5. STABILITEIT

Met behulp van de voorgaande hoofdstukken zijn we in staat een oppervlak of volume te berekenen en het bijbehorende zwaartepunt.
Eerst zullen we ons in de hierna volgende beschouwingen beperken tot het verticale evenwicht en de momenten om de langsscheepse as.
Dit betreft dus : **DWARSSCHEEPS EVENWICHT**

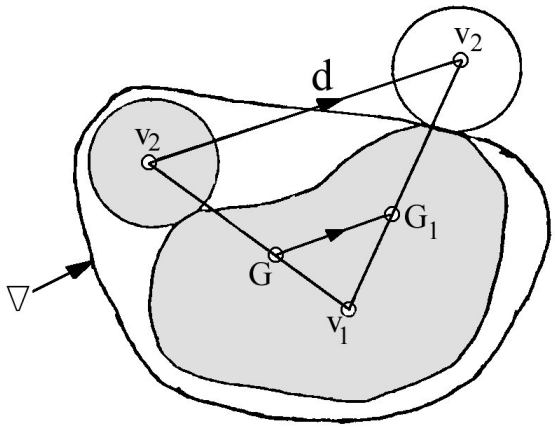
Bij de beschouwing van het dwarsscheeps evenwicht zal veel gebruik gemaakt worden van de zogenaamde **verschuivingswet.** Deze heeft betrekking op de plaatsverandering van het gemeenschappelijke zwaartepunt van twee (een stelsel) oppervlakken, volumina of massa's ten gevolge van een onderlinge positie verandering.

De wet luidt:

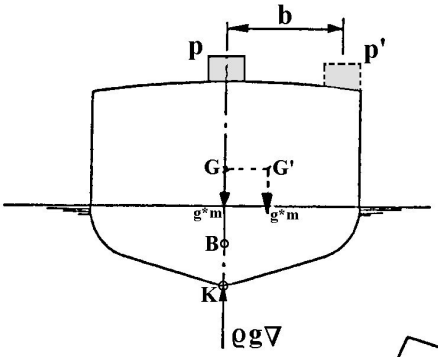
> **Als van een oppervlak, volume of massa ∇ een gedeelte v over een afstand d wordt verplaatst, dan verplaatst het zwaartepunt zich evenwijdig aan de verplaatsing van v over een afstand die gelijk is aan v * d/∇**

$$\nabla = v_1 + v_2$$

$$GG_1 = \frac{v_2 \cdot d}{\nabla}$$

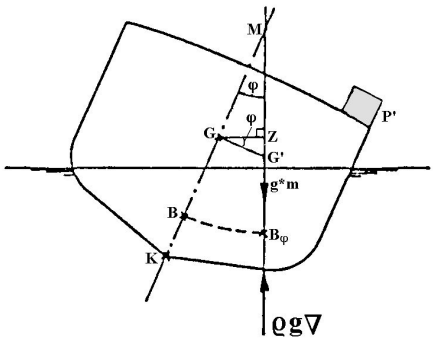


Bezien wij nu het evenwicht van een zich in rust verkerende maritieme constructie, bijvoorbeeld een schip. Op het dek van het schip bevindt zich een massa p.



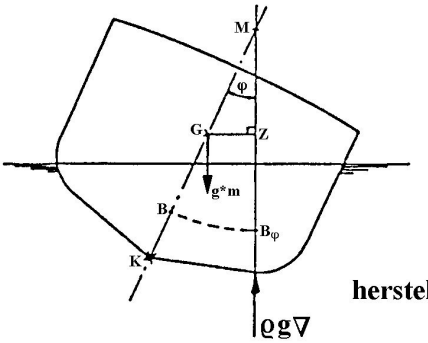
Verschuiving G:

$$GG' = \frac{P*b}{g*m}$$



nieuw evenwicht:

ΣM = 0



herstellend moment: ϱg∇*GZ

Het totale zwaartepunt van het schip + de massa p (G) verplaatst zich, in overeenstemming met de verschuivingswet, evenwijdig aan b naar de positie G_1 over de afstand
$GG_1 = p * b / \nabla$.
Er is nu een verstoring van het oorspronkelijke evenwicht. De som van de verticale krachten blijft onveranderd gelijk aan nul, maar het gewicht met werklijn door G_1 en de opdrijvende kracht met werklijn door B vormen nu samen een koppel onder invloed waarvan het schip rechtsom wil kantelen.
Er treedt een **kenterend moment** op. Dit veroorzaakt een hoekverdraaiing van het schip. De hieruit voortvloeiende asymmetrie van het onderwater volume van het schip resulteert in een verplaatsing van het drukkingspunt B naar rechts en wel zover totdat die situatie is ontstaan waarbij het gewicht en de opdrijvende kracht weer dezelfde werklijn hebben.
Er wordt dan opnieuw aan de evenwichtsvoorwaarden voldaan.
Het zwaartepunt van het door de helling ontstane asymmetrische ondergedompelde volume noemt men B_φ , het drukkingspunt bij hellingshoek φ.
We kunnen ook stellen dat, als een drijvende constructie door één of andere oorzaak uit zijn evenwicht wordt gebracht en een hellingshoek aanneemt, dan ontstaat er een oprichtend koppel, het herstellende moment genoemd ter grootte van:

$$M_{ST} = \rho\, g \nabla \cdot GZ$$

$$M_{ST} = \rho\, g \nabla \cdot GM \sin\varphi$$

waarbij M het snijpunt is van de werklijnen van de opdrijvende kracht met het middellangsvlak bij hellingshoek nul en een zeer kleine hellingshoek.
M noemt men het **metacenter.**

Uit het feit dat het herstellend moment ontstaat uit de relatieve verschuiving van het drukkingspunt ten opzichte van het massazwaartepunt, valt te concluderen dat de grootte van dit moment in hoofdzaak bepaald wordt door de vorm van het drijvende object en wel in het bijzonder het ondergedompelde of onder te dompelen gedeelte en de mate waarin asymmetrie optreedt ten gevolge van helling.
Het blijkt dat deze relatieve verschuiving niet altijd aanleiding geeft tot het ontstaan van een stabiliteitsmoment dat het schip wil terug brengen naar zijn oorspronkelijke evenwichtssituatie.
Dit is slechts zo mits aan bepaalde voorwaarden wordt voldaan.
Hiermee introduceren we het begrip **STABILITEIT**, waarop we nu wat verder zullen ingaan.

Tot nu toe hebben we alleen gekeken of er in een bepaalde situatie sprake is van een evenwicht, ofwel of er in die situatie voldaan is aan de evenwichtsvoorwaarden.
Van belang is echter ook om te weten of de evenwichtssituatie **stabiel** is of niet.
Wat verstaat men onder stabiliteit van een evenwicht?
De stabiliteit van een star lichaam in evenwicht wordt als volgt omschreven:

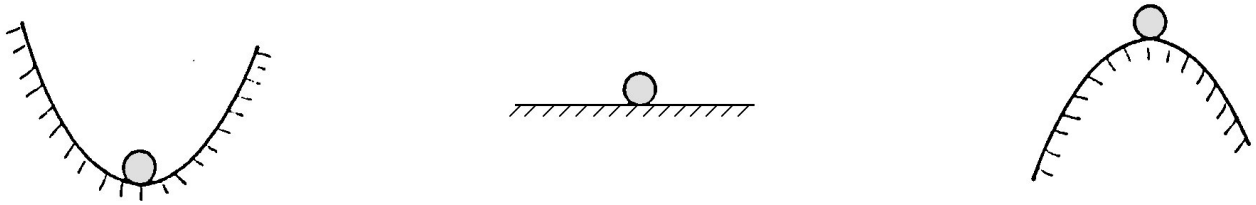
DEFINITIE.

