

6. WEERSTAND

In dit hoofdstuk zullen we de weerstand behandelen die een lichaam ondervindt als het zich met een relatieve snelheid verplaatst ten opzichte van een zich omringend medium, zoals een gas of een vloeistof. We zullen toepassingen hiervan bezien en nagaan in hoeverre de weerstand gezien in het licht van de toepassing is te optimaliseren. We zullen de weerstand beschouwen in zowel ideale als reële vloeistoffen en zowel geheel omstroomde lichamen als wel lichamen welke zich voortbewegen op het scheidingsvlak van twee verschillende media.

Eerst zullen nu enkele van belang zijnde begrippen uit de stromingsleer in vogelvlucht behandeld worden.

DEFINITIES

Over het algemeen zullen we hier korthedshalve over vloeistoffen spreken, hoewel vloeistoffen en gassen bedoeld worden.

De beweging van vloeistoffen kan in twee gedeelten gesplitst worden, te weten:

de beweging van **ideale** vloeistoffen en die van **reële** of **viskeuze** vloeistoffen.

Bij de eerste groep wordt verondersteld dat de vloeistof onsamendrukbaar en wrijvingsloos is, bij de tweede groep veronderstelt men uitsluitend dat de vloeistof onsamendrukbaar is. In de natuur komen geen ideale vloeistoffen voor, maar de bestudering van de eigenschappen van deze vloeistoffen is uiterst zinvol aangezien de hierop gebaseerde berekeningen in de aero- en hydromechanica het maken van gevolgtrekkingen toelaten, die betrekking hebben op verschijnselen in natuurlijke vloeistoffen voor zover die relatief weinig wrijving vertonen.

Bij water en lucht is dat bijvoorbeeld het geval in een groot aantal situaties.

Teneinde iets te kunnen zeggen over de krachten die een stromende vloeistof op een lichaam uitoefent is het noodzakelijk de beweging van de vloeistofdeeltjes vast te leggen. Om de toestand van de stroming te kunnen beschrijven maken we gebruik van een aantal hulpmiddelen.

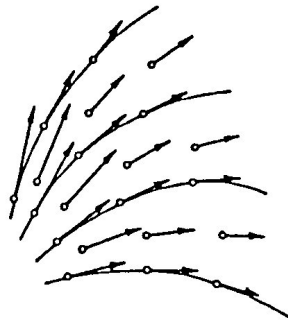
De toestand van een stromingsveld op een bepaald ogenblik kunnen we beschrijven met behulp van **stroomlijnen**. Dit zijn lijnen getrokken in het ruimtelijke stromingsveld waarvan de raaklijnen aan de kromme in een willekeurig punt de richting van de stroomvector daar ter plaatse geeft.

Dit beeld kan op elk tijdstip verschillend zijn. Alleen de richting van de snelheidsvector van een stroomdeeltje wordt vastgelegd door de stroomlijn en niet de grootte.

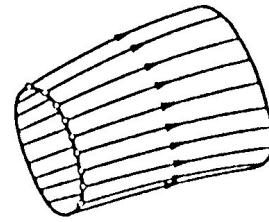
Stroombanen zijn de banen, die de vloeistofdeeltjes in de ruimtelijke stroming volgen.

Bij een stromingsbeeld dat voortdurend in de tijd verandert wordt de stroombaant gevonden uit de in de tijd opeenvolgende beelden vastgelegd door de stroomlijnen.

Bij een stromingsbeeld dat in de tijd niet meer verandert, dat wil zeggen dat in een bepaald punt van de ruimte de snelheid niet meer met de tijd verandert en dus constant is, spreekt men van een **stationaire** stroming.



stroomlijnen



stroombanen

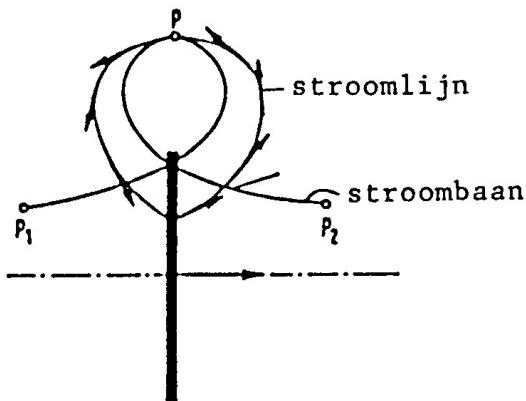
In dat zeer specifieke geval veranderen de stroomlijnen dus niet met de tijd en zijn derhalve de stroomlijnen en de stroombanen aan elkaar gelijk: een deeltje verwijderd zich nooit van de stroomlijn waarop het zich eenmaal bevindt (dit is namelijk de definitie van een stroomlijn).

In vele beschouwingen over de gevolgen van een stromende vloeistof rond een lichaam wordt uit gegaan van dit laatste type stroming, omdat het ons in staat stelt op relatief eenvoudige wijze een verband te leggen tussen het stromingsbeeld, de stroomsnelheid, de druk en dus de kracht op een omstroemd lichaam.

Het onderscheid tussen een stroomlijn en een stroombaant, alsmede hoe in vele gevallen tot een stationair beeld kan worden gekomen, kan aanschouwelijk gemaakt worden met het volgende voorbeeld:

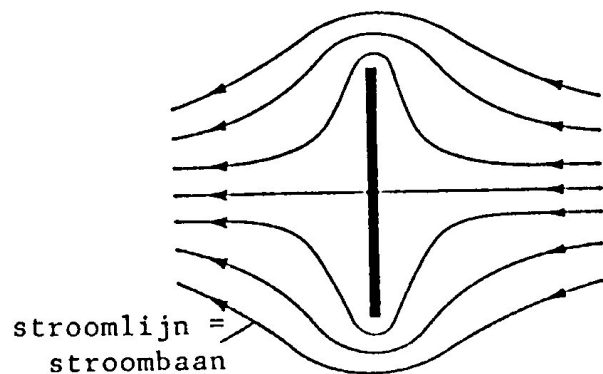
Een plaat wordt haaks op zijn vlak voortbewogen door de vloeistof, welke op grote afstand van de plaat in rust is.

In de figuur wordt een vloeistofdeeltje beschouwd, dat zich op het moment van beschouwing precies in het punt P bevindt.



vloeistof in rust

vloeistof beweegt



De kwalitatieve vorm van zijn stroombaant, dat is dus de baan die het deeltje doorloopt, volgt uit de constatering dat het deeltje bij de nadering van de plaat eerst vanuit P_1 naar rechts in beweging wordt gezet en terzelfder tijd omhoog om de plaat te ontwijken. Is de plaat het deeltje voorbij dan beweegt deze zich weer naar beneden en gelijktijdig achter de plaat weer naar voren naar zijn eindtoestand in P_2 . De in de figuur geschetste globale stroombaant volgt uit het beschreven stromingsbeeld.

De stroming wordt stationair voor een waarnemer die zich met de plaat mee beweegt, immers dit beeld verandert dan schijnbaar voor hem niet meer met de tijd. De plaat staat

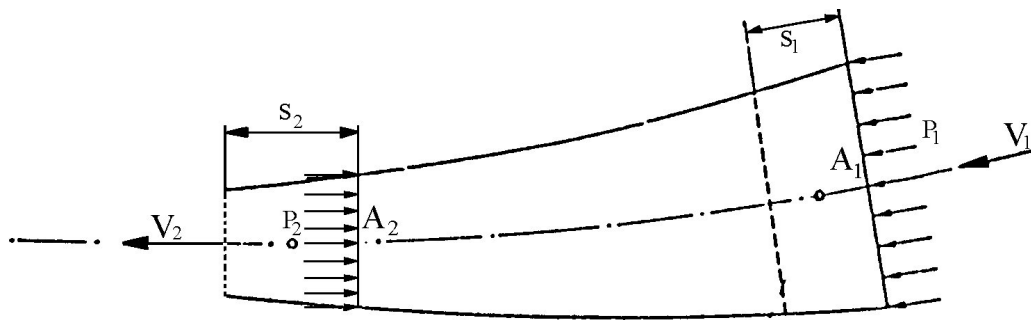
nu ten opzichte van de waarnemer stil en de vloeistof stroomt van rechts naar links. Stroomlijnen en stroombanen vallen dus nu voor hem samen. Dit is een veel gebruikte methode om stromingstoestanden te visualiseren en te analyseren.

Stroombuizen worden gevormd door de omhulling met stroomlijnen van een willekeurig gesloten kromme in het stromingsveld. De vloeibare inhoud van een stroombuis noemt men een **stroomdraad**.

Bij stationaire stromingen hebben de stroombuizen een onveranderlijke gestalte. In het platte vlak wordt een "stroombuis" gevormd door de ruimte tussen twee opeenvolgende stroomlijnen. Met behulp van deze stroombuizen in een stationaire stroming kunnen we nu onze beschouwing uitbreiden waardoor er ook iets gezegd kan worden over de grootte van de snelheidsvector van de stroomsnelheid. Hulpmiddel hierbij is:

DE CONTINUÏTEITS VERGELIJKING

Veronderstellen we nu dat het oppervlak van een normale doorsnede van een stroomdraad in een willekeurig punt A gelijk is aan A_1 en de gemiddelde snelheid daar ter plaatse V_1 en dat voor diezelfde grootheden in het punt B de waarden gelden van A_2 en V_2 .



Als de beweging van de vloeistof stationair is en de vloeistof bovendien onsamendrukbaar dan geldt dat de hoeveelheid vloeistof in een stroombuis constant blijft of wel dat:

De massa die binnen komt is gelijk aan de massa die uitstroomt:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

Immers via de randen van de stroombuis kan geen vloeistof ontwijken aangezien deze is samengesteld uit stroomlijnen.

Deze formulering staat bekend als de continuïteitsvergelijking en is een belangrijk gereedschap bij het analyseren van stationaire stromingsproblemen. Immers als het stromingsbeeld en de snelheid in een punt A_1 bekend zijn, dan kan hiermee de snelheid in een punt A_2 berekend worden.

Een andere belangrijke wet van de Hydrodynamica, welke met behulp van de **continuïteitsvergelijking** afgeleid kan worden, is de zogenaamde:

WET VAN BERNOULLI

Deze wet geeft het verband tussen de snelheid V van de vloeistof de druk p en de hoogte h boven een gekozen horizontaal vlak voor een bepaald punt van een stroomdraad bij een stationaire stroming. In haar algemene gedaante luidt de wet:

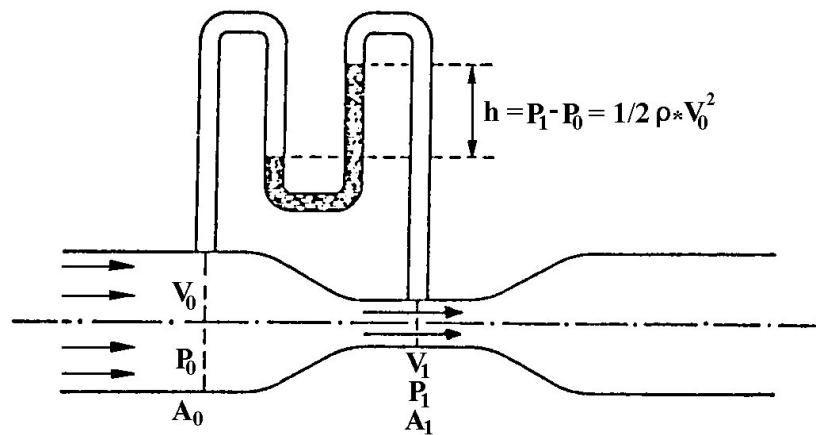
$$\frac{1}{2} \rho V^2 + p + \rho gh = \text{constant}$$

In de meeste gevallen wordt een vlakke horizontale stroming verondersteld waardoor de term ρgh kan vervallen, er geldt dan:

$$\frac{1}{2} \rho V^2 + p = \text{constant}$$

Hieruit blijkt dat de som van de stuwdruk ($\frac{1}{2} \rho V^2$) en de statische druk (p) constant is voor elk punt van de stroomdraad bij een vlakke stationaire stroming.

Een toepassing van de wet van Bernoulli vinden we bijvoorbeeld in de buis van Venturi:



In principe bestaat een buis van Venturi uit een vernauwing van een stromingskanaal. Volgens de continuïteitsvergelijking is:

$$V_0 A_0 = V_1 A_1$$

Uit de Wet van Bernoulli volgt voor de doorsneden A_0 en A_1 het verband:

$$\frac{1}{2} \rho V_0^2 + p_0 = \frac{1}{2} \rho V_1^2 + p_1$$

Uit de combinatie van vergelijkingen volgt:

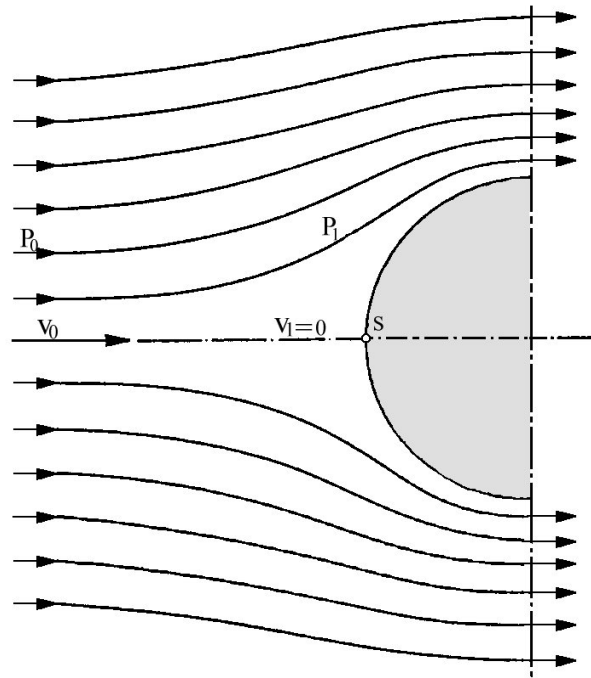
$$p_0 - p_1 = \frac{1}{2} \rho V_1^2 - \frac{1}{2} \rho V_0^2$$

zodat:

$$V_0 = A_1 \sqrt{\frac{2(p_0 - p_1)}{\rho(A_0^2 - A_1^2)}}$$

Hieruit is V_0 te bepalen bij overigens bekende grootheden, bijvoorbeeld uit meting.

Een andere toepassing vinden we bij de Stuwbuis van Prandtl of de Pitot buis. Plaatst men in een stationaire vloeistof stroming een "lichaam" of "hindernis" en nemen we aan dat ver voor de hindernis de snelheid van de vloeistof gelijk is aan V_0 en de druk aan p_0 ; zie de figuur.



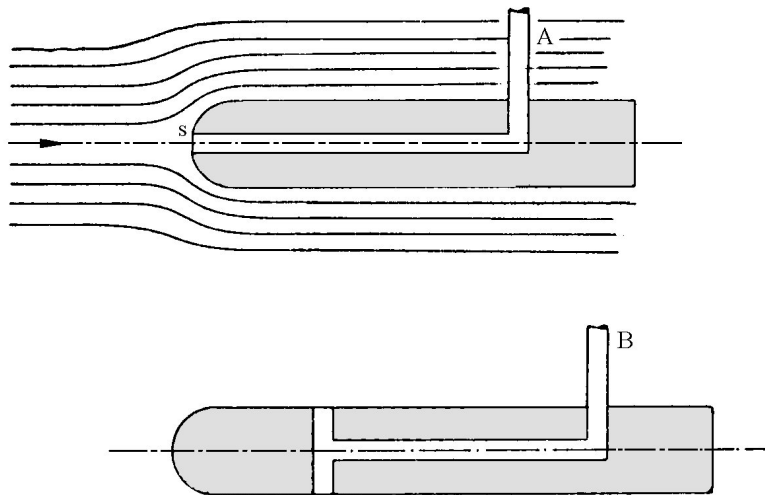
Op het lichaam is een punt S waarvoor geldt dat de vloeistof tot rust komt: de snelheid van de vloeistof daar ter plaatse is gelijk aan nul. Dit punt noemen we het **stuwpunt** en de stroomlijn die hierin uitkomt de stuwpuntsstroomlijn. Volgens de Wet van de Bernouilli is de druk in dit punt gelijk aan:

$$\frac{1}{2} \rho V_0^2 + p_0 = p_1$$

De druk P_1 is gelijk aan de som van de statische druk die in de oorspronkelijke vloeistof heerst en de druk die ontstaat door de stuwing ($\frac{1}{2}\rho V_0^2$) en wordt genoemd de **stuwdruk**. Indien nu een lichaam van de in de figuur aangegeven vorm welk in de stroming wordt geplaatst op het punt S wordt voorzien van een klein gaatje dat door een kanaaltje met een manometer is verbonden, dan kan in deze stroming de totale druk worden gemeten. Het aldus uitgevoerde instrument noemt men een Pitot buis.

