volgt door toepassing van de evenwichtsvoorwaarden de spanning op de vlakjes A_1 en A_2 ter plaatse van het gat, nl :

$$\sigma = \frac{F}{A_1 + A_2}$$

Met behulp van de bekend veronderstelde materiaaleigenschappen kan zodoende het plaatje gedimensioneerd worden voor wat betreft de minimale afmetingen en dikte.

Voorbeeld 5

Op een balans, zoals afgebeeld, welke wrijvingsloos kan scharnieren om het punt S, bevinden zich twee massa's: m_a ter linkerzijde en m_b ter rechterzijde ten opzichte van het scharnier. Er wordt een blijvend evenwicht verondersteld.



Op de massa's werken ten gevolge van de zwaartekrachtversnelling respectievelijk de krachten $m_a \cdot g$ en $m_b \cdot g$ naar beneden gericht langs een verticale werklijn. In het scharnierpunt S werkt een reactiekracht omhoog. Ten einde aan de voorwaarden ten aanzien van het vereiste evenwicht te voldoen is deze reactiekracht gelijk aan:

$$R = F_a + F_b$$

Ook ten aanzien van de momenten zal aan de evenwichtsvoorwaarden moeten worden voldaan. Hieruit valt te berekenen hoe de afstanden a en b zich moeten verhouden. Namelijk: (momenten om het scharnierpunt S)

$$F_a \cdot a - F_b \cdot b = 0$$

$$\frac{a}{b} = \frac{F_b}{F_a}$$

Aan beide evenwichtsvoorwaarden is nu voldaan: de schommel is in evenwicht. Als hij in rust was dan blijft hij dat.

Ook bij dit voorbeeld is aan de hand van de opgelegde voorwaarde van het vereiste evenwicht bepaald hoe de dimensionering van de constructie moet zijn (de afstanden a en b).

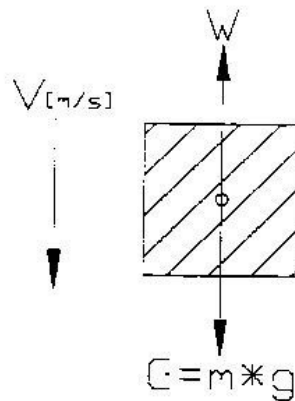
In een aantal andere gevallen kan uit het feit, dat uit waarneming blijkt dat er sprake is van een evenwicht, het bestaan van bepaalde (reactie)krachten worden ontleend.

Voorbeeld 6

Een blok met massa m valt al enige tijd zodat de versnelling nul is geworden. Het blok valt waarneembaar met een constante snelheid naar beneden onder invloed van de zwaartekracht.

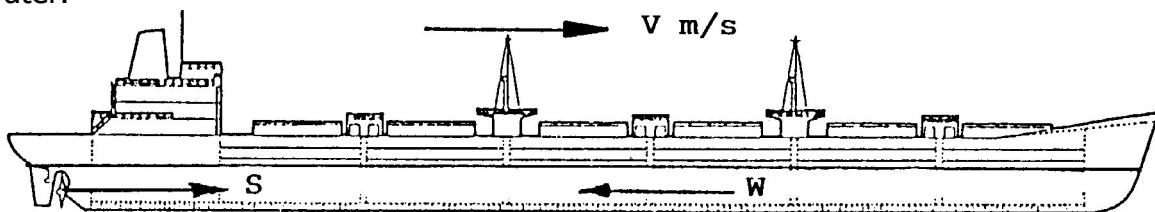
Aangezien er sprake is van een constante snelheid is er kennelijk sprake van een evenwicht, d.w.z. dat de kracht op het blok ten gevolge van de

zwaartekrachtsversnelling gecompenseerd wordt een even grote maar tegengesteld gerichte kracht. Ten gevolge van zijn neerwaartse snelheid en zijn vorm ondervindt het blok klaarblijkelijk een weerstandskracht welke evenwicht maakt met zijn gewicht. Deze weerstandskracht vindt zijn oorsprong in de langs stromende lucht. Daar er sprake is van een constante snelheid is er geen resulterende kracht, de grootte van de weerstandskracht kan zo bepaald worden.



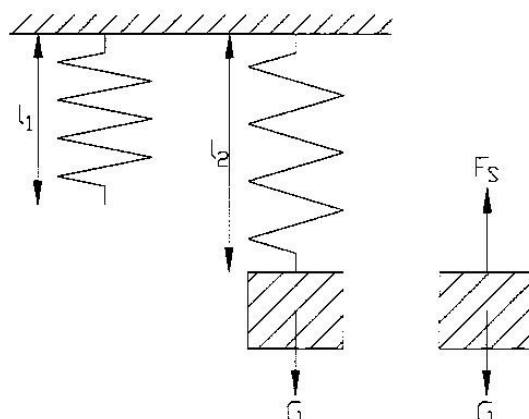
De beweging is eenparig en er is sprake van **stationair evenwicht**.