"Indien een star lichaam, als het, uitgaande van een evenwichtssituatie, onderworpen wordt aan een kleine verstoring, tendeert terug te keren naar de oorspronkelijke evenwichtssituatie als deze verstoring wordt opgeheven, dan bezit dit lichaam in deze evenwichtssituatie een **positieve stabiliteit**. Indien na het opheffen van deze verstoring het lichaam in een nieuwe evenwichtssituatie terecht komt dan spreekt men van een **neutrale stabiliteit.** Als echter na het opheffen van de kleine verstoring het lichaam zich steeds verder van de oorspronkelijke evenwichtssituatie verwijdert dan spreekt men van een **negatieve stabiliteit".**

Het is niet goed mogelijk om een eenvoudig algemeen geldende regel op te stellen, waarmee bij iedere verplaatsing onmiddellijk kan worden uitgemaakt welke van de drie bovenstaande gevallen zich voordoet. Men dient dus voor iedere evenwichtssituatie na te gaan of bij een veronderstelde verstoring, belasting of verplaatsing in de nieuwe situatie, reacties ontstaan die met de op het lichaam werkende krachten ervoor zorgen dat het lichaam terug wil naar de oorspronkelijke evenwichtsstand.

Aan vele in evenwicht zijnde lichamen stelt men de eis dat zij geen blijvende uitwijking krijgen ten gevolge van een mogelijke wijziging van de op het lichaam werkende krachten. Wordt hieraan voldaan dan zegt men dat het lichaam stabiel is.
Door verandering van slechts een van de aanwezige krachten of door toevoeging van een nieuwe kracht wordt het evenwicht verstoord en moet er derhalve beweging ontstaan. Veelal zal een dergelijke wijziging ook verandering brengen in de reactiekrachten waardoor het evenwicht behouden blijft. Dit blijkt bijvoorbeeld uit de beschouwing van een horizontale balk welke aan de twee uiteinden ondersteund wordt en ergens tussen de steunpunten een last draagt. Vergroting van de last heeft een wijziging van de reacties tot gevolg waardoor de oorspronkelijke evenwichtstoestand behouden blijft. Stabiel evenwicht kan derhalve betekenen dat of de constructie in rust is en in rust blijft als er (binnen bepaalde grenzen) een verstoring van het evenwicht plaats vindt of dat een constructie onder invloed van de verstoring een nieuw evenwicht inneemt hetzij dat na het wegnemen van de verstoring de constructie naar de oorspronkelijke evenwichtssituatie terugkeert. Een stabiele constructie is derhalve instaat een bepaalde externe belasting te trotseren.
We zullen dit toelichten met een paar voorbeelden.

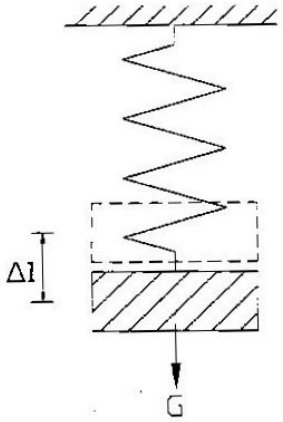
Voorbeeld 1



situatie 1 situatie 2 situatie 3

In de onderstaande figuur staat een kogeltje afgebeeld liggend op een vlak.
In situatie 1 bevindt het kogeltje zich in een "dal", in situatie 2 op een horizontaal vlak en in situatie 3 op een "heuvel".
In elk van de drie situaties is er sprake van een evenwicht.
Ondervindt het kogeltje in situatie 1 een verstoring van zijn evenwicht welke even later weer verdwijnt dan rolt het kogeltje terug naar zijn oorspronkelijke evenwichtspositie: er is sprake van een stabiel evenwicht.
Gebeurt dat zelfde in situatie 2 dan rolt het kogeltje weg en blijft op een andere plek liggen: indifferent evenwicht.
In situatie 3 zal een kleine verstoring aanleiding zijn tot het wegrollen van het kogeltje van de heuvel af. Het kogeltje keert niet terug in de oorspronkelijke evenwichtssituatie maar verwijdert zich steeds verder. Er ontstaat geen nieuw evenwicht, er is sprake van instabiel of labiel evenwicht.
Een iets andere beschouwing van de drie situaties leert dat wanneer er een extra kracht wordt uitgeoefend op een in evenwicht verkerend lichaam en dit lichaam hierdoor in een andere evenwichtssituatie komt, doordat er een herstellende kracht ontstaat, er sprake is van een stabiel evenwicht. Ontstaat die tegenwerkende kracht niet dan is er sprake van indifferent evenwicht. Ontstaat er een kracht welke het evenwicht nog verder verstoort dan is er sprake van labiel evenwicht.

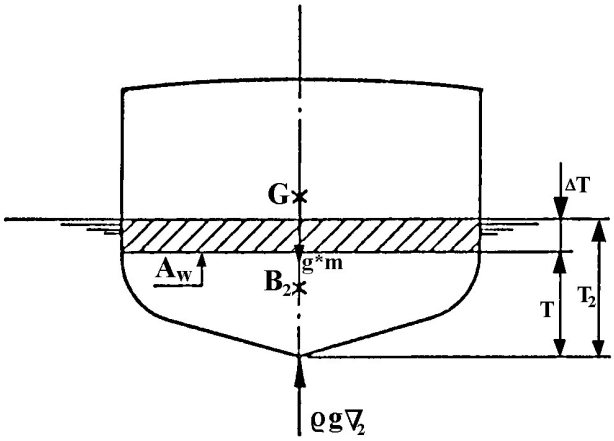
Voorbeeld 2



Er hangt een bekende massa aan een lineaire veer. Zoals eerder getoond is er sprake van een evenwicht. Wordt de massa door een externe kracht F^1 een klein stukje naar beneden bewogen over een afstand Δl dan ontstaat er een kracht $\Delta F = c * \Delta l$ omhoog op de massa, welke zorgt voor een nieuw evenwicht als $\Delta F = c * \Delta l = F^1$.
Verdwijnt de verstoring dan zorgt ΔF ervoor dat de massa terugkeert naar de oorspronkelijke evenwichtssituatie. Er is een stabiele evenwichtssituatie. Eenzelfde redenering geldt voor een verplaatsing omhoog van de massa.

Voorbeeld 3

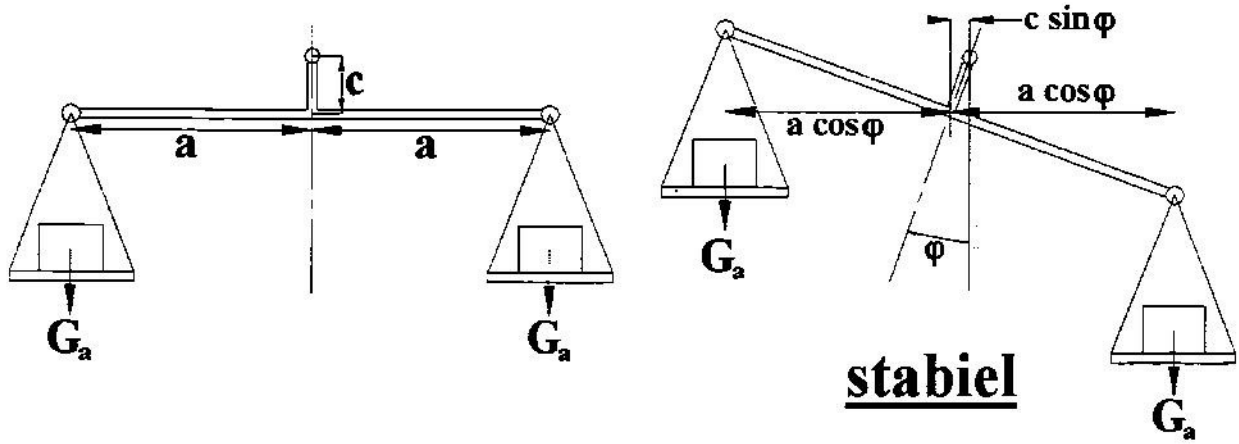
Een analogie wordt gevonden bij het beschouwen van het verticale evenwicht van een drijvend lichaam. Drijft het lichaam rechtop liggend dan maakt het gewicht evenwicht met de waterverplaatsing. Wordt het lichaam over een kleine afstand naar beneden verplaatst dan ontstaat een extra opdrijvende kracht ter grootte van het gewicht van het extra ondergedompelde volume.