Is de ongestoorde druk p_0 op een of andere manier bekend dan is uit de stuwdruk de snelheid in dat punt van de vloeistof te bepalen. Een van de manieren om dit te meten is met een piëzometer, welke gebaseerd is op het feit dat de druk op de zijkant van het cilindervormige lichaam gelijk is aan de ongestoorde druk p_0 .

Door combinatie van de piëzometer met de pitotbuis ontstaat de stuwbuis van Prandtl, waarmee in elk punt van de vloeistof de snelheid te bepalen is, door het meten van een drukverschil.

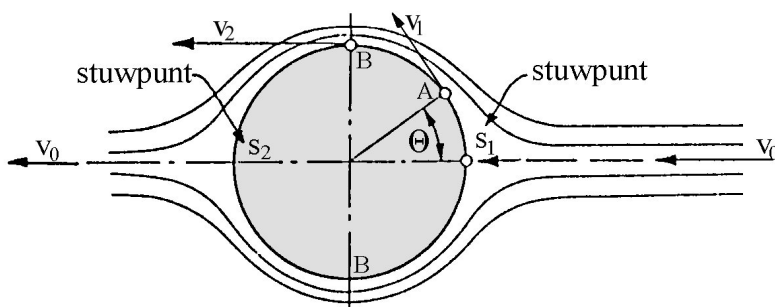


We hebben gezien dat een lichaam geplaatst in een homogene stationaire stroming een verandering teweeg brengt in de banen van de vloeistof deeltjes: de stroomlijnen verleggen zich.

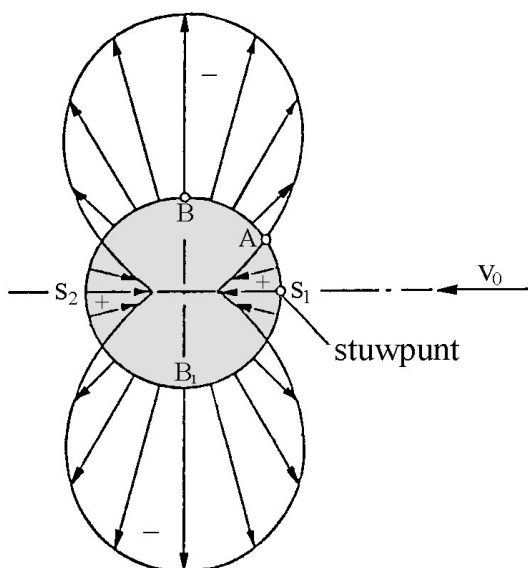
Mede uit de beschouwingen gebaseerd op de continuïteitsvergelijking ontstaan hierdoor snelheidsveranderingen welke door middel van beschouwingen gebaseerd op de wet van Bernoulli vertaald kunnen worden in drukveranderingen. Zoals bekend levert de integratie van de druk over een bepaald oppervlak een kracht op.

Lichamen geplaatst in ideale vloeistoffen ondervinden klaarblijkelijk krachten.

De snelheidsveranderingen en de daaruit volgende drukveranderingen zijn te berekenen met behulp van wat in het algemeen genoemd wordt de potentiaal theorie.



stroomlijnen wrijvingsloze vloeistof



drukverdeling wrijvingsloze vloeistof: symmetrisch, derhalve geen resulterende kracht.

In ideale vloeistoffen leiden deze beschouwingen ertoe dat er geen **resulterende** kracht in de stromingsrichting op het lichaam wordt gevonden. Dit komt doordat door het ontbreken van wrijving de stroming symmetrisch is zoals in de figuur waar het stromingsbeeld is gegeven voor de vlakke plaat. De traagheidskrachten die ontstaan ten gevolge van het in beweging zetten van de vloeistofdeeltjes maken evenwicht met de krachten welke "vrijkomen" bij het weer tot rust brengen van die deeltjes. Men noemt dit de **hydrodynamische paradox**.

Met behulp van een bepaalde aanname kan er wel circulatie in de stroming gebracht worden waardoor er op het lichaam wel krachten loodrecht op de stromingsrichting ontstaan. Hierop komen we later terug in het hoofdstuk over lift en voortstuwing.

Dat er geen langskracht op een in een stroming geplaatst lichaam is klopt niet met onze experimentele waarnemingen.

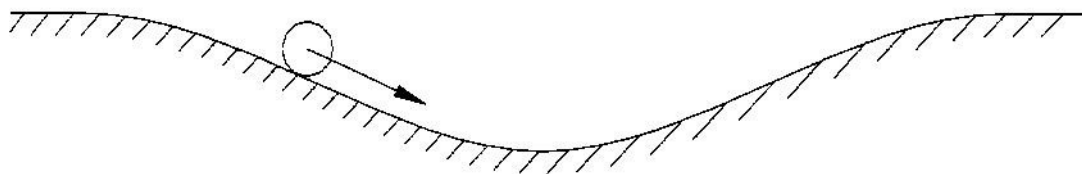
De in werkelijkheid altijd optredende weerstand kan men verklaren doordat de vloeistof altijd enige viscositeit bezit, in tegenstelling tot onze eerdere aanname.

Hierdoor hebben de deeltjes die in de onmiddellijke omgeving van de huid van het lichaam zitten een snelheid welke gelijk is aan die van het lichaam terwijl op enige afstand van het lichaam de snelheid van de vloeistofdeeltjes gelijk is aan die welke berekend kan worden met de potentiaal theorie voor wrijvingsloze vloeistoffen. In een relatief dunne laag langs de huid van het lichaam vindt dus de overgang plaats van de snelheid van de vloeistofdeeltjes vlak tegen de huid (relatief gelijk aan nul) naar die van de vloeistofdeeltjes in de vrije stroming.

Het is Prandtl geweest die voor het eerst inzicht heeft gegeven in de verschijnselen welke in deze zogenaamde **grenslaag** een rol spelen.

De fundamentele betekenis van deze zogenaamde grenslaagtheorie van Prandtl is de daarin vervatte verklaring van het verschijnsel **afscheiding** of **loslaten** van de stroming van het lichaam en de daarbij optredende wervelafscheiding.

Deze afscheiding treedt op in een zich langs de wand van het lichaam vertragende stroming, welke bijvoorbeeld kan worden veroorzaakt door het naderen van een zone met relatief hogere druk. We hebben gezien dat die zich veelal voordoet bij het naderen van de achterzijde van het omstroomde lichaam: hier wordt de vloeistof vertraagd waardoor de druk stijgt. De vloeistofdeeltjes in dit naar achteren gelegen deel van de grenslaag hebben reeds een gedeelte van hun energie verloren ten gevolge van de optredende wrijving. Bij het naderen van de zone van relatief hogere druk nu worden zij nog verder vertraagd. De kinetische energie van de grenslaagdeeltjes is nu op een gegeven moment niet meer voldoende om ze door te laten dringen in de zone van hoge druk. Vergelijk hierbij de analogie van het kogeltje in de volgende figuur:

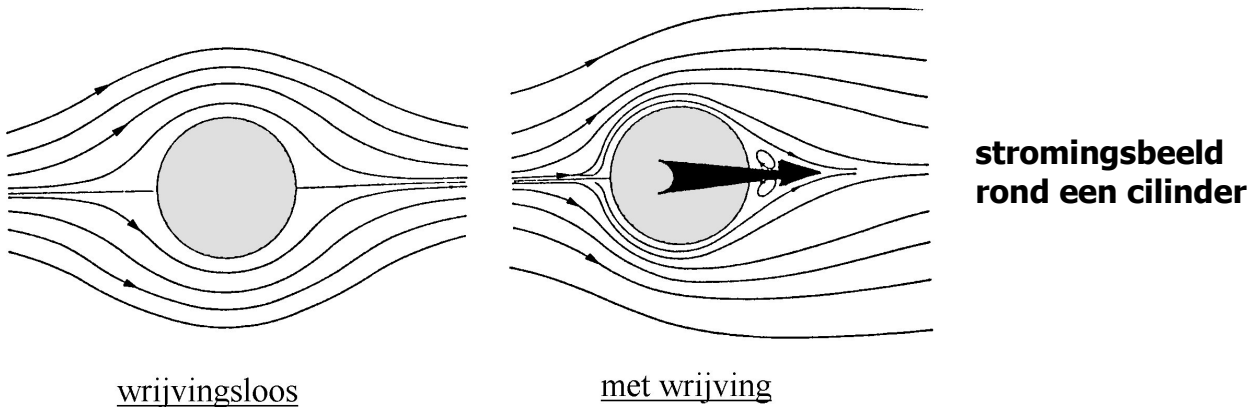


De energie die het kogeltje heeft gewonnen bij de afdaling in de kuil is niet voldoende om de weg omhoog te volbrengen aangezien een gedeelte van de energie vernietigd is door de wrijving.

Voor dat het kogeltje weer boven is keert de bewegingsrichting van het kogeltje zich om. Zo ontstaat er tussen de wand van het lichaam en de verder naar buiten gelegen stroming

welke niet gehinderd wordt door de wrijving, een retourstroming, welke door het aanwezig zijn van wrijving een steeds toenemend aantal nog aankomende vloeistofdeeltjes hun kinetische energie ontnemt en ze zodoende dwingt tot omkering van de bewegingsrichting.

De snel in dikte toenemende terugstromende laag scheidt de ongestoorde stroming van de wand af. Achter het afscheidingspunt is de stroming door wervels geheel verstoord en krijgt het hele stromingsbeeld een ander aanzien. Het afscheidings- of loslaatpunt stelt zich zover naar voren in de stromingsrichting in dat van de oorspronkelijke zone van oplopende druk weinig meer overblijft. De oorspronkelijke symmetrische drukverdeling over het lichaam wordt asymmetrisch. Er ontstaat dus een resulterende langskracht in de stromingsrichting: **weerstand!!!!**



Op plaatsen waar grote versnellingen en vertragingen optreden, welke gepaard gaan met grote snelheidsveranderingen en dus met drukveranderingen, dat wil zeggen op plaatsen met grote vormveranderingen, stelt het loslaatpunt zich bij voorkeur in.

Bij het vormgeven van lichamen uit het oogpunt van het optimaliseren van de stroming speelt dat aspect dan ook altijd een belangrijke rol.

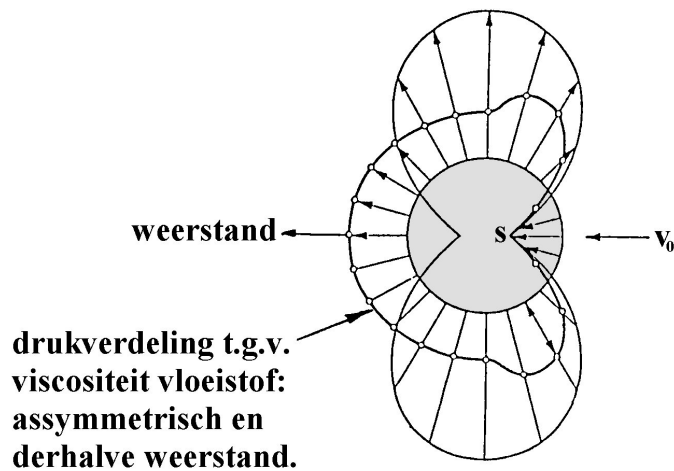
Opgemerkt zij dat de beschouwing volgens Prandtl wandwrijving en een zich vertragende stroming, dus een oplopende druk veronderstelt als voorwaarde voor loslating van de stroming.

Het verschijnsel wordt inderdaad nimmer waargenomen in gebieden waar de druk in de stromingsrichting afneemt.

Natuurlijke vloeistoffen met een (kleine) inwendige wrijving veroorzaken een snelheidsval tussen het buiten de grenslaag gelegen gebied met de potentiaal stroming en de deeltjes met relatieve snelheid nul vlak langs de wand. Dit snelheidsval veroorzaakt op elk oppervlakte elementje een tangentiaal werkende kracht: **schuifkracht**.

De sommatie van al deze schuifkrachtjes over alle oppervlakte elementjes van het lichaam, dus over het zogenaamde nat oppervlak van het lichaam, levert de **wrijvingsweerstand**.

We zagen dat aan achterzijde van het lichaam ten gevolge van een zich afscheidende grenslaag een storing ontstaat in de potentiaal stroming waardoor de omzetting van snelheid in druk wordt tegengewerkt. De hieruit voortkomende langskracht noemt men de **druk- of wervelweerstand**.



De invloed van de viscositeit van de vloeistof uit zich kennelijk in twee weerstands componenten: de **wrijvingsweerstand** ten gevolge van de schuifkrachtjes langs de huid van het lichaam en de **drukweerstand** ten gevolge van de loslating van de stroming.

DE GROOTTE VAN DE WEERSTANDSKRACHT

We zagen dat alle lichamen, die zich met een relatieve snelheid bewegen t.o.v. een omringend medium hetzij lucht, water, olie of zoiets, een weerstandskracht ondervinden. Uit experimenten ondersteund door de theorie zoals we hiervoor gezien hebben, blijkt deze weerstandskracht evenredig te zijn met de soortelijke massa van het medium ρ en de gekwadrateerde relatieve snelheid V^2 en het doorsnede oppervlak van het lichaam loodrecht op de stroming A .

In het algemeen:

$$W = C_w * \frac{1}{2} \rho V^2 A$$

waarin de stuwdruk $\frac{1}{2} \rho V^2$ herkend kan worden.

De evenredigheidsconstante C_w (of C_D) is afhankelijk van de vorm van het lichaam.

In de bijgaande tabel is de waarde van deze constante voor een aantal veel voorkomende lichamen gegeven voor het geval van een drie dimensionale stroming welke het lichaam geheel omgeeft.

De waarden zijn ontleend aan modelproeven.

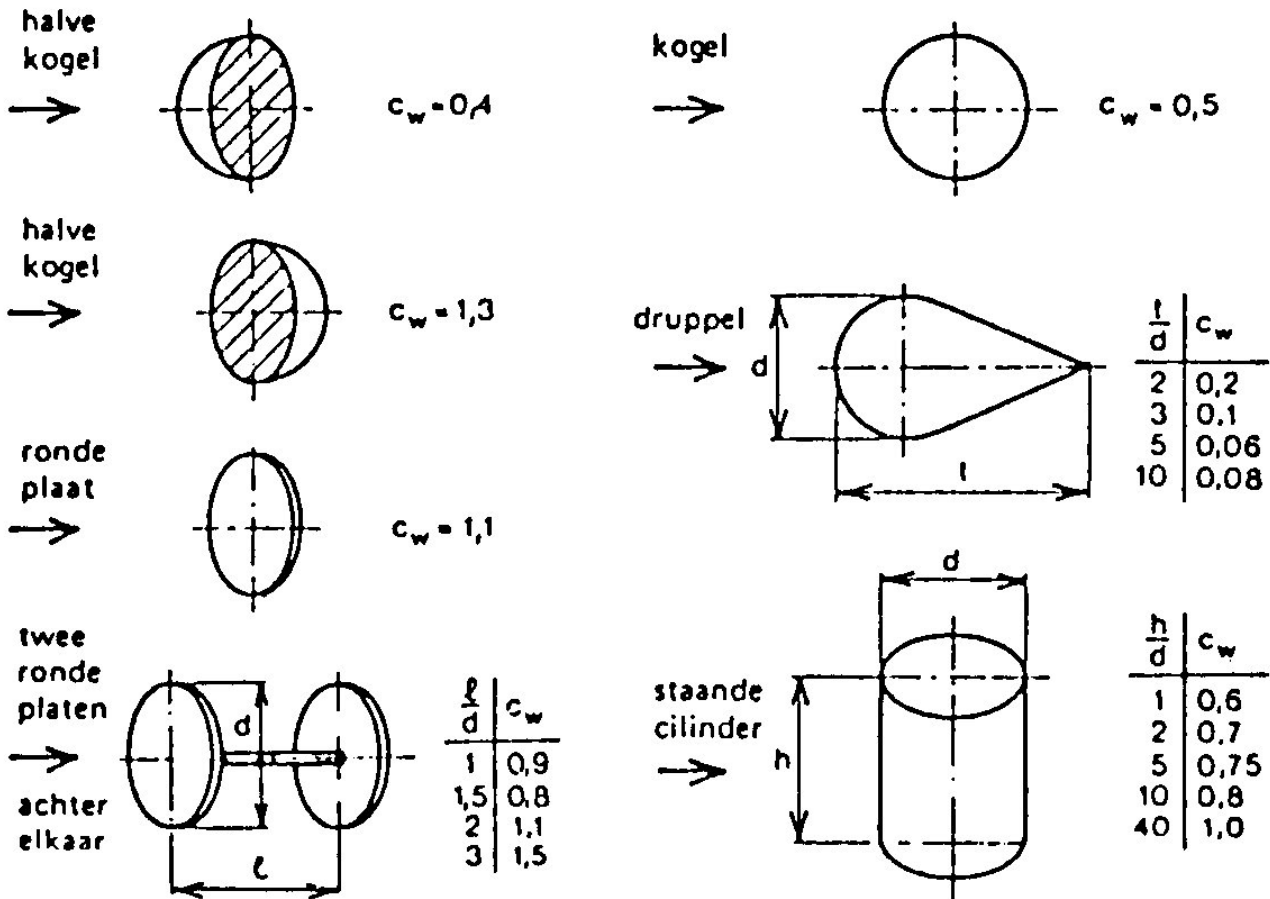
Uit deze tabel blijkt duidelijk dat met een aangepaste vormgeving van het lichaam een aanzienlijke reductie van de weerstandskracht te realiseren valt.