Een analogie hiervan wordt gevonden bij een door een schroef voortgestuwd schip in water.



De schroef achter het schip oefent ten gevolge van de hem opgelegde rotatie (door de motor van het schip) en zijn bijzondere vormgeving een voortstuwende kracht uit op het schip dat ten gevolge hiervan met een constante snelheid vooruit vaart. Door deze voorwaartse snelheid oefent het omringende water een weerstandskracht uit op het schip. Deze werkt in de tegengestelde richting. De weerstand neemt toe met het toenemen van de snelheid. Op het moment dat de voortstuwende kracht en de weerstand even groot zijn is aan de evenwichtsvoorwaarden voldaan. De snelheid blijft constant en er is eveneens sprake van een **stationair** evenwicht.

Voorbeeld 7



Een veer hangt onbelast aan het plafond met een lengte in deze toestand gelijk aan l_1 . Nu wordt aan het uiteinde van de veer een gewicht groot G gehangen. Onder invloed hiervan wordt het oorspronkelijke evenwicht verstoord.

Nu is een veer een speciaal ontworpen mechanische constructie welke de eigenschap bezit dat onder invloed van verlenging en/of verkorting een kracht ontwikkeld wordt lineair evenredig met deze verlenging. Zo ook hier.

Het verstoorde evenwicht kan slechts weer hersteld worden doordat de veer uitrekt en ten gevolge daarvan een kracht uitoefent op het gewicht G .

Bij een lineaire veer is de kracht evenredig met de verlenging volgens:

$$F_s = c \cdot (l_2 - l_1)$$

waarin c de veerconstante wordt genoemd.

Voor evenwicht moet nu gelden dat:

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow G = F_s = c \cdot (l_2 - l_1)$$

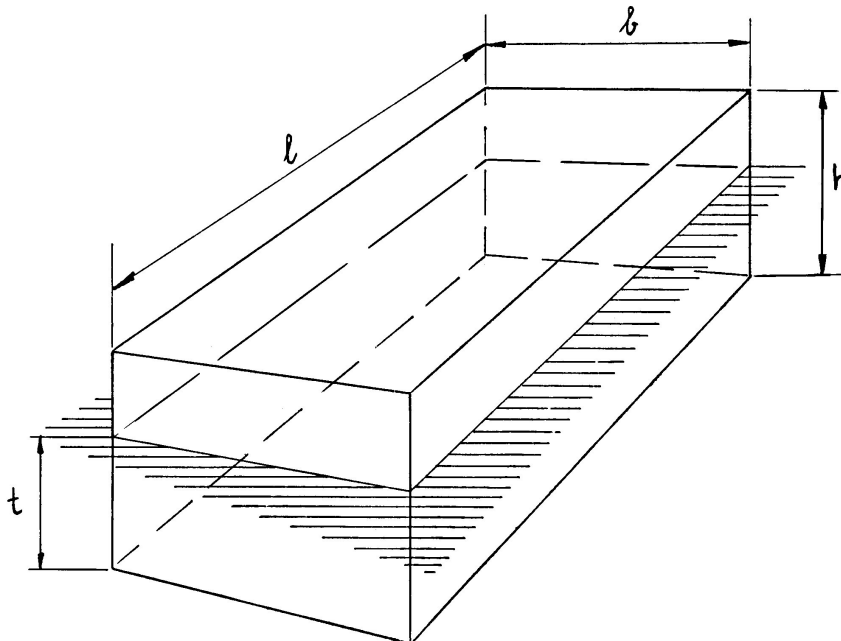
Bij bekende eigenschappen van de veer, dat wil zeggen bij bekende c , is de lengte van de veer te bepalen waarbij het nieuwe evenwicht optreedt (l_2). Omgekeerd is bij bekend gewicht en verlenging van de veer de veerconstante c te bepalen. In dit voorbeeld wordt een oorspronkelijke evenwichtssituatie verstoord.

Het beschouwde lichaam komt uitsluitend weer in een evenwichtssituatie doordat een reactiekracht ontstaat ten gevolge van de verplaatsing van het lichaam terwijl het verbonden is aan een "veer".

Analoge situaties komen zeer vaak voor. In de techniek staan deze bekend als Massa-Veer Systemen.

Te denken valt hierbij bijvoorbeeld aan afgeveerde massa's zoals een auto, slingers en ook drijvende objecten in water.

Voorbeeld 8



Een bak met lengte l , breedte b en diepgang t drijft in water, zoals een waarnemer kan constateren. Kennelijk is het zo dat, mits er aan bepaalde voorwaarden voldaan wordt, een bak (lichaam) in water kan blijven drijven in rust. Er moet dus sprake zijn van een evenwicht. Het gewicht G van de bak moet dan gecompenseerd worden door een stelsel krachten en wel zodanig dat de som van de krachten en de momenten bijvoorbeeld om het massa zwaartepunt van de bak gelijk aan nul is.

Om een en ander te kunnen verklaren zal vervolgens een introductie worden gegeven in de **HYDROSTATICA**.