Dit is gelijk aan $\rho g A_W * \Delta T$, waarin A_W het waterlijnoppervlak is. Verdwijnt de verstoring dan keert het lichaam terug in zijn oorspronkelijke evenwichtsstand. De term $\rho g A_W$ is te vergelijken met de veerterm in het eerdere voorbeeld.
Een analoge beschouwing geldt voor een verplaatsing omhoog.

Voorbeeld 4

In de onderstaande figuur is een schematische weergave gegeven van een waag:



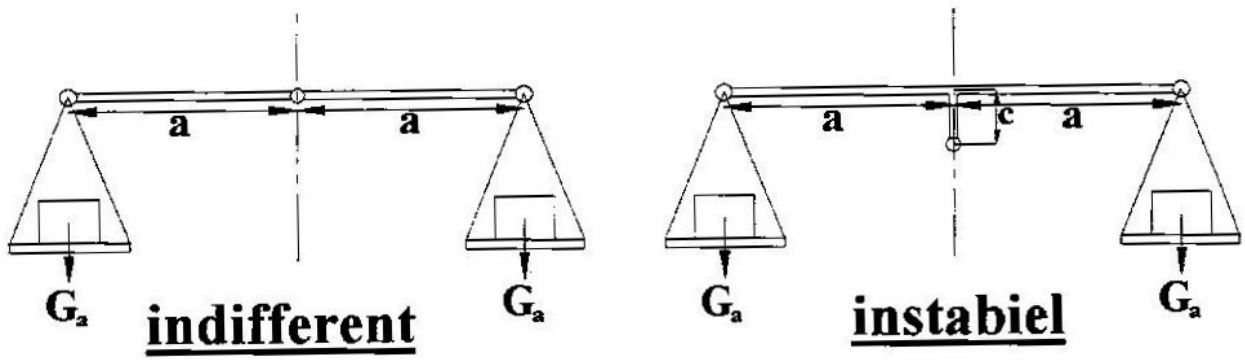
Zoals bekend is de waag in evenwicht als de massa's aan beide zijden gelijk zijn. Dit wordt eenvoudig gevonden door de evenwichtsvoorwaarden toe te passen rond het scharnierpunt.
De vraag is nu of dit evenwicht ook stabiel is. Beschouwen wij daartoe een kleine verstoring van het evenwicht zoals gegeven in de rechter figuur. Het momenten evenwicht rond het scharnierpunt wordt nu:

$$G_a \cdot (a\cos\varphi + c\sin\varphi) - G_a \cdot (a\cos\varphi - c\sin\varphi) = M_{ST}$$

waaruit blijkt dat na verwijdering van de verstoring de waag weer terug keert naar zijn oorspronkelijke evenwichtsstand.
De voorwaarde voor het evenwicht is klaarblijkelijk gelegen in de term:

$$M_{ST} = 2G_a c\sin\varphi$$

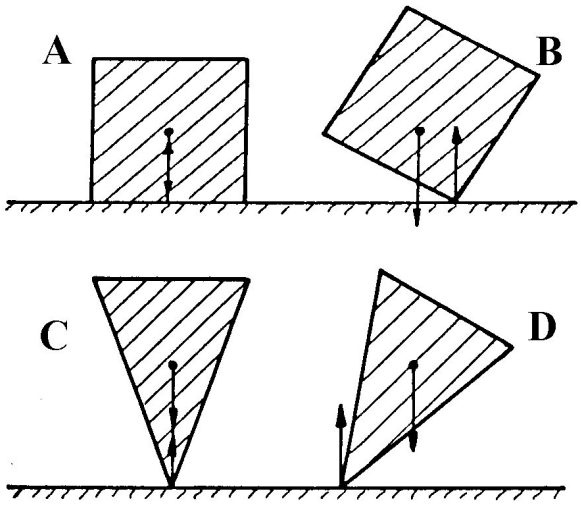
hoe groter c, hoe groter het herstellende moment, hoe groter de stabiliteit. Omgekeerd geldt bij negatieve c een instabiel evenwicht. Zie onderstaande figuur.



Voorbeeld 5

stabiel

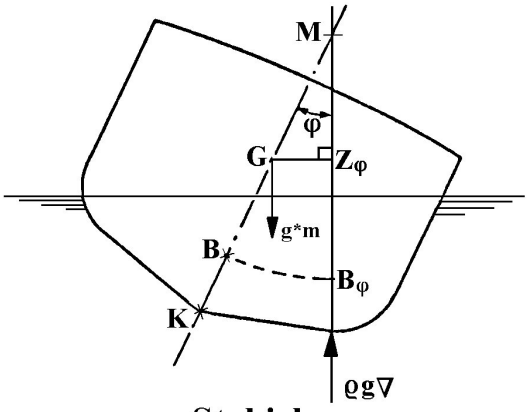
instabiel (labiel)



In de figuur A staat een blokje getekend staande op een plat vlak. De reactiekracht van het vlak op het blokje is even groot en tegengesteld met het gewicht van het blokje. Er is sprake van verticaal evenwicht.
Verschuiven we het blokje over een kleine afstand dan blijft het daar staan als we onze handen ervan af halen. In dat opzicht is het evenwicht indifferent, mits het vlak horizontaal is.
Kantelen we het blokje over een klein hoekje $d\varphi$ dan krijgen we de situatie zoals geschetst in de figuur B. De reactiekracht verschuift naar de uiterste hoek van het blokje. Er ontstaat met het gewicht een herstellend koppel dat het blokje wil doen terug kantelen naar zijn oorspronkelijke evenwichtsstand. Het evenwicht is stabiel. De stabiliteit hangt af van de arm van het herstellend koppel en dus van de hoogte - breedte verhouding van het blokje.
Geheel anders is dat in de figuur C waarin een kegel op zijn top is getekend. Zuiver rechtopstaand is er sprake van een evenwichtstand, maar het is zeker niet stabiel, zoals blijkt uit de figuur D waarin het kegeltje over een klein hoekje is verdraaid. Aangezien de reactiekracht nu niet van plaats verandert is er een moment ontstaan dat de helling kracht te vergroten: instabiel evenwicht.
Ook hier blijkt de verschuiving van de reactiekracht onder invloed van de verstoring maatgevend voor de stabiliteit.

Een zelfde situatie treffen we aan bij het dwarsscheepse evenwicht van drijvende maritieme constructies, bijvoorbeeld een schip.

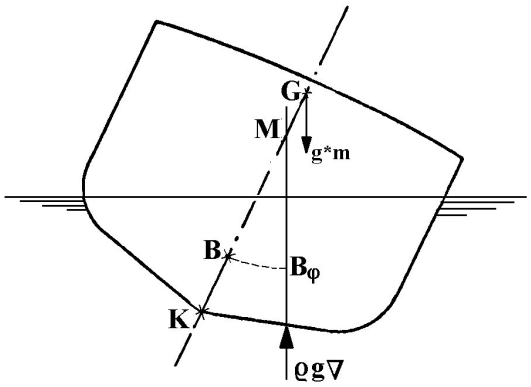
Voorbeeld 6



Stabiel

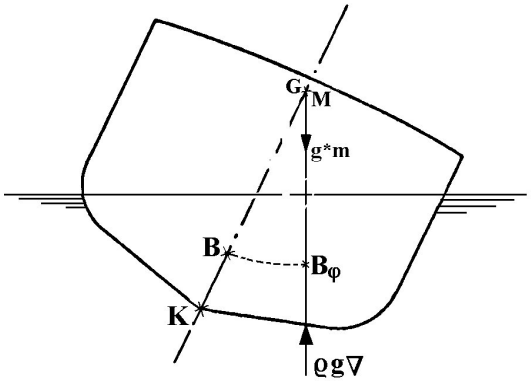
In de bovenstaande figuur is de dwarsdoorsnede van een schip geschetst welke onder een kleine helling ligt. Het massa zwaartepunt van de constructie is G.
Het volume zwaartepunt van het verplaatste water is ten gevolge van de, door de helling ontstane, asymmetrie van de romp verplaatst van B naar B_φ. De werklijn van de opdrijvende kracht snijdt het middenlangsvlak nu in M. Het gewicht G en de opdrijvende kracht $\rho g \nabla$ vormen samen een koppel met als arm GZ. In het getekende geval is het koppel zodanig van teken dat het de ontstane hellingshoek wil verkleinen: er is daardoor sprake van een stabiel evenwicht rond het punt $\varphi = 0$. Dit is steeds het geval zolang M (het metacenter) **boven** ligt of wel **GM positief** is.