Het optimaliseren van de vormgeving heeft veelal te doen met het vertragen van de loslating over de lengte van het lichaam. Bij het vergelijken van de verschillende waarden van de coëfficiënt valt op dat deze voor alle vormen tamelijk hoog is.

Alleen de geprofileerde doorsneden hebben een aanzienlijk lagere weerstand, welke afneemt naarmate de lengte - dikte verhouding toeneemt. Hiermee wordt de zone van oplopende druk verlengd en daarmee de loslating vertraagd.

Vergelijken we de waarden van de geprofileerde druppelvorm met die van een kogel dan blijkt, bij een gelijk doorsnede oppervlak, hoezeer dit vertragen van de loslating een positief effect heeft op de weerstand.

In vele technische systemen is een vorm van weerstand aanwezig. Bij de ontleding van het systeem is het dus belangrijk de verschillende componenten te kunnen onderscheiden.



weerstandscoëfficiënten 3-D lichamen.

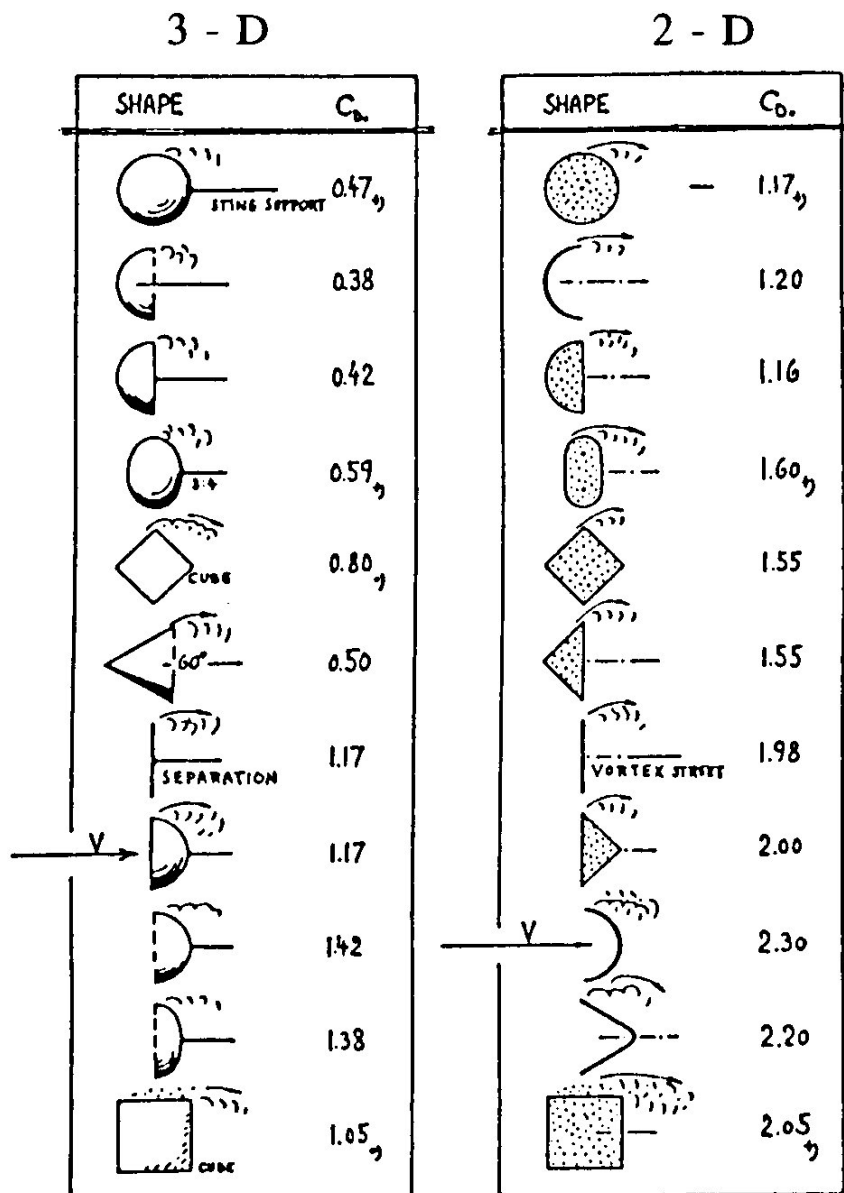
Weerstandscoëfficiënten van allerlei verschillende lichamen onder velerlei verschillende condities zijn in de literatuur te vinden. De meeste zijn ontleend aan modelproeven. Voor gelijke lichamen zijn deze te gebruiken als hiervan de weerstand bepaald moet worden. Soms is het ook mogelijk de weerstand te benaderen door het lichaam opgebouwd te denken uit een aantal componenten, waarvan van elk de C_w waarde bekend is.

Voor lange slanke lichamen wordt de weerstand ook veelal benaderd door de twee dimensionale weerstandscoëfficiënt behorende bij de doorsnede van het lichaam te gebruiken en deze te vermenigvuldigen met de lengte van het lichaam.

Te denken valt hierbij bijvoorbeeld aan vakwerken, masten etc. Hiervan staan er in de volgende tabel een aantal gegeven.

In vele praktische engineering situaties is het van belang de weerstand van een lichaam te verkleinen omdat in de meeste gevallen één of andere gewenste beweging hierdoor tegengegaan wordt. In een enkel geval is echter het vergroten van de weerstand gewenst.

Van beide type weerstandsoptimalisaties zullen hierna enkele voorbeelden gegeven worden.



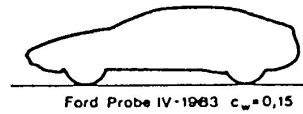
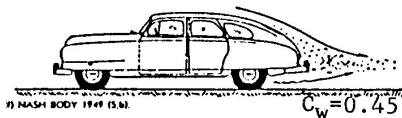
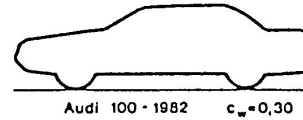
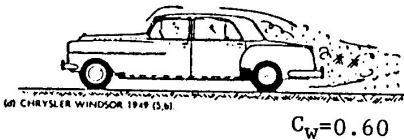
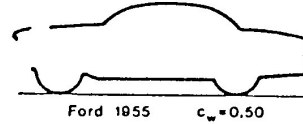
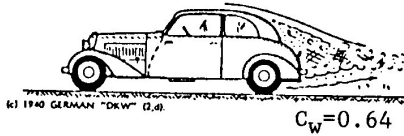
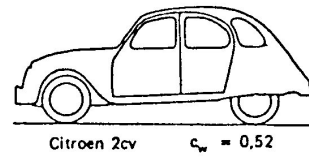
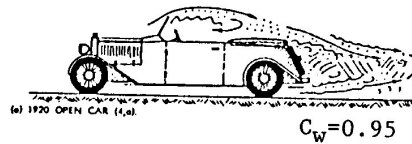
weerstandscoëfficiënten

VERMINDEREN VAN DE WEERSTAND

Zoals uit de formulering van de weerstandskracht reeds blijkt is het verminderen van de weerstand in de praktijk slechts mogelijk door het product $C_w * A$ te verlagen.

Bij bijvoorbeeld auto's is het verminderen van het oppervlak van de dwarsdoorsnede slechts in beperkte mate mogelijk in verband met de eisen die er gesteld worden aan de binnenruimte van de auto. Bij het streven naar een zo laag mogelijke weerstand voor auto's is dit echter een aspect dat beslist niet uit het oog verloren mag worden!

Het zoeken naar een vorm voor auto's welke weerstandsverlagend werkt is zeker niet iets van de laatste jaren, ofschoon het de laatste decennia door de oliecrises wel bijzonder in de belangstelling is komen te staan. In de hierna volgende figuur staan de resultaten gegeven van experimenten met autovormgeving zoals uitgevoerd sinds de jaren vijftig.

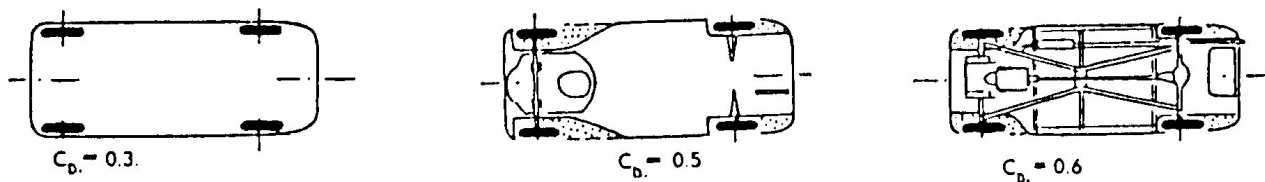


weerstandscoefficienten van personen auto's.

Uit de waarden gegeven in de figuur blijkt dat een reductie van ruimte $C_D = 0.95$ tot $C_D = 0.45$ al in de jaren vijftig bereikt was door het doen van onderzoek. Dit werd vooral bereikt door het loslaten van de stroming tegen te gaan, aangezien dit zoals we gezien hebben met grote verliezen gepaard gaat.

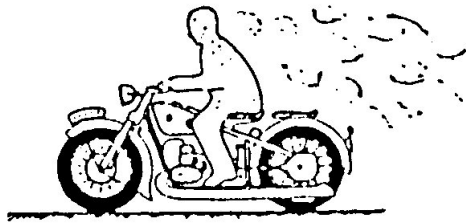
Echter ook het afronden van de voorkant en het vermijden van scherpe hoeken leidt tot een wezenlijke weerstandsvermindering. In recente jaren is een nog veel verder gaande reductie van de weerstand bereikt door een zeer stromingsbewuste vormgeving. Ook het vermijden of stroomlijnen van allerlei (uitstekende) details zoals deurknoppen, antennes, spiegels, strippen, bumpers, etc. leidt tot een aanzienlijke besparing van de overall weerstand.

Ook de vormgeving van de onderkant blijkt belangrijk te zijn zoals moge blijken uit de volgende figuur waarin een ruwe en een door een plaat glad afgewerkte onderkant van een auto met elkaar worden vergeleken.



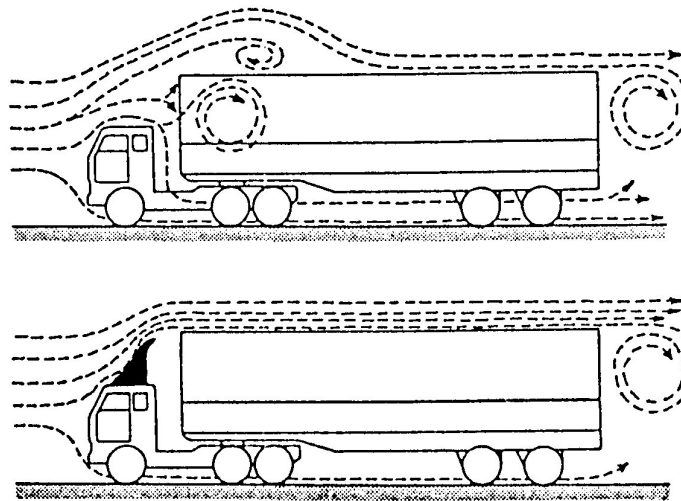
In het geval van een motorrijder wordt veelal het product $C_w * A$ als maat genomen voor de weerstandsverbetering, aangezien het aangestroomde oppervlak A hier een wezenlijk onderdeel uitmaakt van de veranderingen in de vormgeving welke gebruikt worden om de weerstand te verminderen.

In de onderstaande figuur met tabel blijkt hoezeer de weerstand verlaagd kan worden door het bukken van de motorrijder. Daarnaast blijkt hoeveel de weerstand vervolgens verlaagd kan worden door een eventuele stroomlijning van de combinatie motor + berijder door middel van een of andere fairing.



<u>weerstand motorrijder</u>	<u>$C_d \cdot A$</u>
motor zonder rijder	0.204
motor met berijder	0.565
motor met berijder in gebogen conditie	0.290

Ook zij in dit verband nog genoemd de invloed van spoilers zoals die tegenwoordig veel op vrachtwagens worden aangetroffen. Dit luchtgeleidende profiel zorgt voor een aanzienlijk schonere omstroming van de vrachtwagen combinatie met minder loslating en wervelvorming en dus tot een lagere luchtweerstand.

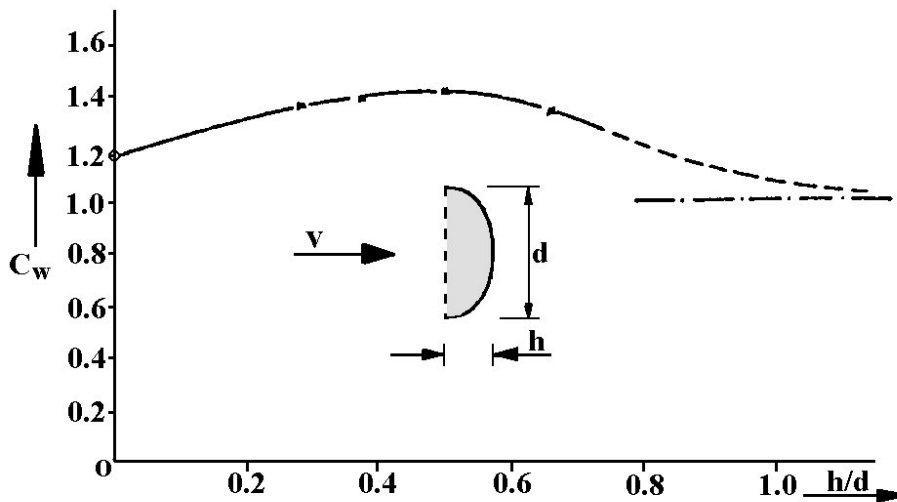


Offshore platforms van niet onaanzienlijke afmetingen worden tegenwoordig geplaatst op de zeebodem. Daarbij worden deze blootgesteld aan de invloed van stroom en golven. Beide verschijnselen gaan gepaard met stroomsnelheden, waardoor grote krachten op het platform kunnen ontstaan. Teneinde deze zo klein mogelijk te houden wordt de onderwater constructie gemaakt van ronde pijpen. Gestroomlijnde doorsneden komen hier niet in aanmerking omdat de richting van de stroming niet altijd dezelfde is. Ook het aantal pijpen en de diameter ervan wordt zo klein als mogelijk gehouden.

HET VERGROTEN VAN DE WEERSTAND

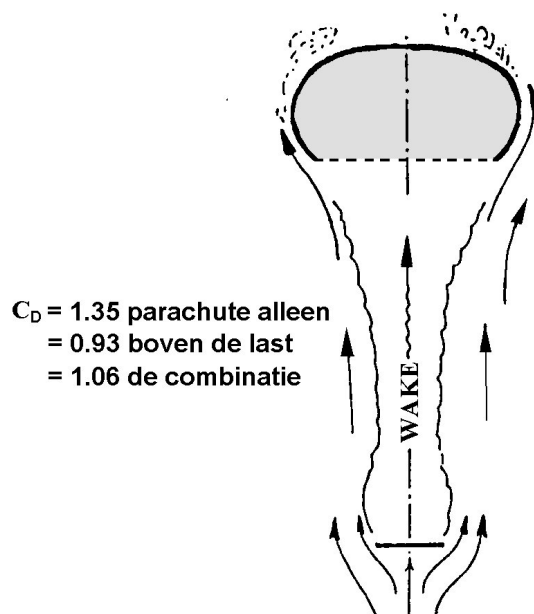
In een aantal gevallen is het uit gebruiksoogpunt gewenst de weerstand van iets te maximaliseren.

Dit is bijvoorbeeld het geval bij het ontwerpen van een parachute. Bij een maximale weerstand is de uiteindelijke snelheid waarmee het aan de parachute hangende voorwerp de grond raakt zo laag mogelijk. Uit de figuur blijkt dat de grootste weerstandscoefficiënt bij parachutes met gelijke doorsnede oppervlakte gevonden wordt bij een breedte - diepte verhouding van 2, dat wil zeggen bij een halve bol.



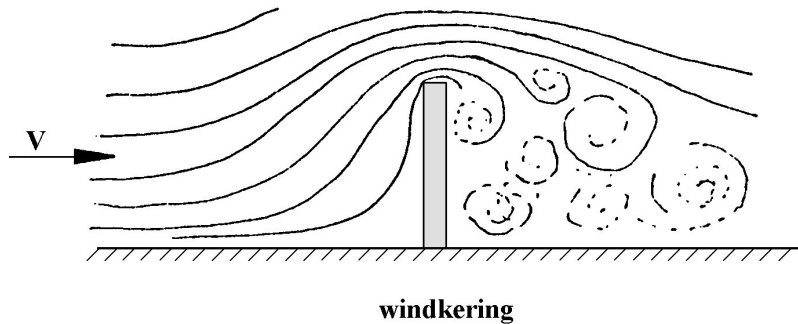
Weerstandscoefficiënt parachute als functie van de vorm

Het feit dat onder de parachute een last gehangen wordt van enige omvang heeft zijn invloed op de weerstand van de parachute zoals uit de onderstaande figuur blijkt. Bij de weerstand van de parachute moet nu echter de weerstand van het lichaam opgeteld worden. De weerstand van de combinatie last plus parachute is echter geringer dan de som van de weerstanden van de last en de parachute afzonderlijk.



Een ander voorbeeld waarbij het zo groot mogelijk maken van de weerstand of eigenlijk het maximaal verstoren van de stroming door het creëren van grote hoeveelheid loslating het oogmerk van het ontwerp is, vinden we bijvoorbeeld bij windschermen. Zoals bekend,

worden deze veel toegepast op het strand, maar ook langs autosnelwegen, waterbouwkundige kunstwerken, etc.



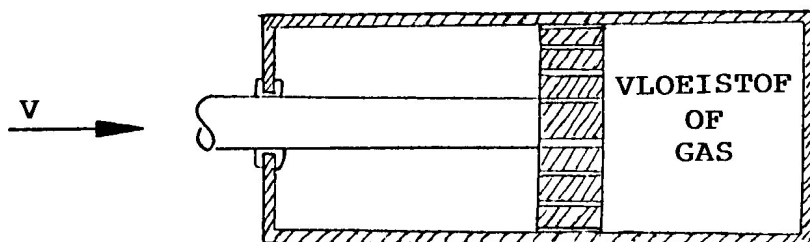
Door een platte plaat met, zoals uit de tabel bekend, een maximale weerstandscoefficiënt met een zo groot mogelijk oppervlakte haaks op de stroming te zetten, creëert men een zone van betrekkelijke rust direct achter het scherm.

Bij de uiteindelijke uitvoering van het scherm is het essentieel zich te realiseren dat de op het scherm werkende krachten gemaximaliseerd zijn en dat dit eisen stelt aan de constructie.

Een andere praktische toepassing vinden we bijvoorbeeld bij het ontwerp van een demper zoals die in veel werktuigbouwkundige constructies worden toegepast.

Een van de mogelijke uitvoeringen hiervan kan men zich denken opgebouwd te zijn uit een plunjer welke door een of ander medium geperst wordt en daarbij de nodige energie discipeert. De specifieke toepassing vereist een bepaalde hoeveelheid energie welke onder die omstandigheden vernietigd moet worden en dus hoe groot de weerstandskracht in die omstandigheden moet zijn.

Door de vormgeving van de plunjer moet die weerstand gerealiseerd worden.



Vloeistof demper

WEERSTAND VAN OPPERVLAKE SCHEPEN

Tot nu toe is alleen de weerstand behandeld van geheel door vloeistof omgeven lichamen. Een speciaal geval doet zich echter voor bij lichamen die zich bevinden in of nabij het scheidingsvlak van twee media van sterk verschillende soortelijke massa. Dit is bijvoorbeeld het geval bij schepen die zich voortbewegen in het scheidingsvlak van lucht en water.

Nadert een diep ondergedompeld lichaam met een voorwaartse snelheid het vloeistof oppervlak dan ontstaan er aan dit oppervlak golven. Met deze golven wordt energie

afgevoerd welke er door het voortbewegend lichaam in wordt gebracht: voor het lichaam is dat een weerstand. De **golfmakende weerstand**.

Deze weerstandscomponent komt ook in ideale vloeistoffen voor. Bij schepen is het gebruikelijk de totale weerstand te splitsen in twee gedeelten te weten: de **wrijvingsweerstand** en de **restweerstand**.

Onder wrijvingsweerstand wordt verstaan die weerstandscomponent die zijn oorzaak vindt in de door de viscositeit opgewekte tangentiaal werkende schuifkracht langs het ondergedompelde oppervlak van de scheepshuid: **het nat oppervlak**.

Onder de restweerstand verstaat men dat gedeelte van de totale weerstand dat overblijft na aftrek van de wrijvingsweerstand en dit bevat dus ondermeer de golfweerstand en de drukweerstand.

Als laatste component van de totale scheepsweerstand noemen wij hier nog de luchtweerstand op het bovenwaterschip.

In schema:

wrijvingsweerstand		onderwater
druk- vormweerstand	of restweerstand	
golfweerstand		
luchtweerstand		bovenwater

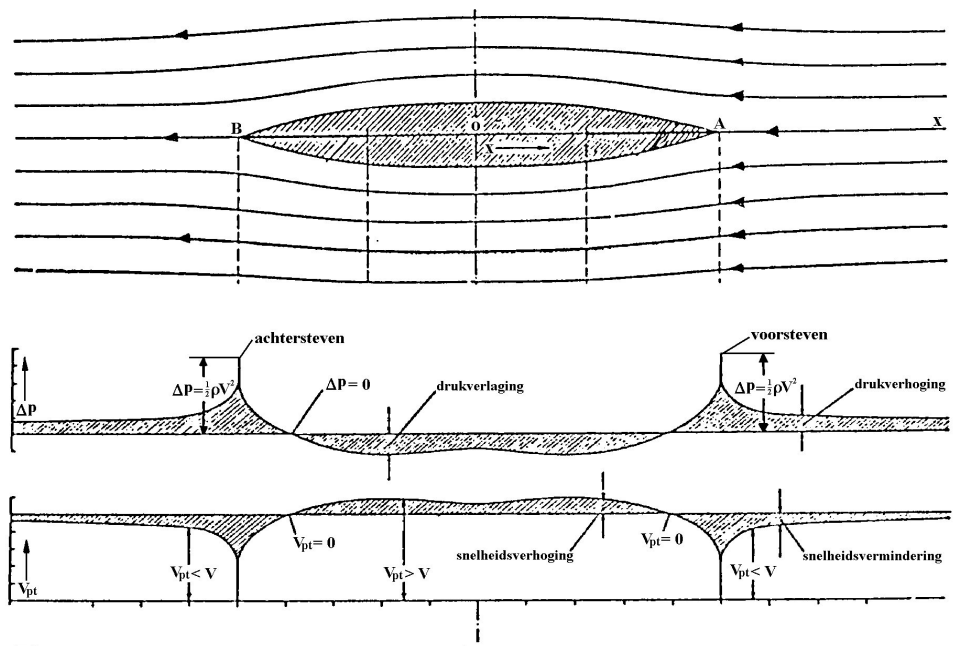
Principieel gezien is deze onderverdeling niet geheel gelukkig aangezien ook de drukweerstand zijn oorsprong vindt in de viscositeit van de reële vloeistof zoals wij eerder hebben gezien.

De wrijvingsweerstand wordt bepaald door de wrijvingscoëfficiënten te gebruiken zoals die experimenteel zijn bepaald met behulp van vlakke platen welke in lengterichting door water zijn gesleept.

Deze wrijvingscoëfficiënten blijken in sterke mate afhankelijk te zijn van de snelheid en de lengte van het schip, de ruwheid en de grootte van het nat oppervlak en de kinematische viscositeit van water, welke laatste ondermeer een functie is van de temperatuur.

Dat de wrijvingsweerstand bepaald mag worden door gebruik te maken van coëfficiënten ontleend aan de weerstand van vlakke platen, waarbij zodoende de invloed van de driedimensionale vorm van het stromingsbeeld wordt verwaarloosd, is een veronderstelling die vandaag nog de basis vormt voor het voorspellen van de weerstand van schepen met behulp van modelproeven. Hierop zullen we later nog terug komen.

De drukverdeling, welke over het lichaam ontstaat doordat deze met een bepaalde snelheid door het water wordt voortbewogen zou men in een zeer elementaire presentatie kunnen weergeven zoals in de figuur.



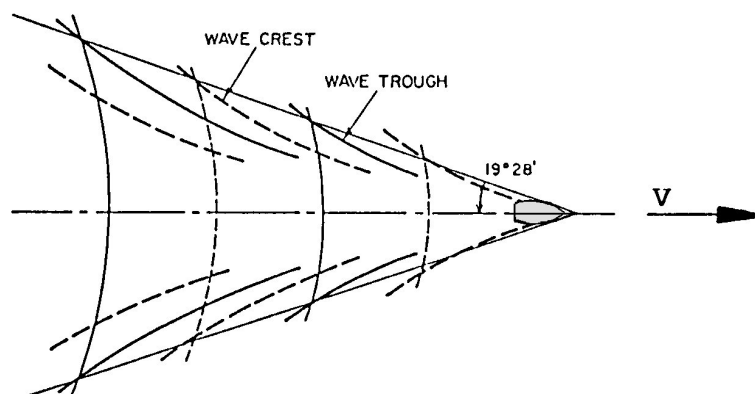
De veranderende druk rond het lichaam is er oorzaak van dat het vrije vloeistof oppervlak waarop de constante atmosferische druk heerst een niveau verandering ondergaat: er ontstaan golven.

Dit is in het bijzonder zo als het lichaam het wateroppervlak doorsnijdt. De drukveranderingen zijn afhankelijk van de voorwaartse snelheid en nemen sterk toe met het toenemen van de snelheid. Bij lage voorwaartse snelheid is er van enige golfvorming nauwelijks sprake en bestaat de weerstand van het schip hoofdzakelijk uit wrijvingsweerstand, bij hoge snelheid wordt de golfvorming steeds groter. In deze situatie kan de golfweerstand van het schip oplopen tot circa 50 procent van de totale weerstand van het schip en in uitzonderlijke situaties zelfs nog hoger.

Voor normale oppervlakte schepen loopt de golfweerstand bij toenemende snelheid op een gegeven moment zo hoog op dat een soort van barrière bereikt wordt welke slechts ten koste van oneconomische hoeveelheden te installeren vermogen te overschrijden is.

Dit, uit het geschetste drukverloop volgens de potentiaalstroming langs de romp resulterende golfsysteem, noemt men het **primaire golfsysteem**.

Daarnaast is er ook een secundair golfsysteem. Dit manifesteert zich als een drukkpunt zich verplaatst in een vrij vloeistof oppervlak. Er ontwikkelt zich dan een systeem van divergerende zwaartekrachtsgolven binnen een sector met een halve hoek van 19.5 graden, zie de figuur.

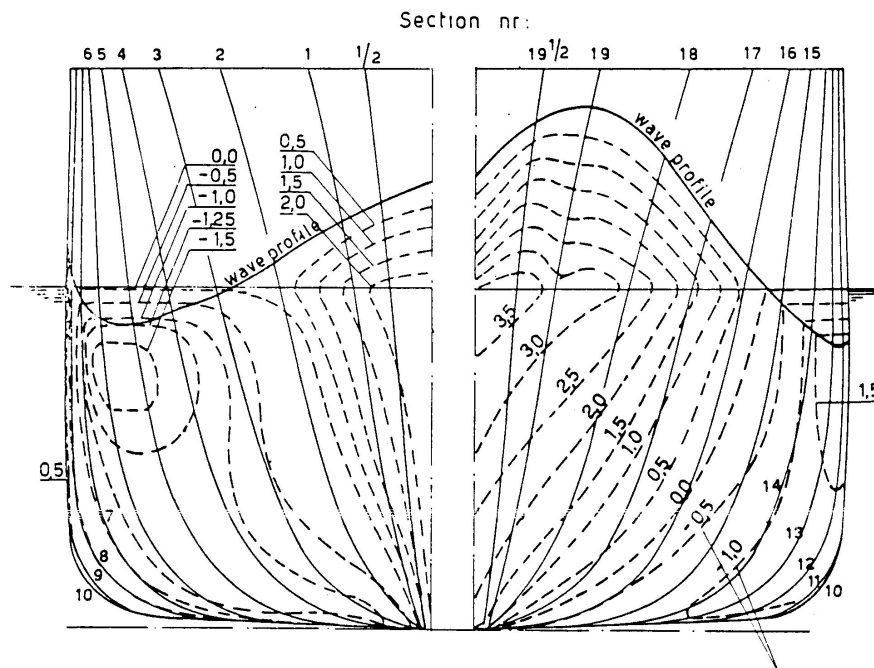


We hebben gezien dat als een schip vaart, met andere woorden als er een relatief snelheidsverschil is tussen het object (schip) en het omringende water, er een snelheidsfluctuatie rond het schip optreedt door de aanwezigheid van het schip. Deze snelheidsverschillen uiten zich in drukverschillen op en rond de romp. Op het vrije vloeistof oppervlak geeft dit aanleiding tot golven. De energie welke in deze golven wordt afgevoerd komt tot uiting in de golfmakende weerstand.

Kelvin was een van de eersten die zich rekenschap gaf van de wijze waarop deze golven gevormd worden. Door zich het schip voor te stellen als een geïsoleerd druk punt dat over het wateroppervlak gaat kwam hij tot het beeld van de golven, zoals dat eerder geschetst is in bovenstaande figuur, namelijk van een divergerend golfsysteem, dat wijder wordt aan beide zijden van het schip en het transversale golfsysteem, welke dwars achter het schip aanloopt.

We zagen echter dat als een schip door het water gaat de druk over de hele lengte van het schip zal variëren en het golfbeeld van een echt schip is dan ook gecompliceerder dan dat van een enkel drukpunt zoals bij Kelvin. De druk zal over het algemeen hoger zijn bij de boeg en de achter steven en lager in het midden van het schip. Zo ontstaan er separate golfsystemen welke hun eerste golftop of eerste golfdal vormen op enige afstand achter het punt van maximale (top) of minimale (dal) druk.

Dit werd ondermeer duidelijk geïllustreerd door de proeven welke Eggert uitvoerde in de sleeptank van Washington waarbij hij de drukverdeling over de einden van een scheepsmodel mat en deze vergeleek met het gemeten golfprofiel langs de romp.



Pressure distribution over the hull surface as measured by Eggert

Door van de gemeten drukken de componenten in de langs richting van het schip te nemen en deze over de lengte van het schip te integreren was hij in staat om aan te tonen dat de resulterende weerstand heel aardig overeen kwam met die gemeten aan het model als daar de wrijvingsweerstand vanaf getrokken was.

De golfweerstand welk een schip ondervindt kan dus ook beschouwd worden als de netto langsscheepse kracht welke het schip ondervindt tengevolge van de door de snelheid opgewekte drukverschillen over de lengte van de scheepshuid.

De golfmakende weerstand van een varende schip kan ook anders beschouwd worden namelijk dat zij gelijk is aan de energie in de door het schip gemaakte golven. Deze wordt van het schip afgevoerd en zij is door het schip geleverd. De golfmakende weerstand moet dan berekend kunnen worden door de totale energie uit te rekenen welke in het door het schip opgewekte golfveld achter het schip aanwezig is. Dit is voor het eerst aangetoond door Havelock. Hij bepaalde hiertoe de golven op enige afstand van het schip en met de inmiddels bekende fysica van de golf kon hij de energie in die golven uitrekenen en laten zien dat goed overeenkomt met de golfmakende weerstand zoals gemeten.