Ligt het snijpunt van de werklijn van de opdrijvende kracht met het middenlangsvlak onder G (zie onderstaande figuur) dan is het resulterende koppel tussen opdrijvende kracht en gewicht zodanig van richting dat de hellingshoek wordt vergroot: er is sprake van een labiel evenwicht en van een **negatieve GM** waarde.



Instabiel

Vallen G en M samen dan ontstaat er geen resulterend koppel tussen de beide krachten en is er sprake van een indifferent evenwicht en GM = 0.
Zoals gezegd is er ook hier sprake van een stabiel evenwicht "onder voorwaarden".



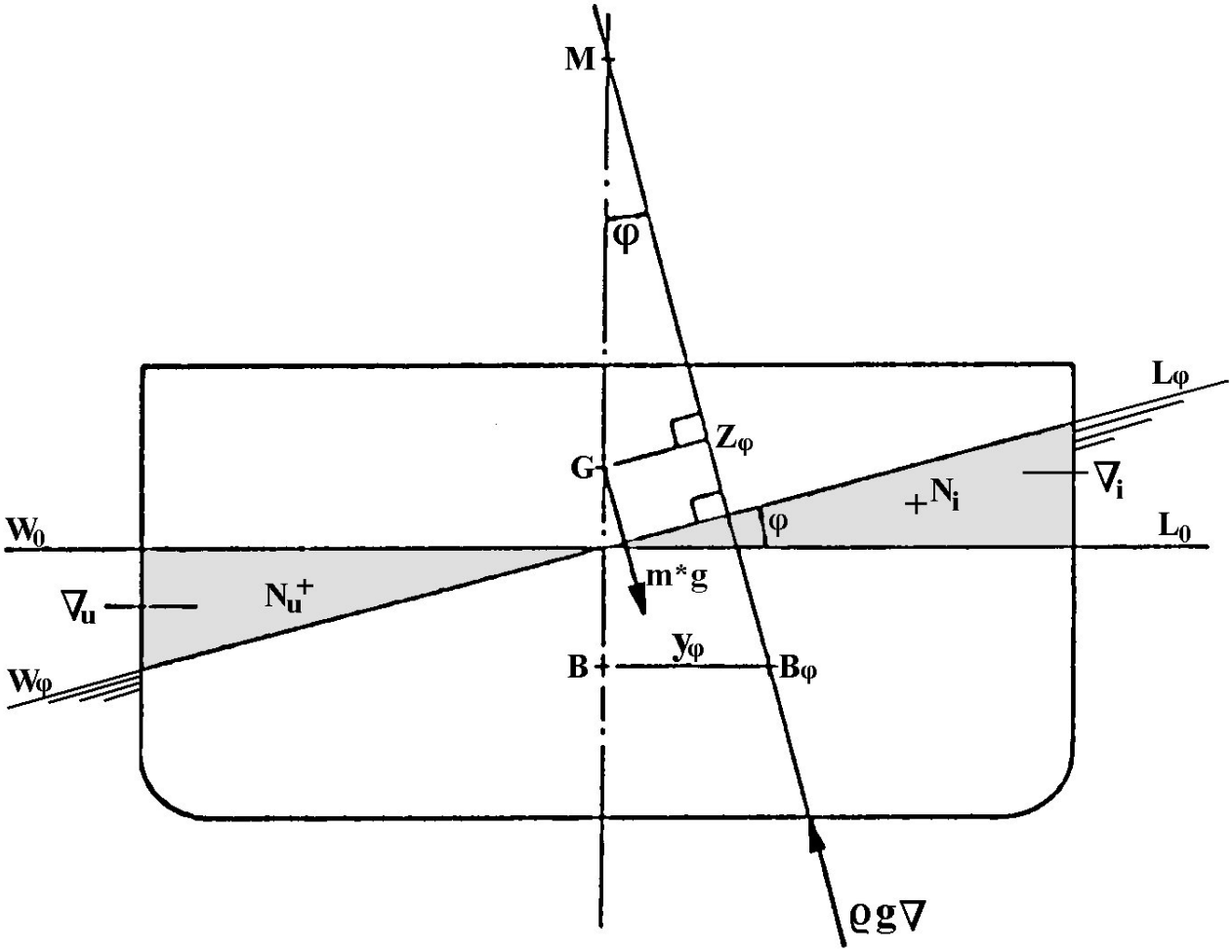
Indifferent

Van belang hiervoor zijn: de hoogteligging van G (de afstand KG) en de verschuiving van het punt B ten gevolge van helling. De hoogteligging van G wordt geheel en al bepaald door de uitvoering van de constructie en de beladingstoestand van het schip.

De verschuiving van het punt B onder helling wordt bepaald door de vorm van het (onderwater)schip en de verandering hiervan ten gevolge van helling.

Om een indruk te krijgen van de stabiliteit van een drijvend object is het klaarblijkelijk essentieel om de verplaatsing van het punt B onder helling te kennen.
De hiervoor noodzakelijke hulpmiddelen staan ons inmiddels ter beschikking: door de onderwater vorm onder helling vast te leggen is het mogelijk om met behulp van numerieke integratie het volume en het zwaartepunt hiervan te bepalen. Dit is nauwkeurig maar nogal arbeidsintensief.
Derhalve zijn er methoden ontwikkeld om de verplaatsing van B te benaderen en daarmee de positie van M vast te leggen.
Wil men een inzicht in de stabiliteit van een drijvende constructie rechtop liggend rond $\varphi = 0$ dan valt een relatief eenvoudige formule af te leiden.
Door het meenemen van enkele beperkingen ten aanzien van de rompvorm is het mogelijk deze benadering uit te breiden voor grotere hellingshoeken. Daarboven is de bepaling van de stabiliteit slechts mogelijk door uitgebreide berekeningen te gebruiken.

Bekijken we nu eerst het evenwicht rond $\varphi = 0$ dus bij zeer kleine hellingshoeken. Zie de figuur.



Getekend is een dwarsdoorsnede van een schip. Het massa zwaartepunt is G. De waterlijn in de rechtop positie is W_o L_o en onder een kleine hellingshoek W_φ L_φ. De positie van het drukkingspunt bij $\varphi = 0$ is B_o en bij een kleine hellingshoek φ: B_φ.

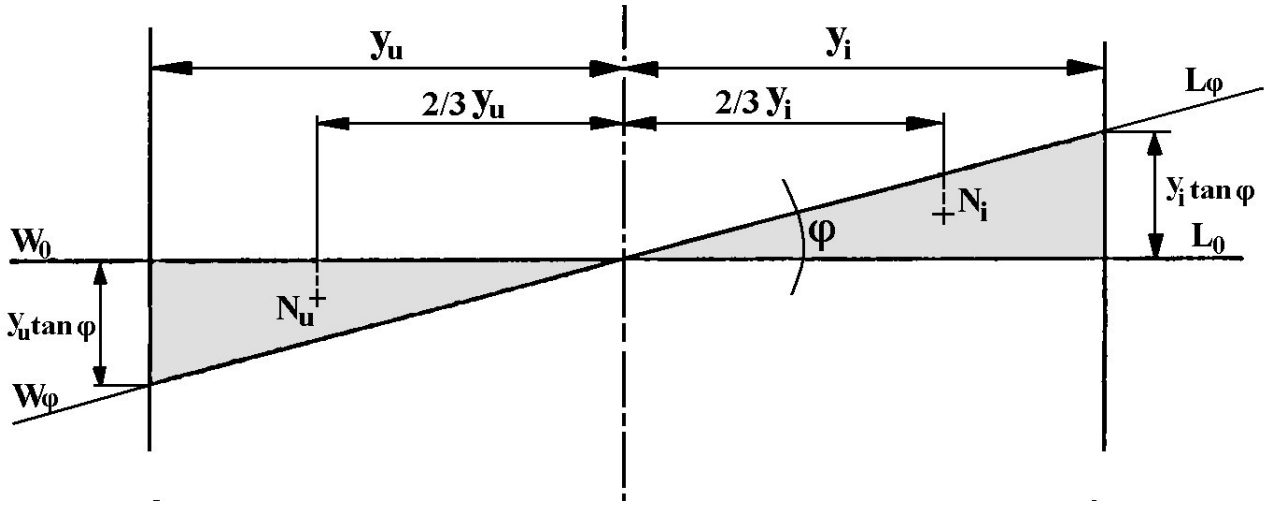
De afstand GM wordt geschreven als: GM = KB + BM - KG

waarin: KB - hoogteligging drukkingspunt

BM - afstand drukkingspunt tot het metacenter

KG - hoogteligging van het zwaartepunt.
Deze kan voor elke beladingstoestand uitgerekend worden met behulp van momenten stelling en een bekend veronderstelde massa verdeling.

Verondersteld wordt nu dat KB en KG bekend zijn door de volume en zwaartepuntsbepaling van het lichaam bij helling nul. Rest een benadering voor BM.



Door de helling van het schip gaat aan de linkerzijde nu tussen W_o L_o en W_φ L_φ een gedeelte van de waterverplaatsing verloren (de uittredende wig ∇_u) en aan de rechterzijde komt er waterverplaatsing bij (de intredende wig ∇_i). Aangezien het gewicht van het schip niet verandert moet de totale waterverplaatsing constant blijven en geldt er dus dat:

$$\nabla_u = \nabla_i$$

Ten gevolge van het verplaatsen van een gedeelte van de waterverplaatsing van ∇_u naar ∇_i verplaatst het drukkingspunt zich van B_o naar B_φ. Aangezien we de verplaatsing alleen willen weten bij zeer kleine hellingshoek is de verandering in hoogte ligging van het drukkingspunt te verwaarlozen.
Met behulp van de eerder besproken verschuivingswet zullen we nu de verplaatsing y_φ van het drukkingspunt uitrekenen.
Het volume van de uittredende wig is, uitgaande van loodrechte zijwanden over het zeer kleine stukje dat door de beide waterlijnen omvat wordt:

$$\nabla_U = \int_0^L \frac{1}{2} y_u y_u \tan\varphi \, dx$$

$$\nabla_U = \frac{1}{2}\tan\varphi \int_0^L y_u^2\, dx$$

en het volume van de intredende wig is op analoge wijze:

$$\nabla_i = \int_0^L \frac{1}{2} y_i y_i \tan\varphi\ dx = \frac{1}{2}\tan\varphi \int_0^L y_i^2\, dx$$

Aangezien $\nabla_u = \nabla_i$

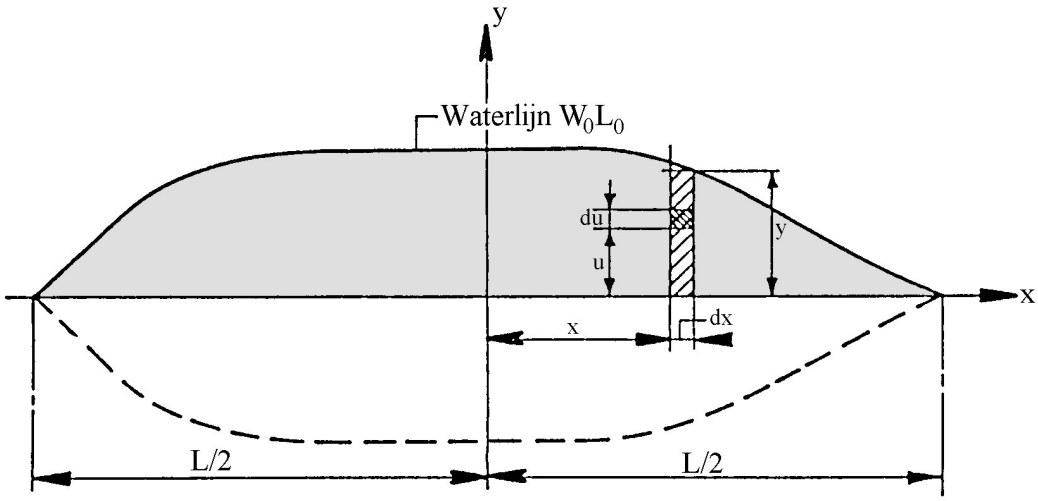
geldt: $$\frac{1}{2}\int_0^L y_u^2\, dx = \frac{1}{2}\int_0^L y_i^2\, dx$$

We zullen nu afleiden dat wat hier staat het statisch moment van de waterlijn is ten opzichte van de langsscheepse symmetrie as. Bezie daartoe de volgende figuur.
Het statische moment van de waterlijn W_oL_o t.o.v. het middenlangsvlak wordt gevonden door eerst voor een klein strookje met lengte dx deze te bepalen en vervolgens de som van de statische momenten van al deze strookjes te bepalen. We vinden voor het gearceerde strookje ten opzichte van de langsas:

$$dS_x = \int_0^y u\, du\, dx = \frac{1}{2} y^2\, dx$$

en dus voor het hele waterlijn oppervlak:

$$S_x = \frac{1}{2}\int_0^L y^2\, dx$$



Hieruit mag geconcludeerd worden:

het statische moment van de intredende wig van W_o L_o en het uittredende wig zijn gelijk en dus

de waterlijnen W_o L_o en W_φ L_φ snijden elkaar volgens een langsscheepse lijn gaande door het zwaartepunt van W_o L_o

Waaruit weer volgt:

de waterlijnen W_o L_o en W_φ L_φ snijden elkaar op de langsscheepse symmetrie lijn.

Passen we nu de verschuivingswet toe. Laten N_u en N_i de respectievelijke zwaartepunten zijn van de uit- en intredende wiggen, dan is:

$$BB_\varphi = \frac{\nabla_u \frac{4}{3} y}{\nabla}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\tan\varphi \int_0^L y^2 \frac{4}{3} y\,dx}{\nabla} = \frac{\frac{2}{3}\tan\varphi \int_0^L y^3 dx}{\nabla}$$

Uit de figuur blijkt bovendien dat:

$$BM = \frac{BB_\varphi}{\tan\varphi}$$

dus:

$$BM = \frac{\frac{2}{3}\int_0^L y^3 dx}{\nabla} = \frac{I_T}{\nabla}$$

waarin I_T gelijk is aan het dwarstraagheidsmoment van de waterlijn t.o.v. de langsscheepse symmetrieas; want voor een klein strookje hiervan geldt:

$$dI_x = \int_0^y u^2\,du\,dx = \frac{1}{3} y^3\,dx$$

en dus voor de hele waterlijn (de factor 2 i.v.m. SB en BB helft):

$$I_T = \frac{2}{3}\int_0^L y^3\,dx$$

dus

$$GM = KB + \frac{I_T}{\nabla} - KG$$

Uit de eerder gegeven figuur, waarin het herstellende moment staat uitgebeeld dat ontstaat ten gevolge van helling, blijkt dat de arm van dit moment gelijk is aan:

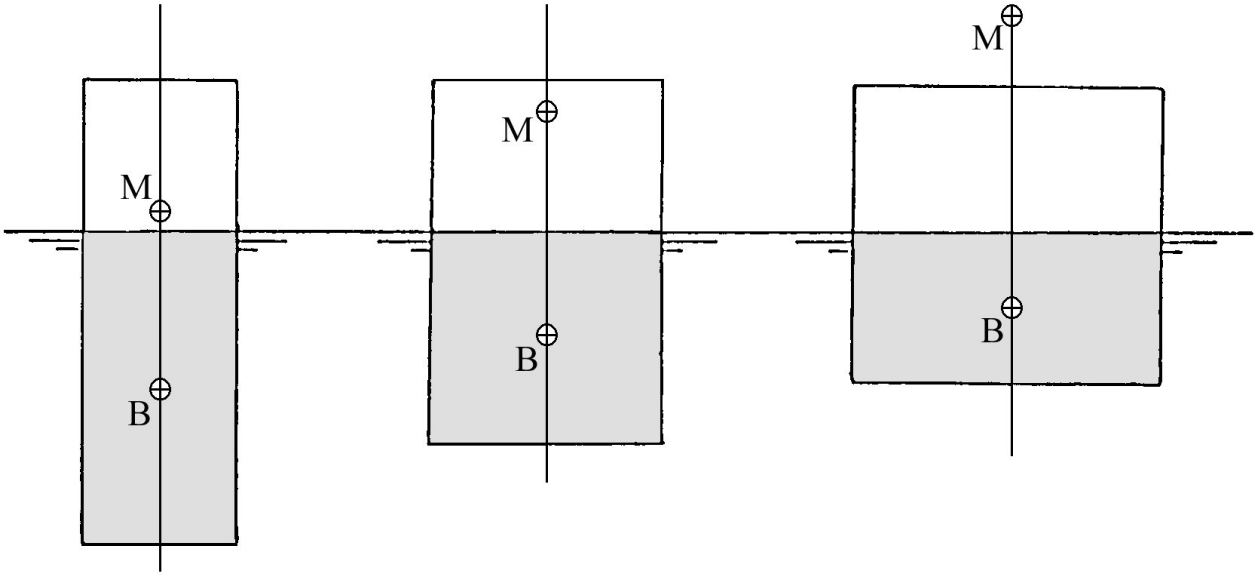
$$GZ_{\varphi} = GM \sin\varphi$$

Het herstellende moment is derhalve groot als GM groot is.
Een grote GM waarde wordt verkregen door:

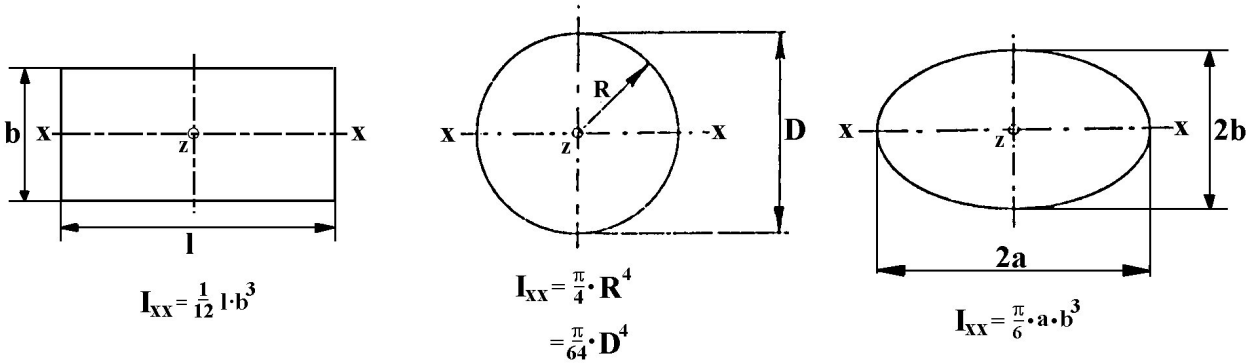
een grote waarde van KB. Dit is meestal niet mogelijk zonder andere waarden eveneens te beïnvloeden;

een grote waarde van BM;
Dit is te realiseren door een grote waarde te zoeken voor het dwarstraagheidsmoment van de waterlijn. Uit de formulering blijkt dat deze evenredig is met de breedte op de waterlijn tot de derde macht, zodat een grote waterlijn breedte bij gelijkblijvend deplacement zorgt voor een grote stabiliteit.

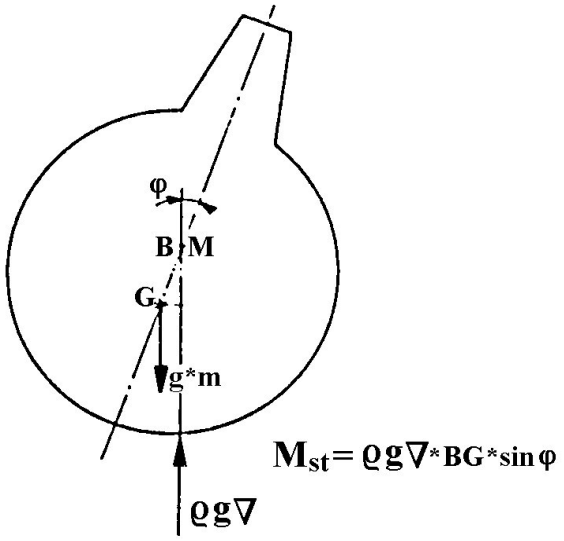
een kleine waarde voor KG;
Hoe kleiner KG hoe lager het zwaartepunt ligt ten opzichte van de bodem hoe groter het stabiliserend moment. En omgekeerd.



Het dwarstraagheidsmoment van het waterlijn oppervlak speelt bij de bepaling van BM en dus voor de positie van M een grote rol. Vandaar dat in onderstaande figuur voor enkele eenvoudige doorsnedevormen de grootte hiervan gegeven wordt.



Bestaat de constructie uit een volledig ondergedompeld volume, zoals het geval is bij een onderzeeboot, dan is er geen sprake van verandering van het ondergedompelde volume door helling en dus ook niet van enige verschuiving van het drukkingspunt. In de formule van BM komt dit tot uiting doordat het dwarstraagheidsmoment van de waterlijn gelijk is aan nul, aangezien er geen waterlijn is. B en M vallen daardoor samen.



Voor een stabiel evenwicht is het hier derhalve noodzakelijk dat G onder B gelegen is.
Merk op dat dit in alle andere gevallen van de beschouwde stabiliteit van drijvende constructies beslist niet vereist is!!!

Concluderend kan gesteld worden dat:

De stabiliteit van het evenwicht van een drijvende constructie rond $\varphi = 0$ kan goed beoordeeld worden door de grootte van de GM waarde van het drijvende lichaam te bepalen.

Voorbeeldsom:

Dit voorbeeld is een uitbreiding van het voorbeeld op blz. 4.11.

Hetzelfde schip als bij het vorige voorbeeld zal gebruikt worden.
Gegeven: Diepgang T: 7.20 m
KG: 8.00 m

Er worden nog twee kolommen aan de Simpsontabel van de CWL toegevoegd. Met deze twee kolommen kan men het traagheidsmoment uitrekenen, dat we nodig hebben voor het bepalen van de GM waarde.

N.B.: Deze berekening hoeft alleen voor de CWL uitgerekend worden. De andere Simpson-tabellen van de andere waterlijnen blijven hetzelfde als in het voorbeeld op blz. 4.11.

CWL							
ord. nr.	1/2*br. = y (m)	s.f	y*s.f.	m.f.	y*s.f.*m.f.	y^3	s.f.* y^3
a	0	0.165	0	-5.331	0	0	0
b	0.888	0.661	0.59	-5.165	-3.03	0.70	0.46
0	1.625	1.165	1.89	-5	-9.47	4.29	5.00
1	6.525	4	26.10	-4	-104.40	277.81	1111.22
2	9.013	2	18.03	-3	-54.08	732.04	1464.08
3	9.800	4	39.20	-2	-78.40	941.19	3764.77
4	9.800	2	19.60	-1	-19.60	941.19	1882.38
5	9.800	4	39.20	0	0.00	941.19	3764.77
6	9.800	2	19.60	1	19.60	941.19	1882.38
7	8.238	4	32.95	2	65.90	558.97	2235.87
8	6.838	2	13.68	3	41.03	319.66	639.33
9	3.613	4	14.45	4	57.80	47.14	188.57
10	0	1	0	5	0	0	0
		SOM 1=	225.28	SOM 2=	-84.65	SOM 3=	16938.84
Aw:	Waterlijnoppervl.:		2*1/3*h*SOM 1 =		1817.26	m^2	
Xa:	wl. zwaartepunt :		h* SOM 2/SOM 1 =		-4.55	m	
It:	Traagheidsmoment:		2*1/3*1/3*h*SOM 3 =		45546.67	m^4	

1

Vervolgens worden er bij de Simpsontabel van alle waterlijnen ook weer twee kolommen toegevoegd. Met deze twee kolommen wordt de KB waarde bepaald. Zodoende heeft men alle termen voor het bepalen van de GM waarde (zie formule op blz. 5.11).