Tegenwoordig zijn er ook allerlei mathematische methoden beschikbaar om de golfmakende weerstand van een schip te voorspellen. Hierbij wordt de vloeistof geïdealiseerd, d.w.z. geen wrijving etc., en wordt vervolgens het stromingsbeeld rond het schip opgelost door een set algemene vergelijkingen op te lossen met gebruikmaking van een stel randvoorwaarden op de scheepshuid (alleen stroming langs de huid en niet loodrecht erop) en op het vrij vloeistof oppervlak (atmosferische druk en waterdeeltjes blijven in het oppervlak). Zo kan op de huid welke onderverdeeld is in een groot aantal vlakjes, de stromingsvector bepaald. Middels de inmiddels bekende weg van snelheid naar druk naar kracht kan dan de weerstand berekend worden. Deze methode kent ook zijn beperkingen in allerlei vereenvoudigingen welke opgelegd moeten worden om het probleem oplosbaar en hanteerbaar te houden. Daarnaast zijn deze methoden vaak relatief bewerkelijk (en dus kostbaar).

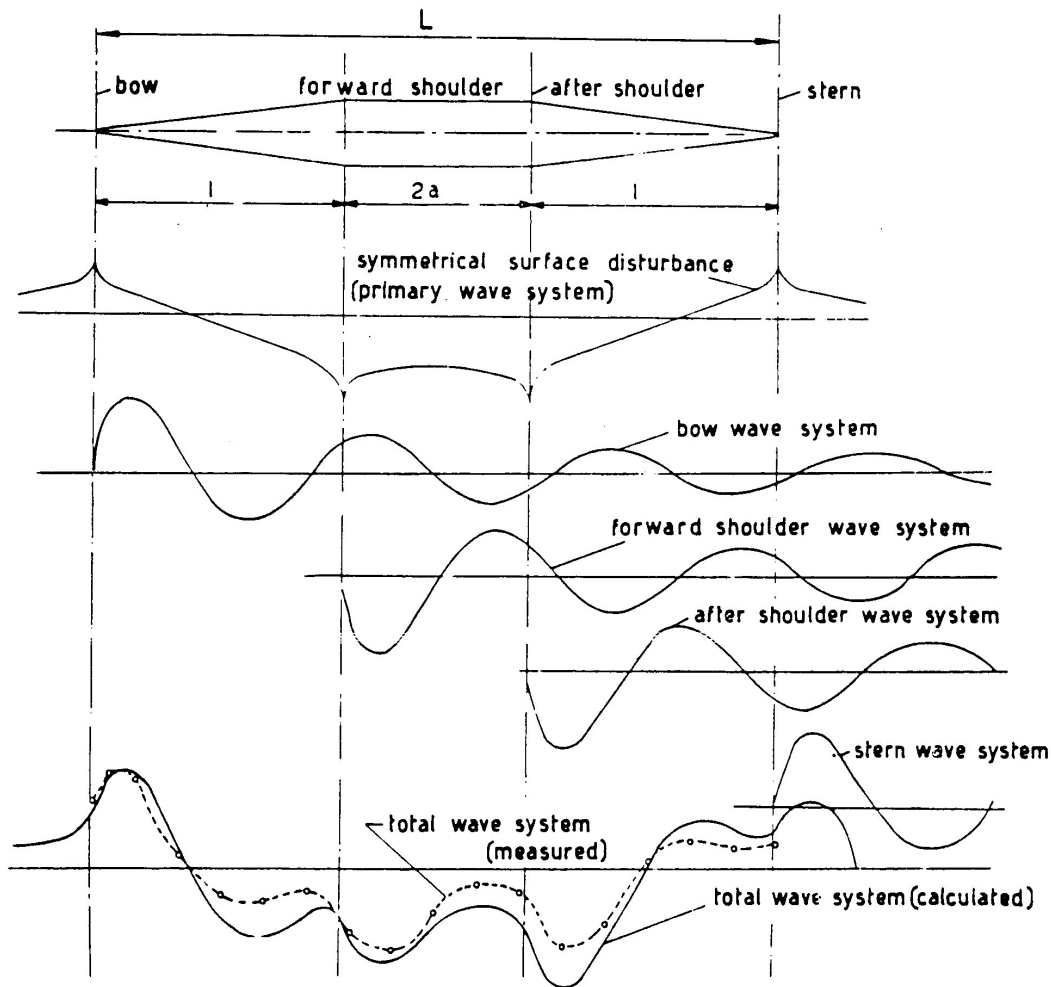
Ofschoon we nog steeds niet in staat zijn om de totale weerstand of alleen de golfmakende weerstand van een schip in zijn geheel te berekenen, is de kwalitatieve overeenkomst tussen deze berekeningen en de metingen wel zo goed dat zij gebruikt kan worden om een weerstandsschatting van het schip te maken. Afhankelijk van de behoefte (bijvoorbeeld concept ontwerp, voorontwerp, definitief ontwerp of romp optimalisatie) kan een van de methoden gebruikt worden.

Om een idee te krijgen wat er bij een schip allemaal een rol speelt kan het volgende gesimplificeerde voorbeeld gebruikt worden.

Beschouw een eenvoudige scheepsvorm (Wigley 1931) welke is opgebouwd uit een evenwijdig middengedeelte en twee wigvormige einden (voor- en achterschip) Wigley liet zien hoe de uitdrukking voor het golfprofiel langs het schip uiteindelijk uit 5 termen bestaat.

1. een symmetrische verstoring van het oppervlak welke naar voren en naar achteren snel verdwijnt en geen energie afvoert
2. een golfsysteem bij de boeg, beginnend met een golftop
3. een golfsysteem bij de voorschouder, beginnend met een golfdal
4. een golfsysteem bij de achter schouder, beginnend met een golfdal
5. een golfsysteem bij de achtersteven, beginnend met een golftop

Deze vijf systemen zijn getekend in de volgende figuur.

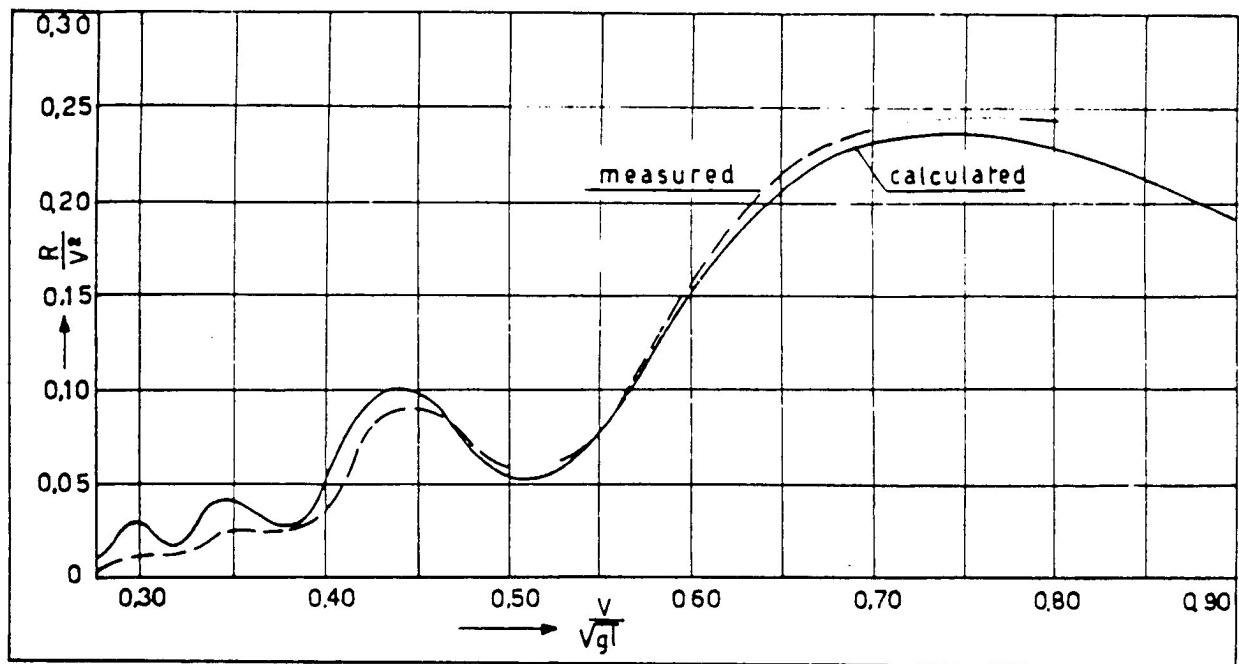


Op enige afstand achter het schip worden deze vier golfsystemen elk een soort sinusvorm met afnemende amplitude en met een golflengte welke overeenkomt met die van een "vrije" oppervlakte golf voortbewegend met de snelheid van het schip. Deze golflengte wordt bereikt na ongeveer twee golven.

Het totale (resulterende) golfprofiel, zoals we dat zien langs de romp, zal opgebouwd zijn uit deze vier afzonderlijke componenten. Door superpositie van deze afzonderlijke golfcomponenten ontstaat dan het uiteindelijke totale golfprofiel. Dit betekent dat het totale golfprofiel dus afhankelijk is van de vorm (hoogte en lente) van de afzonderlijke componenten. En van hun onderlinge posities. Zo kunnen zij elkaar versterken of verzwakken en kan de resulterende golfhoogte dus groter of kleiner zijn dan de som der afzonderlijke golfhoogtes van elk van de componenten. Aangezien de in de golven afgevoerde energie en dus de weerstand die het schip voelt ongeveer evenredig is met de golfhoogte in het kwadraat, is dit een belangrijke maat voor de golfmakende weerstand.

Het door Wigley gemeten en aldus berekende golfprofiel kwamen in belangrijke mate met elkaar overeen, alhoewel er wel enige significante verschillen gevonden werden bij het achterschip. Hier was de gemeten golfhoogte (in de sleeptank) kleiner dan de berekende. Dit werd verklaard door de invloed van de in werkelijkheid (bij het sleeptankmodel dus) altijd aanwezige viscositeit van het water, waardoor de snelheid van de waterdeeltjes langs het achterschip lager is dan in de wrijvingsloze berekening werd aangenomen.

Bij veranderende snelheid verandert de golflengte van de afzonderlijke golfsystemen. Bij hogere snelheid worden de golven langer en omgekeerd. De onderlinge positie van de golftoppen en dalen zal daardoor veranderen. Dus zal ook het totale golfprofiel langs en achter het schip veranderen bij veranderende snelheid, immers dit wordt verkregen door superpositie van de afzonderlijke systemen. Zo zal de onderlinge beïnvloeding aanleiding geven tot verschillen in weerstand. Dit geeft bij veranderende snelheid aanleiding tot "schommelingen" in de kromme van de golfmakende weerstand. Deze vertoont dan zoiets als bulten en deuken (humps and hollows). Een treffend voorbeeld hiervan is gegeven in de onderstaande figuur voor de Wigley vorm, waarin de weerstandscoëfficiënt als functie van de snelheid (F_n) is gegeven.



De humps en hollows zijn duidelijk waarneembaar als functie van de voorwaartse snelheid. Voor echte scheepsvormen zijn deze in de weerstandskromme ook altijd waarneembaar al zijn ze vaak minder uitgesproken dan bij deze geïmplificeerde scheepsvorm van Wigley. Hierdoor is de "ontstaanspositie" van de verschillende golfsystemen niet zo duidelijk vastgelegd en bestaat bovendien nog de kans op nog meer (maar dan ook minder uitgesproken) golfsystemen welke ontstaan langs de lengte van de scheepsromp.

Bij de eenvoudige scheepsvorm zoals wij die nu beschouwen kunnen twee belangrijke vormen van interferentie tussen de golfsystemen optreden:

1. interferentie tussen twee systemen met eenzelfde teken, dat wil zeggen tussen de boeggolf en de hekgolf;
2. interferentie tussen twee systemen met een verschillend teken, dat wil zeggen tussen bijvoorbeeld de boeggolf en de voorschoudergolven.

Uit de praktijk blijkt dat deze tweede vorm van interferentie het belangrijkste is omdat deze twee systemen elkaar kunnen beïnvloeden zonder dat de viscositeit de kans heeft

gekregen om de golfhoogte van het afzonderlijke golfsysteem te beïnvloeden. Zo zal de boegwolf pas kunnen interfereren met de hekgolf als de eerste reeds veel van zijn hoogte verloren heeft door de dempende werking van de viscositeit.

Bij onze eenvoudige scheepsvorm treedt deze tweede vorm van interferentie tegelijkertijd op tussen de golven van de boeg en de achterste schouder en tussen die van het hek en de voorste schouder, dit tengevolge van de symmetrie. De afstanden tussen deze golfsystemen is $(l + 2a)$ of laten we zeggen : $x.L$; zie figuur blz 6.20.

De maxima in de weerstand treden nu op als de golfbergen van beide systemen samen vallen, dus als :

$$x.L = \frac{1}{2}\lambda, \quad \frac{3}{2}\lambda \quad \text{of} \quad \frac{5}{2}\lambda$$

Op overeenkomstige wijze treden de golfminima op als de golfbergen van het ene systeem samenvallen met de golfdalen van het andere. Dit gebeurt als:

$$x.L = \lambda, \quad 2\lambda \quad \text{of} \quad 3\lambda$$

Uit de golftheorie is bekend dat de snelheid van een vrijoppervlakte golf gelijk is aan:

$$C = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = 1.25\sqrt{\lambda}$$

Hiermee zijn de golfsnelheid en zijn bijbehorende golflengte eenduidig aan elkaar gekoppeld. En aangezien de snelheid van een oppervlakte golf gelijk is aan de snelheid van het schip welke deze opwekt, volgt hieruit dat er voor specifieke waarden van het Froude getal sprake zal zijn van een hump of een hollow in de weerstandskromme van een schip.

Zo liggen de humps bij: $F_n = 0.365, 0.392, 0.426, 0.471, 0.534$
 en de hollows bij: $F_n = 0.333, 0.353, 0.378, 0.447, 0.500$

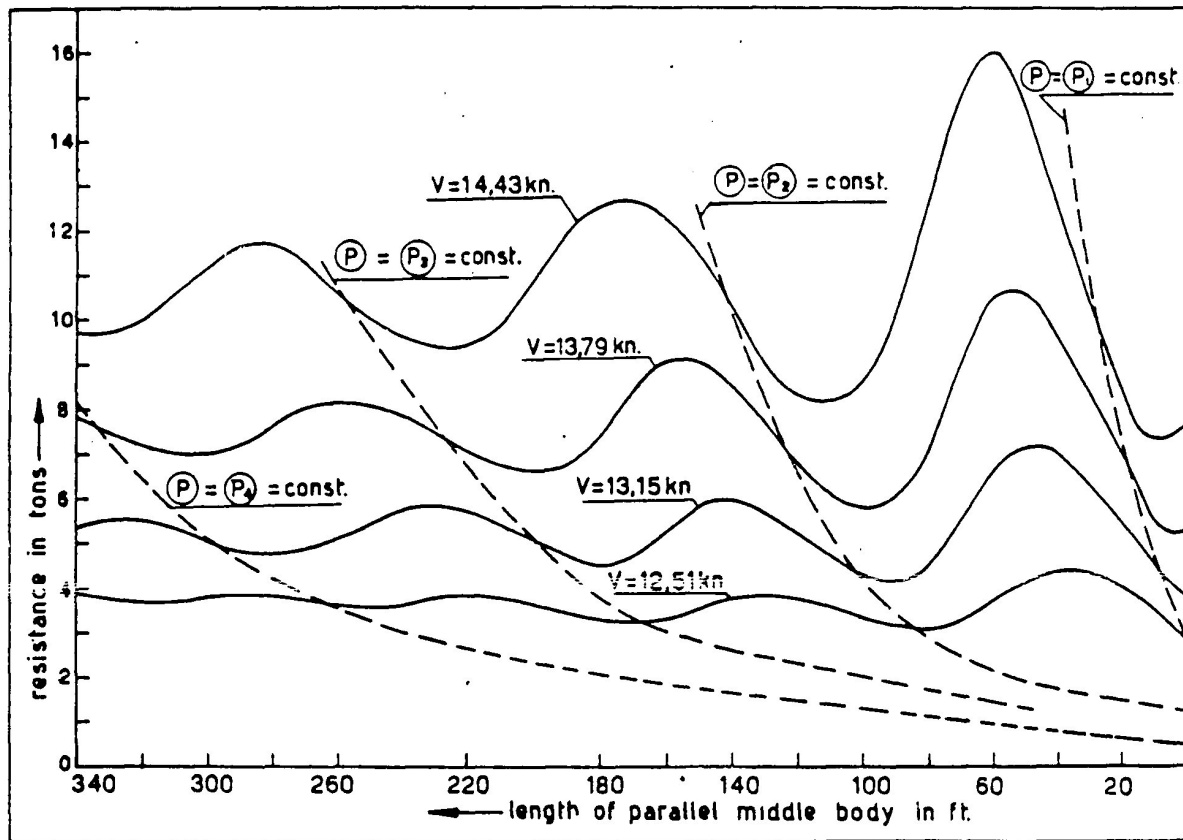
Een andere heel belangrijke interferentie is tussen de boeg en de voorschoudergolf. Hier bedraagt de afstand tussen de twee golfsystemen $L_e =$ lengte van de "entrance". De interferentie welke leidt tot een maximale (hump) golfweerstand vindt plaats bij:

$$L_e = \frac{1}{2}\lambda, \quad \frac{3}{2}\lambda \quad \text{of} \quad \frac{5}{2}\lambda$$

ofwel: $\lambda = 2L_e, \quad \frac{2}{3}L_e \quad \text{of} \quad \frac{2}{5}L_e$

Het bestaan van interferentie verschijnselen in de golfmakende weerstand van schepen was al lang bekend. Ook voor dat Wigley e.a. het door middel van mathematische beschrijvingen aannemelijk konden maken. Zo demonstreerde Froude dit al eerder op een andere manier, namelijk door een boegvorm en een achterschip vorm te slepen met een steeds in lengte variërend evenwijdig middenschip er tussen in. Zo varieerde hij bij een

gelijkblijvende voorwaartse snelheid van zijn "model" de fase van de voor- en achterschipgolf ten opzichte van elkaar. Zodoende vond hij ook de schommelingen in de golfmakende weerstand, zie onderstaande figuur.



weerstand bij 4 snelheden volgens experiment van Froude met verschillende lengten van het evenwijdig middenschip

Het is van belang om te realiseren dat dit slechts een eenvoudige voorstelling van zaken is om de fenomenen welke bij de golfweerstand van een schip een rol spelen te demonstreren. De werkelijkheid is vaak zeer veel gecompliceerder en een opsplitsing in zulke eenduidige goed gelokaliseerde golfsystemen zoals bij deze Wigley vorm is dan ook vaak niet mogelijk. De essentie van het systeem blijft echter bestaan.