Merk op dat de afstand tot de basis de afstand van de desbetreffende waterlijn tot het xy-vlak is (zie blz. 4.11)

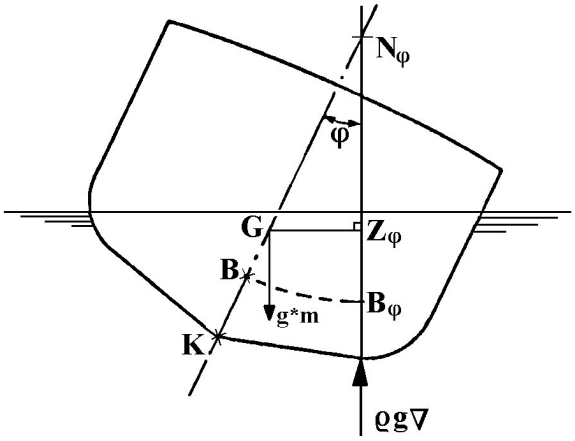
Waterlijn	Aw	s.f.	Aw*s.f.	Xa	Aw*s.f.*Xa	Afst.basis	Aw*s.f.*Afstbasis
Vlak	668.2	1	668.2	1.36	908.7	0.00	0.0
1/4-WL	1241.9	4	4967.7	-0.61	-3030.3	1.80	8941.9
1/2-WL	1452.3	2	2904.5	-1.12	-3253.0	3.60	10456.2
3/4-WL	1598.3	4	6393.4	-2.04	-13042.5	5.40	34524.1
CWL	1817.3	1	1817.3	-4.55	-8268.5	7.20	13084.3
		som 1=	16751.0	som 2=	-26685.6	som 3=	67006.5
Waterverplaatsing:		1/3*(T/4)*som 1 =		10050.6	m^3		
Drukkingspunt Xb:		som 2/som 1 =		-1.59	m		
KB =		som 3/som 1 =		4.00	m		
KG =				8.00	m		
It =	45546.67 m^4		BM = It / waterverpl. =			4.53 m	
GM =		KB + BM - KG =		0.53	m		

Stabiliteitsmoment

Niet alleen de aard van het evenwicht bij $\varphi = 0$ is van belang, maar ook het vermogen van de drijvende constructie om kenterende momenten op te nemen. Dit kenterend moment kan zijn oorzaak vinden in bijvoorbeeld asymmetrie in de belading, het aan boord nemen van lasten, belasting door de wind en/of de golven etc. De resulterende hoeken waarbij het aldus belaste lichaam weer in evenwicht komt zullen niet altijd zeer klein zijn, zodat het van belang is het herstellende moment ook te kennen bij grotere hellingshoeken.

Beschouw daartoe de situatie in de onderstaande figuur. Het verschil met de situatie bij kleine hellingshoek is dat de werklijn van de opdrijvende kracht niet meer door M gaat maar het middenlangsvlak snijdt in het punt N_φ, het **vals metacenter**.
Het **stabiliteitsmoment** wordt in formule gegeven door:

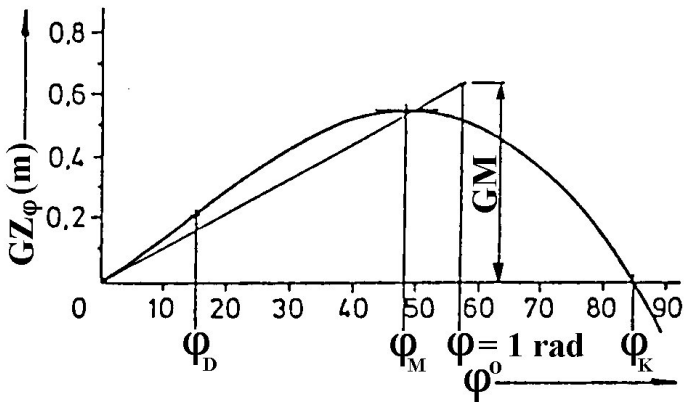
$$M_{ST} = \rho\, g \nabla\, GZ_\varphi = \rho\, g \nabla\, GN_\varphi \sin\varphi$$



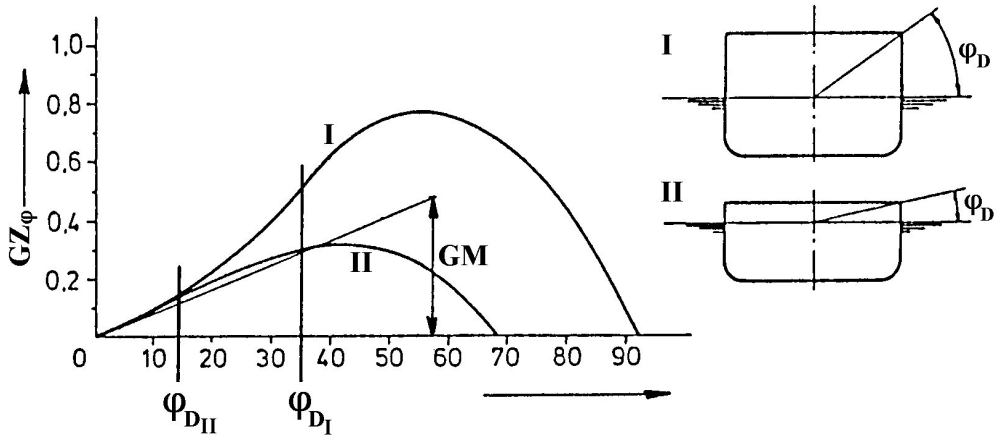
Bij een bekend deplacement wordt de grootte van dit herstellende moment bepaald door de grootte van de arm van het stabiliteitsmoment: GZ_φ. De grootte van GZ_φ is voor elke hellingshoek anders en dient dus voor elke hellingshoek bepaald te worden. Om een beeld te geven van het verloop van de grootte van de stabiliteitsarm GZ_φ wordt deze veelal weergegeven in een figuur. Men noemt een dergelijke figuur de kromme van armen van statische stabiliteit.
Hierin staat de arm GZ_φ afgebeeld als functie van de hellingshoek. Het zal duidelijk zijn dat de vorm van de kromme sterk afhankelijk is van het beschouwde lichaam als ook van de specifieke toestand waarin het drijft (waterverplaatsing).
Enkele specifieke punten van de kromme zullen worden genoemd zonder al te ver in te gaan op het hoe en het waarom.

De raaklijn aan de kromme in het punt $\varphi = 0$ snijdt de lijn $\varphi = 57.3^\circ = 1$ radiaal in een punt waarvan de ordinaat overeenkomt met de grootte van GM. Hoe groter GM hoe steiler de kromme in de oorsprong, hoe groter het stabiliteitsmoment bij kleine hoeken.

Voor een bepaalde waarde van de hellingshoek wordt de stabiliteitsarm maximaal, de hoek waarbij dit gebeurt heet φ_m.



Er treedt een buigpunt op in de kromme bij die hoek waarbij het dek te water komt. Afhankelijk van de hoek waarbij het dek te water komt kunnen ook bij gelijke GM zeer verschillende krommen van armen ontstaan. In de regel geldt hoe groter φ_D hoe beter.



Bij een bepaalde hellingshoek wordt de arm nul. Deze hoek wordt genoemd; **de kenterhoek**. Bij deze hoek heeft een zeer kleine verstoring van het evenwicht tot gevolg dat het schip doorkentert.

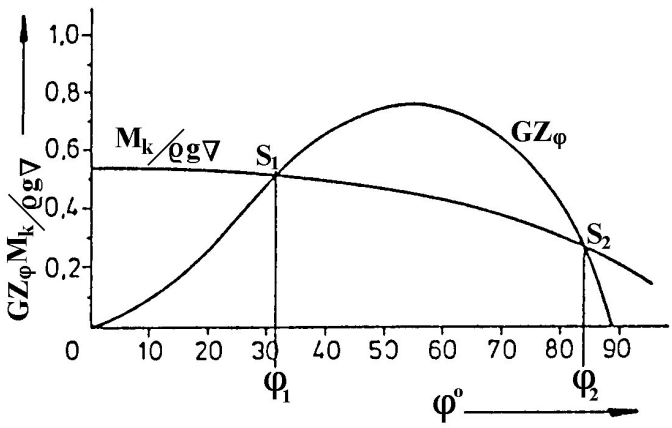
De range van hoeken tussen $\varphi = 0$ en $\varphi = \varphi_K$ wordt de stabiliteitsomvang genoemd en is een belangrijke grootheid bij het beoordelen van de stabiliteit van drijvende lichamen.

De slagzij die zal optreden ten gevolge van één of ander hellend moment M_K van een bekende grootte volgt uit de voorwaarde dat voor evenwicht moet gelden dat:

$$M_K = M_{ST}$$

In vele gevallen zal de hoek waarbij hieraan voldaan wordt alleen via een grafische methode bepaald kunnen worden.
Aangezien de grafiek van de kromme van armen niet het stabiliteitsmoment maar de arm daarvan weergeeft, geldt voor die figuur als evenwichtsvoorwaarde dat:

$$M_{K(\varphi)} = M_{ST(\varphi)} \qquad \text{en daaruit:} \qquad \frac{M_{K(\varphi)}}{\rho g \nabla} = GZ_\varphi$$



Uit de figuur blijkt dat er twee hellingshoeken zijn φ_1 en φ_2 waarvoor aan de evenwichtsvoorwaarden voldaan wordt. Bij de hoek φ_1 treedt een positief stabiele evenwichtsstand op. Uitgaande van deze evenwichtsstand levert een kleine vergroting van de hellingshoek een stabiliteitsmoment op dat groter is dan het kenterende moment, zodat bij verdwijnen van deze verstoring het lichaam terugkeert naar de evenwichtsstand. Bij een verkleining van de hellingshoek treedt een groter kenterend moment op dan het stabiliteitsmoment waardoor hetzelfde gebeurt.

Eenzelfde beschouwing voor de tweede evenwichtsstand bij φ_2 leert dat er hier sprake is van een negatieve stabiliteit of instabiel evenwicht.
In vele praktijk gevallen volstaat het de kromme van armen te kennen tot gematigde hellingshoeken.
Uitgaande van de eerder opgezette beschouwing voor zeer kleine hellingshoeken heeft Scribanti een formule afgeleid waarmee het mogelijk is om snel de resulterende hellingshoek te berekenen.
Hij veronderstelde daartoe dat het schip in het gebied dat door de gehelde waterlijnen bestreken wordt verticale zijwanden heeft. De doorsnede behoeft niet constant te zijn. Hoe de vorm er buiten dit gebied uit ziet doet voor de afleiding verder niet terzake.
In de praktijk blijkt dit een zeer bruikbare aanname voor "normale" schepen.

De afleiding verloopt min of meer analoog aan die voor zeer kleine hellingshoek, behalve dat nu ook de verticale verschuiving van het drukkingspunt in de berekening wordt betrokken, aangezien de helling nu niet meer klein verondersteld wordt.
We zien dat:

$$GZ\varphi = GZ'_\varphi + Z'_\varphi Z_\varphi = GM \sin\varphi + MN_\varphi \sin\varphi = GM \sin\varphi + z_\varphi \sin\varphi$$

waarin z_φ de verticale verschuiving van het zwaartepunt voorstelt.

$MN_\varphi \sin\varphi$ wordt wel de toegevoegde stabiliteit genoemd en GM $\sin\varphi$ zoals eerder afgeleid de aanvangsstabiliteit.

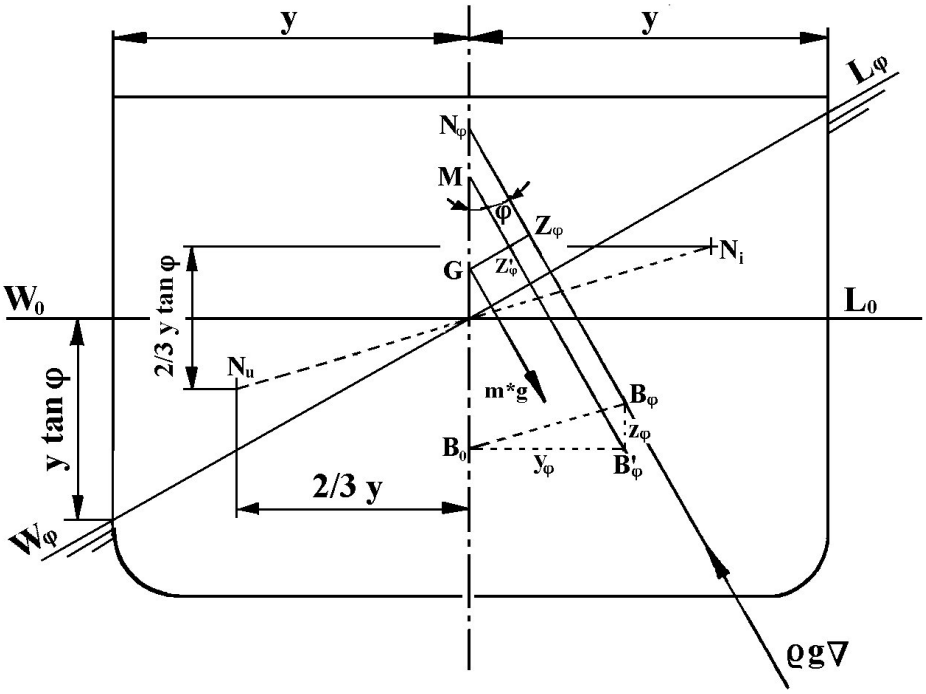
Met behulp van de verschuivingswet is ook de verticale verschuiving z_φ van B te bepalen.

$$z_\varphi = \frac{\nabla_u \frac{2}{3} y \tan\varphi}{\nabla} = \frac{\int_0^L \frac{1}{2} y^2 \tan\varphi \; \frac{2}{3} y \tan\varphi \; dx}{\nabla}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\tan^2\varphi \int_0^L \frac{2}{3} y^3 dx}{\nabla} = \frac{1}{2}\tan^2\varphi \; \frac{I_T}{\nabla} = \frac{1}{2} BM \tan^2\varphi$$

Dus: voor de arm van het stabiliteitsmoment geldt:

$$GZ_\varphi = \left(GM + \tfrac{1}{2} BM \tan^2\varphi \right) \sin\varphi$$ de formule van **Scribanti**

Zoals reeds gesteld gaat de formule uit van verticale zijwanden en geldt zij niet meer als aan deze voorwaarde niet voldaan wordt.
Met behulp van de formule van Scribanti is het mogelijk de armen van statische stabiliteit voor "normale" schepen te benaderen voor die range van hoeken, waarbij het dek niet in het water of de kim uit het water komt. Achteraf moeten de uitkomsten van de berekeningen hiervoor gecontroleerd worden. Als de spanten van het schip een te zeer uitwaaierende of te ronde vorm hebben is de formule van Scribanti nauwelijks te gebruiken; denk hierbij aan bijvoorbeeld fregatten, vissersschepen en jachten.

Is de grootte van één of ander kenterend moment bekend dan kan, veelal iteratief, de resulterende hellingshoek van het lichaam bepaald worden, gebruikmakende van het gegeven dat voor een evenwichtssituatie het kenterende moment en het stabiliteitsmoment aan elkaar gelijk dienen te zijn. Ook kan eventueel de stabiliteit van het resulterende evenwicht beschouwd worden.
Het tot nu toe behandelde is slechts een summiere introductie op het gebied van de stabiliteit van drijvende lichamen, hoofdzakelijk bedoeld om enige bekendheid met het begrip te krijgen.