Het is dan ook vaak van belang om reeds in een vroeg stadium van het ontwerp iets te kunnen zeggen over de weerstand van het schip en hoe deze beïnvloed wordt door de keuze welke de ontwerper maakt aangaande de hoofdafmetingen van zijn schip. Zeker ook gezien in het licht van de ontwerp snelheid welke gehaald moet gaan worden. Indien mogelijk verdient het de voorkeur om deze snelheid te kiezen in een "hollow" gebied en zeker niet in een "hump".

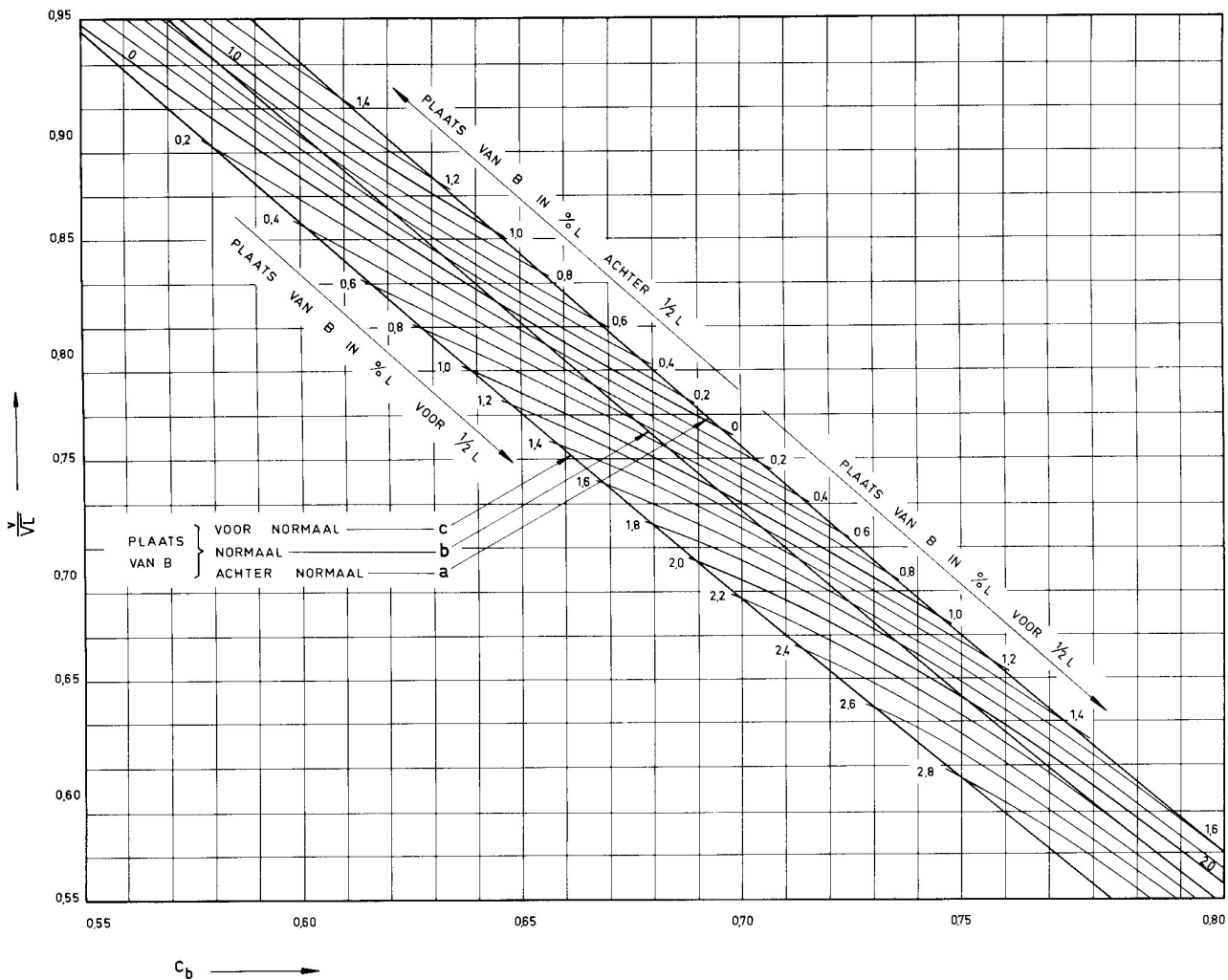
DRUKKINGSPUNT EN KROMME VAN SPANTOPPERVLAKKEN

Het onderwaterzwaartepunt van het schip komt overeen met het zwaartepunt in lengte van de KVS en wordt drukkingpunt genoemd (**B** = centre of buoyancy).

Vanwege hydrodynamische overwegingen heeft een oppervlaktevaartuig het minimum in de weerstand als vóór- en achterschip symmetrisch zijn en het golfsysteem van beide einden uit fase is. Ten gevolge van de viscositeit is het golfsysteem van het achterschip kleiner dan van het voorschip. Dus de golfweerstand kan verminderd worden door het drukingspunt naar achteren te verplaatsen. Als echter het achterschip te vol wordt treedt loslating op waardoor de vormweerstand groter wordt.

Van slanke schepen ligt daarom het drukingspunt tot enkele procenten achter $L/2$; voor volle schepen is dit niet mogelijk. Voor zeer volle schepen, die bij kleine Froudegetallen varen, is de golfweerstand van minder belang en het drukingspunt ligt voorlijk om het achterschip zo slank mogelijk te houden, zoveel mogelijk loslating te vermijden en een goede aanstroming naar de schroef te verkrijgen.

De plaats van B in lengte (x_B) kan gevonden worden m.b.v. de onderstaande figuur. Hier wordt de optimale ligging van het drukingspunt gegeven rekening houdend met de volheid *en* snelheid van het schip.



We weten inmiddels dat een aantal zaken de golfweerstand van een varende schip beïnvloeden. Dit zijn zoal:

1. de waterverplaatsing; hoe zwaarder het schip hoe groter de waterverplaatsing hoe groter de golfmakende weerstand.

2. de lengte van het schip;
de relatie tussen de snelheid van het schip en de lengte van het schip is vastgelegd in het Froude getal. Hoe hoger het Froude getal hoe hoger de golfmakende weerstand.
3. de vorm van het onderwaterschip;
deze bepaalt in belangrijke mate hoe de snelheidsverdeling over de huid bij een snelheid zal worden en dus hoe de druk verloopt (en de golven). Een aantal middelen om de verdeling van het volume over de lengte onder water te kunnen schetsen wordt gevonden in een paar coëfficiënten zoals die reeds de revue zijn gepasseerd: denk hierbij aan:
 - de ligging van het drukkingspunt LCB
 - de prismatische coëfficiënt C_p
 - de blok coëfficiënt C_b
 - de Lengte / Breedte verhouding L/B
 - de Breedte / Diepgang verhouding B/T

Maar de vraag is nu: hoe beïnvloeden deze parameters de golfweerstand. Als dat bekend is kan vervolgens ook getracht worden deze weerstandscomponent uit te rekenen.

Een methode is zoals reeds genoemd om te trachten deze weerstand uit te rekenen met behulp van gecompliceerde rekenprogramma's. Deze zijn de laatste decennia steeds meer ontwikkeld en geperfectioneerd. De meeste programma's gaan uit van ideale vloeistoffen en berekenen de drukken langs de romp op een of andere manier met behulp van de "potentiaal theorie". Hierop wordt in latere colleges nog uitgebreid terug gekomen. Nadeel van deze methoden zijn de gecompliceerdheid en de mate van detail waarin de scheepsvorm (al) bekend moet zijn.

Een andere methode wordt gevonden door gebruik te maken van ervaringen opgedaan met andere schepen (scheepsvormen), welke reeds eerder getest zijn. En dan zijn er weer twee mogelijkheden:

1. Gebruik maken van een speciaal opgezette serie modelproeven met systematisch gevarieerde scheepsvormen om het effect van een parameter "zichtbaar" te maken
2. Gebruik maken van de resultaten van sleepproeven met allerlei verschillende echt gebouwde schepen.

In het eerste geval wordt gebruik gemaakt van een serie modelproeven met een speciaal voor dit doel ontworpen en geteste serie modellen. Uitgangspunt is een zogenaamd "moeder model" (parent model). Veelal is dit een bestaand en goed "voldoend" schip. Uitgaande van deze moeder worden nieuwe modellen getekend, waarbij telkens een van de parameters welke van belang geacht worden wordt gevarieerd. De belangrijkste vorm kenmerken van het moeder model blijven zoveel als mogelijk gehandhaafd. Stel de moeder heeft een prismatische coëfficiënt van 0.56 en de invloed van deze prismatische coëfficiënt op de golfmakende weerstand moet onderzocht. Dit gebeurt dan door een model met een C_p van bijvoorbeeld 0.50 en een met een C_p van 0.60 te testen. Door het verschil in gemeten restweerstand van deze modellen te vergelijken is de invloed

van C_p op de restweerstand bekend. Zo doet men dat dan vervolgens voor alle van belang zijnde parameters.

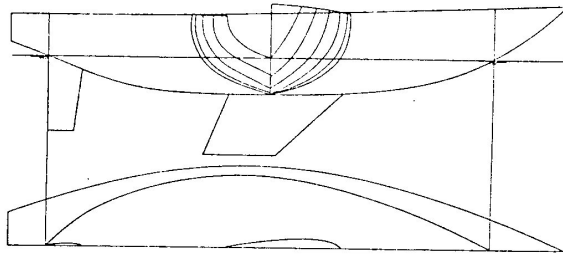
Het aantal modellen dat getest moet worden wordt dan ook al snel erg groot. Met het aantal geteste modellen groeit echter de nauwkeurigheid van de voorspellingsmethode welke wordt gebaseerd op deze bepaalde "afhankelijkheden". Nu is het in de praktijk echter (vrijwel) onmogelijk om slechts een parameter van de eerder genoemde serie parameters, welke van belang geacht worden voor de weerstand, aan een scheepsromp te veranderen. Een aantal anderen gaan onwillekeurig een beetje mee. Dit betekent dat voor de uiteindelijke "afhankelijkheids" bepaling gebruik gemaakt moet worden van een wiskundige techniek, de zogenaamde regressie analyse, om de invloed van elke parameter en zijn "afhankelijkheid" te bepalen. Zo ontstaat meestal een soort "veelterm" ("polynoom") waarmee vervolgens voor een willekeurig ander schip de weerstand berekend kan worden.

Zeer bekende voorbeelden van berekeningsmethoden voor de weerstand welke zijn gebaseerd op zo'n systematisch onderzoek zijn :

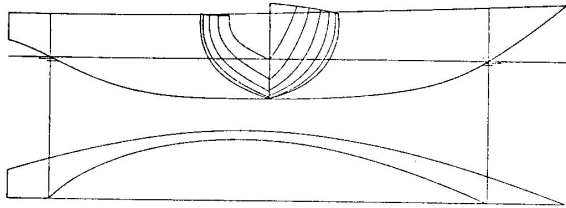
David Taylor Serie,
Series 60
Delft Systematic Yacht Hull Series
Delft Systematic Deadrise Series

Als voorbeeld van een systematische serie modellen worden hier een aantal modellen van de Delft Systematic Yacht Hull Series en de Delft Systematic Deadrise Series afgebeeld in de onderstaande figuren.

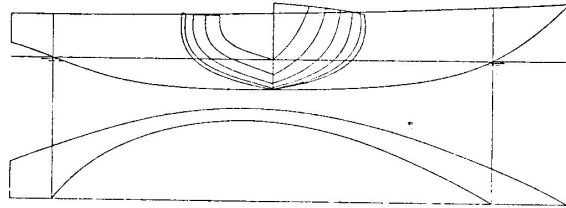
romp parameters van de eerste 9 modellen van de Delft Systematic Yacht Hull Series					
model nr.	L_{WL}/B_{WL}	B_{WL}/T_C	C_p	$L_{WL}/\nabla_C^{1/3}$	LCB_C (%)
1	3,17	3,99	0,568	4,78	-2,29
2	3,64	3,04	0,569	4,78	-2,29
3	2,76	5,35	0,565	4,78	-2,31
4	3,53	3,95	0,564	5,1	-2,32
5	2,76	3,96	0,574	4,36	-2,44
6	3,15	2,98	0,568	4,34	-2,38
7	3,17	4,95	0,562	5,14	-2,31
8	3,32	3,84	0,585	4,78	-2,37
9	3,07	4,13	0,546	4,78	-2,19



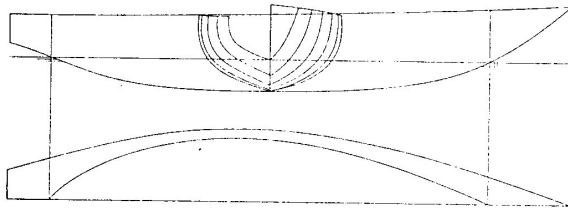
PARENT MODEL NR.1



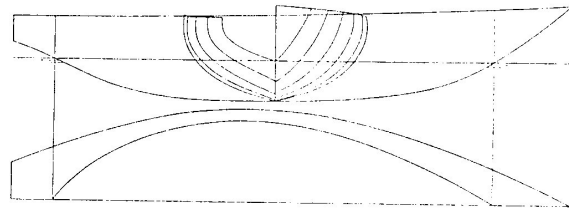
NR.2



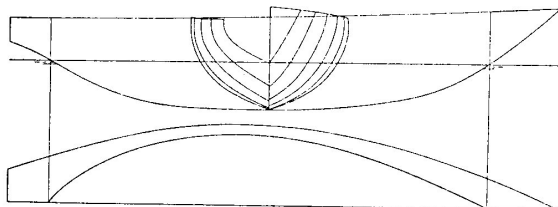
NR.3



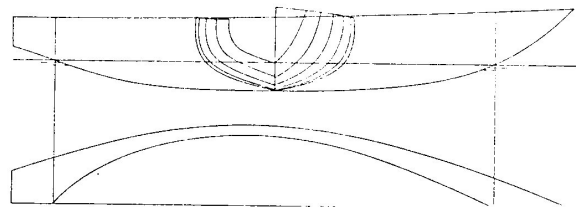
NR.4



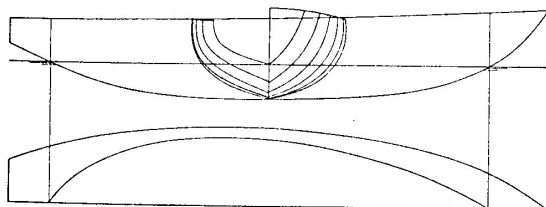
NR.5



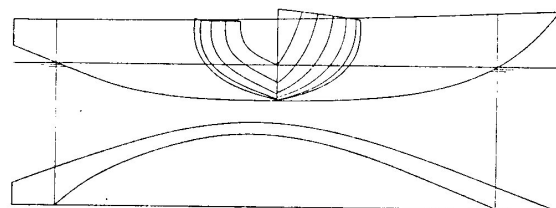
NR.6



NR.7



NR.8



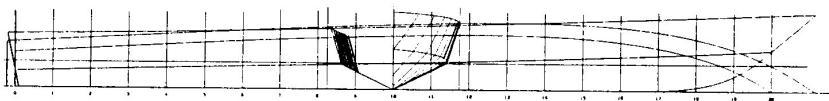
NR.9

Fig. Lines of models 1 - 9.

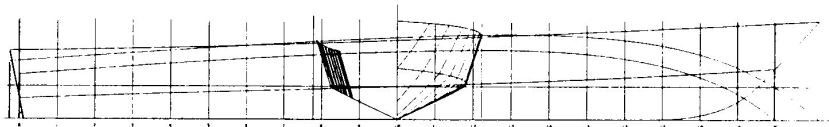
Delft Systematic Deadrise Series

Table 2
Main particulars of the models

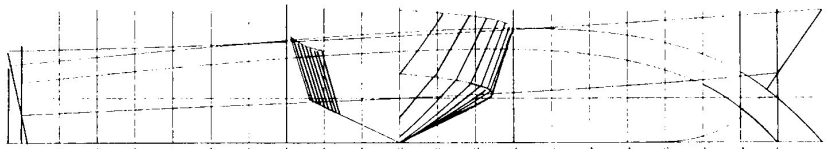
Model	186	187	188	189	190
A_P	42.9670 dm ²	42.7700 dm ²	45.0000 dm ²	33.4700 dm ²	26.2800 dm ²
L_P	10.0 dm	12.5 dm	15.0 dm	15.0 dm	15.0 dm
B_{PA}	4.2967 dm	3.4216 dm	3.0000 dm	2.2300 dm	1.7520 dm
B_{PX}	5.00 dm	4.08 dm	3.67 dm	2.73 dm	2.14 dm
B_{PT}	4.000 dm	2.900 dm	2.350 dm	1.750 dm	1.374 dm
L_P/B_{PA}	2.372	3.653	5.000	6.726	8.560
L_P/B_{PX}	2.000	3.064	4.087	5.494	7.010
B_{PX}/B_{PA}	1.1637	1.1920	1.2200	1.2200	1.2200
B_{PT}/B_{PX}	0.8000	0.7108	0.6400	0.6400	0.6420
C_{AP} t.o.v. 10 in %	47.1130	47.8792	48.8000	48.8000	48.8000



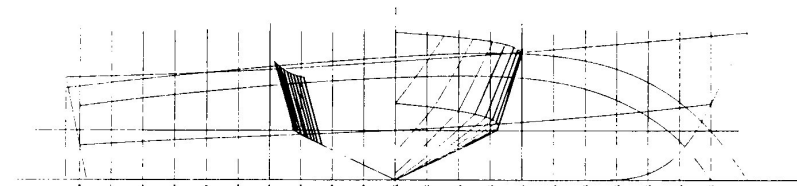
Model 190



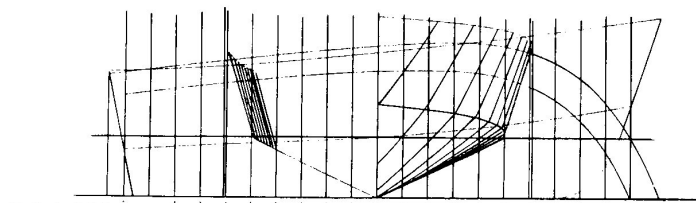
Model 189



Model 188



Model 187



Model 186

Figure Body plans of the models.

In het tweede geval wordt voor het formuleren van zo'n polynoom gebruik gemaakt van een zeer uitgebreide bibliotheek (database) aan gesleepte schepen op een onderzoeksinstituut. Van al deze modellen wordt berekend hoe de van belang zijnde romp parameters er uit zien. Dit is zeker geen eenvoudige zaak en de keuze hiervan bepaalt al vaak de nauwkeurigheid van het uiteindelijke resultaat. Verder is heel vaak de range (de variatie) van deze parameters binnen de database van de serie van de geteste schepen beperkt, omdat extreme variaties in echt gebouwde schepen veelal niet voorkomen. Ook is het niet zo dat er twee verschillende schepen in de database zitten welke volstrekt gelijk zijn op een parameter na. In dit opzicht is zo'n database dan ook veel minder systematisch dan die welke in de eerste methode gebruikt wordt.

Dat is een ernstig nadeel. Het voordeel is echter dat alle in de database opgenomen schepen "echte" schepen zijn terwijl de modellen in een systematische serie er nog wel eens "onrealistisch" uit kunnen zien. Een ander belangrijke reden voor de tweede methode is dat het onderzoeksinstituut voor het formuleren van het weerstandspolynoom geen nieuwe modellen behoeft te testen maar gebruik kan maken van dat gene wat ze in het verleden allemaal al gesleept hebben.

Als nu alle gegevens van de gesleepte schepen gecombineerd met hun weerstands gegevens in die ene grote database zijn opgenomen, kunnen vervolgens met de eerder genoemde wiskundige techniek van de "veelvoudige regressie" de coëfficiënten van het vastgelegde "weerstandspolynoom" bepaald worden

Een bekende berekeningsmethode voor de golfmakende gebaseerd op deze tweede aanpak is die van Lap. Deze is later nog verfijnd door Auf'm Keller. Beide heren waren indertijd (tot 1960) verbonden aan het Nederlands Scheepsbouwkundig Proefstation tegenwoordig het MARIN in Wageningen.

Zie voor rekenvoorbeeld en publicatie de bijlage, resp. deel 1 en 2.

Zij gebruikten voor de bepaling van de coëfficiënten van het polynoom in hun methode de resultaten van circa 110 model proeven uitgevoerd op het MARIN. Enkele van de parameters welke zij van belang achtte voor de bepaling van de golfmakende weerstand (en die dus de basis vormen van de regressie en het polynoom) zijn:

1. de hoofdafmetingen Lengte, Breedte en Diepgang
2. de coëfficiënten LCB lengte ligging drukingspunt
 C_p prismatische coëfficiënt,
 A_m en grootspant coëfficiënt,
 B/T breedte diepgang verhouding
 L/B lengte breedte verhouding

Een golfweerstandscoëfficiënt C_R werd bepaald, welke gedefinieerd werd als

$$C_R = R_R / \left(\frac{1}{2} \rho V_S^2 A_M \right)$$

Op basis van een niet dimensieloos Froude getal $F_n = \frac{V_S}{\sqrt{C_{PD} L_D}}$

Gebaseerd op de positie van het drukingspunt en de prismatische coëfficiënt (gebaseerd op L_D) werden de rompvormen in vijf groepen verdeeld, zoals weergegeven in de volgende figuur.

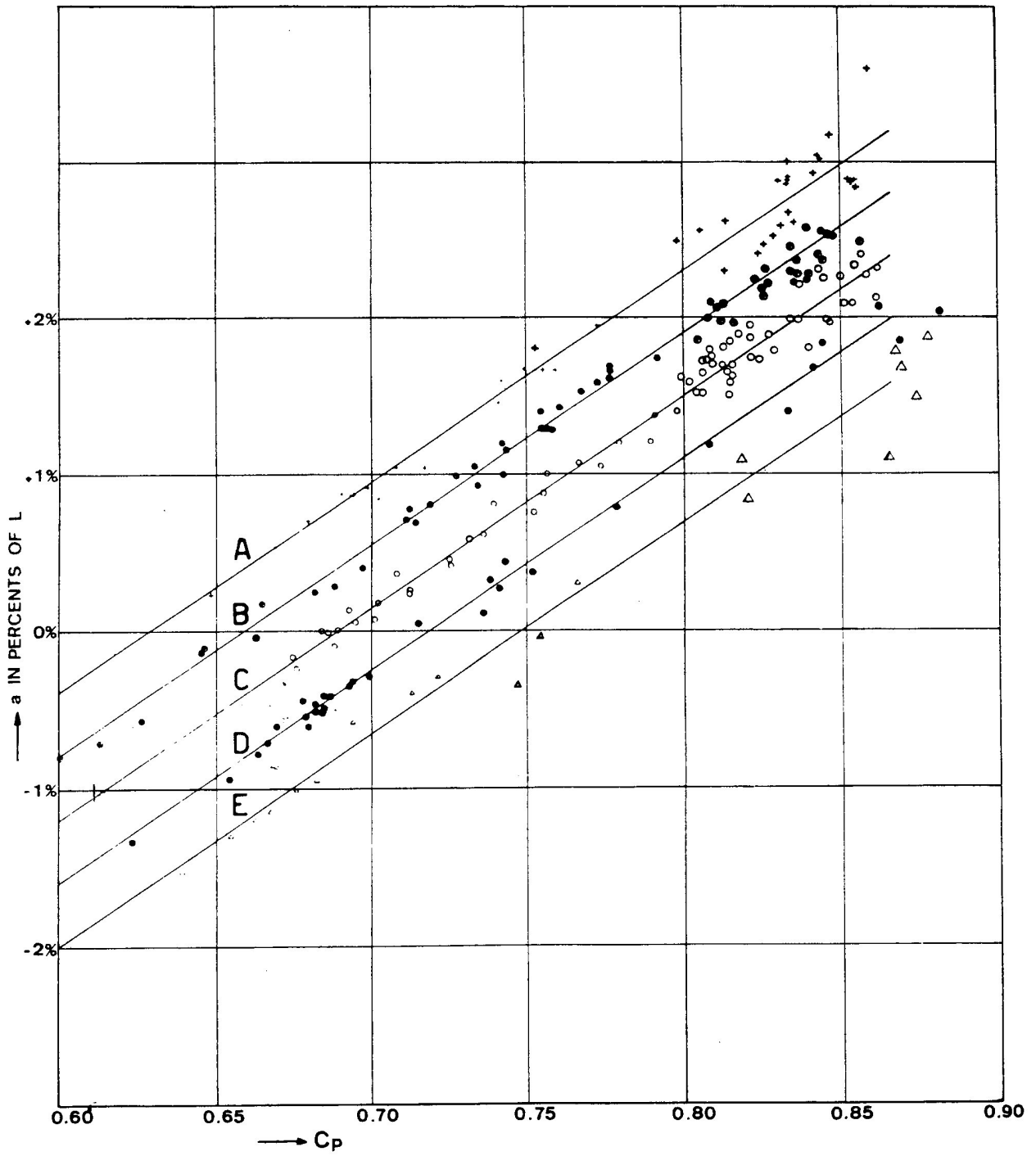


Figure 1. Position of centre of buoyancy of the examined models.

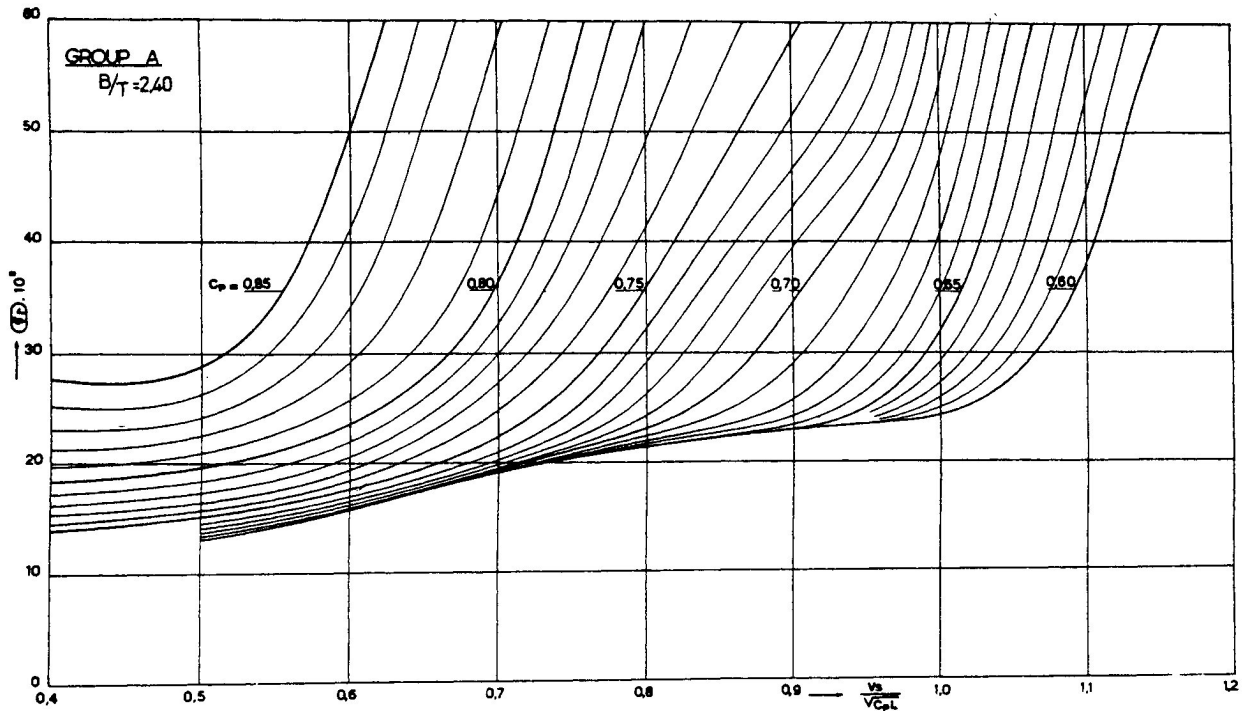


Figure 2. Diagram for determining the specific residuary resistance as a function of $\frac{V_s}{\sqrt{C_p L}}$ and C_p .

Voor elke groep werd de weerstands coëfficiënt C_r bepaald en weergeven in een grafische presentatie (dit was voor de tijd en opmars van de computers). Deze diagrammen staan weergegeven in de bijlage. Hier volgt één voorbeeld.

De totale weerstand volgt dan met

$$R = (C_F + C_R + C_A) \frac{1}{2} \rho V_S^2 S$$

Waarin S het nat oppervlak voorstelt en C_F de eerder besproken wrijvingscoëfficiënt voor bepaling van de wrijvingsweerstand van de scheepshuid.

Een rekenvoorbeeld is bijgevoegd om te laten zien hoe relatief eenvoudig een en ander uitgerekend kan worden.

Mits toegepast op de schepen en scheepstypen waarvoor zij bedoeld (en afgeleid) is deze weerstands bepaling redelijk nauwkeurig, zie rekenvoorbeeld bijlage.

VERMINDEREN VAN DE WEERSTAND VAN EEN SCHIP

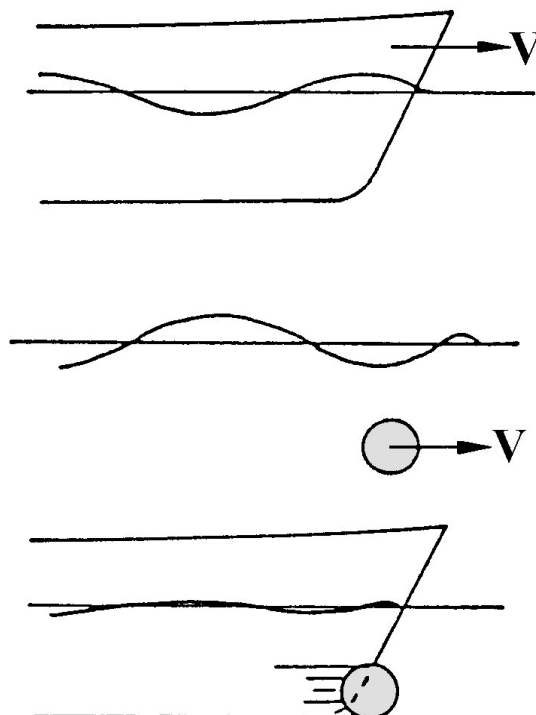
Methoden om de weerstand van schepen te verminderen concentreren zich in hoofdzaak op:

- het verminderen van de wrijvingsweerstand door het minimaliseren van het nat oppervlak, het vergroten van de gladheid van het nat oppervlak onder andere door het beperken van de aangroei.
- het verminderen van de druk- of vormweerstand door het vertragen van de loslating van de stroming in het achterschip. Scherpe overgangen in de vorm moeten zoveel als mogelijk vermeden worden.
- het verminderen van de golfweerstand.

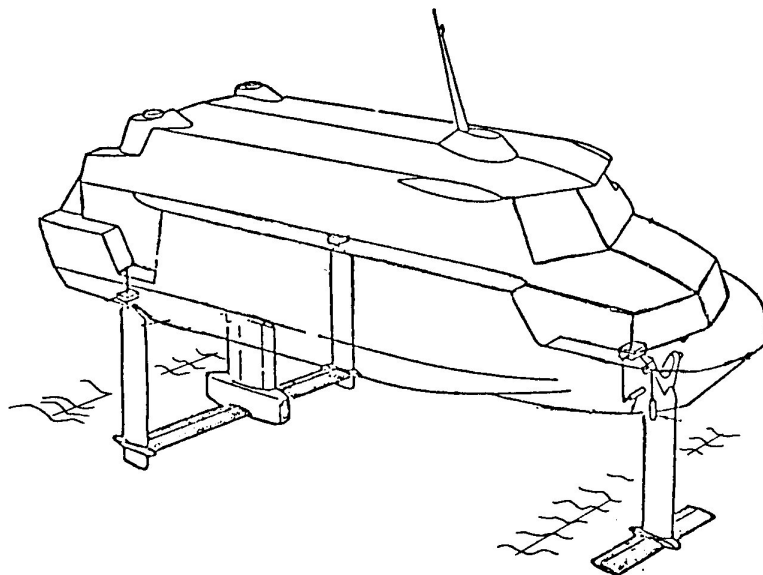
Een aantal voorbeelden hiervan zijn te geven. Een mogelijkheid is het verkleinen van het gewicht van het schip. Dit heeft ogenblikkelijk effect op het verlagen van de golfmakende weerstand. Daar een vrachtschip over het algemeen ontworpen wordt om een bepaald gewicht aan lading mee te nemen moet de gewichtsbesparing vooral gezocht worden in het casco-, inrichtings- en uitrustingsgewicht van het schip.

Een andere veel gebruikte methode wordt gevonden in de toepassing van een "bulb". We hebben gezien dat verschillende golfsystemen langs de lengte van het schip elkaar kunnen versterken of verzwakken, waarbij dit laatste in een relatief lagere weerstand resulteert. Hiervan wordt nu doelbewust gebruik gemaakt bij de toepassing van een bulb.

Een bulb is een bolvormig aanhangsel voor de boeg van het schip waarmee een golfsysteem opgewekt wordt. Door middel van een juist ontwerp van plaats en afmeting van de bulb wordt ervoor gezorgd dat dit golfsysteem zodanig met het boeggolfsysteem van het schip interfereert, dat het resulterende golfsysteem lager is dan het oorspronkelijke. Aangezien de afgevoerde energie in een golf kwadratisch afhangt van de golfhoogte wordt de golfweerstand zodoende verkleind. Zie de figuur.



Als laatste mogelijkheid valt te noemen het geheel of gedeeltelijk uit het water "tillen" van de romp om zo de golfmakende weerstand te verkleinen. Voorbeelden hiervan zijn planerende schepen en draagvleugelboten. Bij een draagvleugelboot wordt boven een bepaalde snelheid het volledige gewicht van het schip gedragen door een tweetal vleugels onder de romp. De romp wordt in zijn geheel boven water getild en de golfmakende weerstand verdwijnt in zijn geheel.



Daarvoor in de plaats komen echter wel weer een aantal andere weerstandscomponenten, maar de overall winst is niet onaanzienlijk, zodat met dit type schip hoge snelheden bereikt kunnen worden.

het verminderen van de luchtweerstand.

Bij de toenemende snelheid van de huidige generatie schepen is de luchtweerstand van de bovenwater scheepsvorm niet onaanzienlijk. Door een goede stroomlijning van deze opbouw is een wezenlijke reductie van de weerstand te realiseren.

De vermindering van de golfsweerstandscomponent van de romp is in vele gevallen verreweg de belangrijkste.

Om deze te verwezenlijken, zonder de toevlucht te nemen tot de bovenstaande oplossingen, worden over het algemeen twee methoden gevolgd: een theoretische door middel van berekeningen met mathematische modellen en één door middel van experimenten in sleeptanks met fysische modellen.

Door de grote complexiteit van het probleem geven theoretische modellen tot op heden nog te weinig betrouwbare resultaten om tot een verantwoorde optimalisatie te komen. Experimenten in sleeptanks blijven daarom nog het belangrijkste hulpmiddel maar de theoretische modellen verlenen hierbij onschatbare assistentie bij het beter doorgronden van het verschijnsel en het interpreteren van de resultaten.

Bijlage

deel 1 Berekenen van de weerstand van een schip volgens
de methode van Lap-Auf'M Keller

deel 2 Extended Diagrams for Determining the Resistance
and Required Power for Single-Screw Ships

by W. H. Auf'M Keller

BEREKENEN VAN DE WEERSTAND VAN EEN SCHIP VOLGENS DE METHODE VAN LAP-AUF`M KELLER

De methode van Lap-Auf`m Keller gaat uit van de wrijvingsweerstand volgens de ITTC-lijn, de golfweerstand (af te lezen uit een grafiek en te corrigeren voor diverse grootheden als B/T e.d.) en enige toeslagen, zoals huidruwheid e.d.

Hieronder zal de methode Lap-Auf`m Keller worden beschreven en toegepast op een "voorbeeld" schip tot en met de weerstandsschatting. De methode is beschreven in I.S.P. vol. 20 uit 1973, zie bijlage, deel 2

LET OP: bij de berekening worden alle grootheden ingevoerd in het SI-eenhedenstelsel, dus m, N, s, enz. (tenzij anders vermeld).

Voorbeeldschip "FANCY".

$$\begin{array}{llll} L_{PP} = 161.50 \text{ m} & C_B & = 0.685 & D_{\text{Schroef}} = 6.30 \text{ m} \\ L_{WL} = 166.00 \text{ m} & C_M & = 0.958 & \nabla = 35188 \text{ m}^3 \\ B & = 28.40 \text{ m} & C_p & = 0.715 & \Delta & = 36200 \text{ ton} \\ T_{MAX} & = 11.20 \text{ m} & LCB & = + 0.33 \% & A_M & = 305 \text{ m}^2 \\ V_S & = 17.2 \text{ kn} = 8.85 \text{ m/s} & & & & \\ S & = 6370 \text{ m}^2 = (3.4 \nabla^{1/3} + 0.5L_{WL}) * \nabla^{1/3} & & & & \text{(nat oppervlak volgens formule LAP)} \end{array}$$

Standaard wordt aangehouden dat vermogensbepalingen worden uitgevoerd voor een schip in zeewater van 15°C, dus:

$$\rho = 1026 \text{ kg/m}^3 \quad \text{en} \quad \nu = 1.1883 * 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

De weerstandsbepaling.

Bij deze methode wordt de weerstand verdeeld in een aantal componenten namelijk: de wrijvings- en restweerstand en een aantal toeslagen; iedere weerstandscomponent wordt uitgedrukt in een coëfficiënt:

$$C_i = R_i / \frac{1}{2} * \rho * V^2 * S.$$

De wrijvingsweerstandcoëfficiënt kan worden bepaald met de I.T.T.C. formule:

$$C_f = 0.075 / (\log R_N - 2)^2 \quad \text{waarin} \quad R_N = V * L / \nu$$

LET OP: Auf`m Keller werkt met een afwijkende lengte namelijk:

$L_D = 1.01 L_{PP}$ of L_{WL} (de kleinste van de twee); daarmee verandert ook de C_p in C_{pD} .

Voorbeeldschip "FANCY":

$$\begin{array}{l} L_D = 1.01 * 161.5 = 163.1 \text{ m} \\ R_N = 163.1 * 8.85 / (1.1883 * 10^{-6}) = 1.215 * 10^9 \\ C_f = 1.494 * 10^{-3} \end{array}$$

Lap geeft ook weerstandcoëfficiënten, namelijk volgens Schoenherr maar die wijken nauwelijks af van de I.T.T.C. formule.

De restweerstandcoëfficiënt wordt nu bepaald volgens Auf`m Keller. Hij onderscheidt vijf groepen schepen op basis van LCB en C_{pD} (zie grafiek op blz. 2).

Voorbeeldschip "FANCY": groep C

Voor iedere groep geeft Auf`m Keller een grafiek waarin de restweerstand ζ_r wordt gegeven op basis van C_{pD} en

$V_s / \sqrt{(C_{pD} * L_D)}$; (zie grafieken op blz. 3 e.v.).

Indien nodig kan worden geïnterpoleerd tussen twee grafieken.

Voorbeeldschip "FANCY":

$$C_{PD} = 0.708$$

$$V_S / \sqrt{C_{PD} \cdot L_D} = 8.85 / \sqrt{0.708 \cdot 163.1} = 0.82$$

"figure 4": $\zeta_r = 24 \cdot 10^{-3}$ (soms moeilijk leesbaar)

De coëfficiënt ζ_r moet worden gecorrigeerd voor L_D/B , maar alleen als $C_{PD} > 0.80$

Vervolgens wordt ζ_r omgerekend naar C_R , omdat ζ_r als restweerstand dimensieloos gemaakt is met A_m (het grootspantoppervlak) en C_R dimensieloos gemaakt is met S (het natte huidoppervlak).

Voorbeeldschip "FANCY":

$$C_{PD} = 0.708 \text{ dus } \zeta_r \text{ blijft } 24 \cdot 10^{-3}$$

$$C_R = \zeta_r \cdot A_m/S = 24 \cdot 10^{-3} \cdot 305/6370 = 1.149 \cdot 10^{-3}$$

Toeslagen.

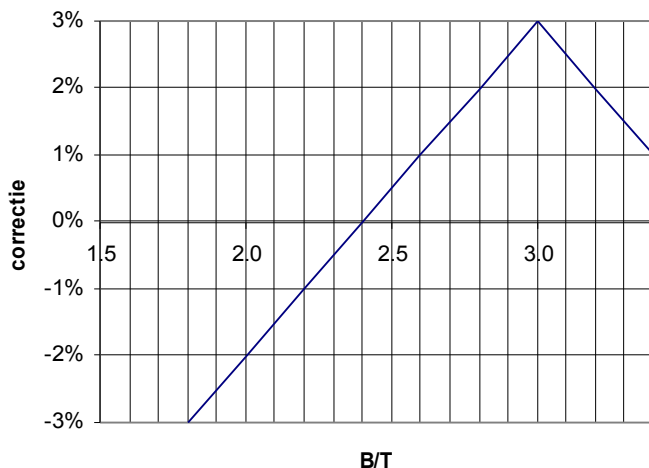
De aldus bepaalde wrijvingsweerstand en restweerstand gelden voor een ideaal gladde romp en vlak water (tanktoestand). Auf'm Keller geeft een ruwheidstoeslag C_A afhankelijk van de lengte, die bij grote lengte negatief kan worden, zie bijlage deel 2: tabel 1 blz. 5.

Het totaal van C_F , C_R en C_A geeft nu C_T' .

Voorbeeldschip "FANCY":

$$C_A = 0.20 \cdot 10^{-3}$$

$$C_T' = C_F + C_R + C_A = (1.494 + 1.149 + 0.20) \cdot 10^{-3} = 2.843 \cdot 10^{-3}$$



Auf'm Keller geeft nog een correctie voor B/T , waarbij de tekst in de publicatie is vertaald naar bijgaande figuur.

Voorbeeldschip "FANCY":

$$B/T = 28.4/11.2 = 2.53$$

$$\begin{aligned} \text{correctie} &= +0.7\%, \\ \text{dus } C_T &= 1.007 \cdot 2.843 \cdot 10^{-3} \\ &= 2.863 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Rest nu nog de gezochte weerstand te berekenen met: $R_{\text{Totaal}} = C_T \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_S^2 \cdot S$.

Voorbeeldschip "FANCY":

$$R_{\text{Schip}} = 2.863 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1026 \cdot 8.852^2 \cdot 6370 / 1000 = 733 \text{ kN}$$

Lap en ook Auf'm Keller schatten nu het voortstuwingsrendement (Lap noemt dat nog ζ_a) en bepalen daarmee het benodigde vermogen. Die grafieken zijn inmiddels wat verouderd.

Behalve bovengenoemde methode zijn er nog vele andere methoden. Al deze methoden wekken de indruk zeer nauwkeurig te zijn o.a. door de vele, soms kleine, correcties. Maar... al deze methoden geven slechts een schatting die geschikt is om voorlopig een machinevermogen op te baseren en daarmee de benodigde ruimte te bepalen voor machinekamer, brandstoftanks e.d.

Een definitieve bepaling van het machinevermogen en keuze van de schroef volgt meestal pas na het uitvoeren van sleeptoeven in een sleeptank.

EXTENDED DIAGRAMS FOR DETERMINING THE RESISTANCE AND REQUIRED POWER FOR SINGLE-SCREW SHIPS.

by

W.H. AUFM KELLER *).

1. Introduction.

Due to ever increasing dimensions, block coefficients etc. of single-screw ships such as bulk carriers and tankers, it often is not possible anymore to use the diagrams published by Lap [1], because the values of the parameters to be used, now often are not within the range of the mentioned diagrams. Therefore an extension of these diagrams was necessary.

2. Diagrams.

The results of model tests of 107 large single-screw ships were converted into dimensionless residuary resistance values. Based on these values the extended diagrams, Figures 2 through 6, were made.

The available data have been grouped in the same way as published in [1].

Figure 1 shows the relation between C_p and LCB for these groups.

Figure 7 represents a histogram for the B/T ratio values of the 107 investigated models.

Contrary to the distribution of the B/T values mentioned in [1], Figure 7 shows that for the large ships 71% has a B/T value varying between 2.5 and 3.0.

Since it was the intention to start from the existing diagrams as given in [1], which apply to a B/T value of 2.40, a correction was necessary for the differences in B/T.

The same correction as mentioned in [1] was maintained, viz. a mean value of 0.5% increase of the total ship resistance for an increase of B/T by 0.1.

It appeared, however, that for ships with high B/T values ($B/T > 3.00$), such as for example gas tankers, these corrections had to be adapted.

If $B/T > 3.00$ a correction of 0.5% decrease of the total ship resistance seemed to be desirable for an increase of B/T by 0.1.

It further was found necessary to introduce an empirical correction factor for the effect of

much lower L/B ratios than those usual at the time of publication of [1].

This correction, in percents of (ζ_r) on a base of L/B ratio, is given in Figure 8.

For a reliable power calculation a good total propulsive efficiency estimation is required.

The resistance values calculated by means of the present diagrams, just like those of [1], are based on Schoenherr's extrapolation with roughness allowance coefficients C_A of 0.00035 to 0.00045.

For ship self propulsion points corresponding to these extrapolations an efficiency curve η_D was given in Figure 13 of [1].

It is clear that for large ships, as investigated now, with incremental resistance coefficients, of $C_A = -0.00025$ (or even less) a much lower loading of the propellers has to be accounted for than was formerly usual. This results in higher efficiencies and a correction on the η_D curve of [1] is necessary in such cases. The correction as a function of C_A (representing a certain over- or underload) is given in Figure 9.

It must be noted that this figure only may be used for ships with large block coefficients (> 0.75).

For ships with small block coefficients the η_D decreases (respectively increases) as a function of the overload (respectively underload) are much smaller.

According to Lap the η_D correction for the last mentioned ships amounts to about 1/3 per cent per 10 per cent overload, this corresponds to only a fifth of the correction as given now in Figure 9. Furthermore it appeared that with increasing block coefficients and decreasing L/B ratios the efficiency η_D decreased.

Empirical η_D corrections to a base of block coefficient and L/B ratio are therefore given respectively in Figures 10 and 11.

A histogram showing percentages deviation of the efficiency derived from the curves in the Figures 9, 10 and 11 as compared to actual

*). Netherlands Ship Model Basin, Wageningen, the Netherlands.

model test results, is given in Figure 12. With the calculated efficiency and P_E values the P_D values can be determined. An indication of the accuracy of the calculations

is given by the percentages deviation of the calculated P_D values with regard to the P_D values of 116 arbitrarily chosen tested models in the histogram of Figure 15.

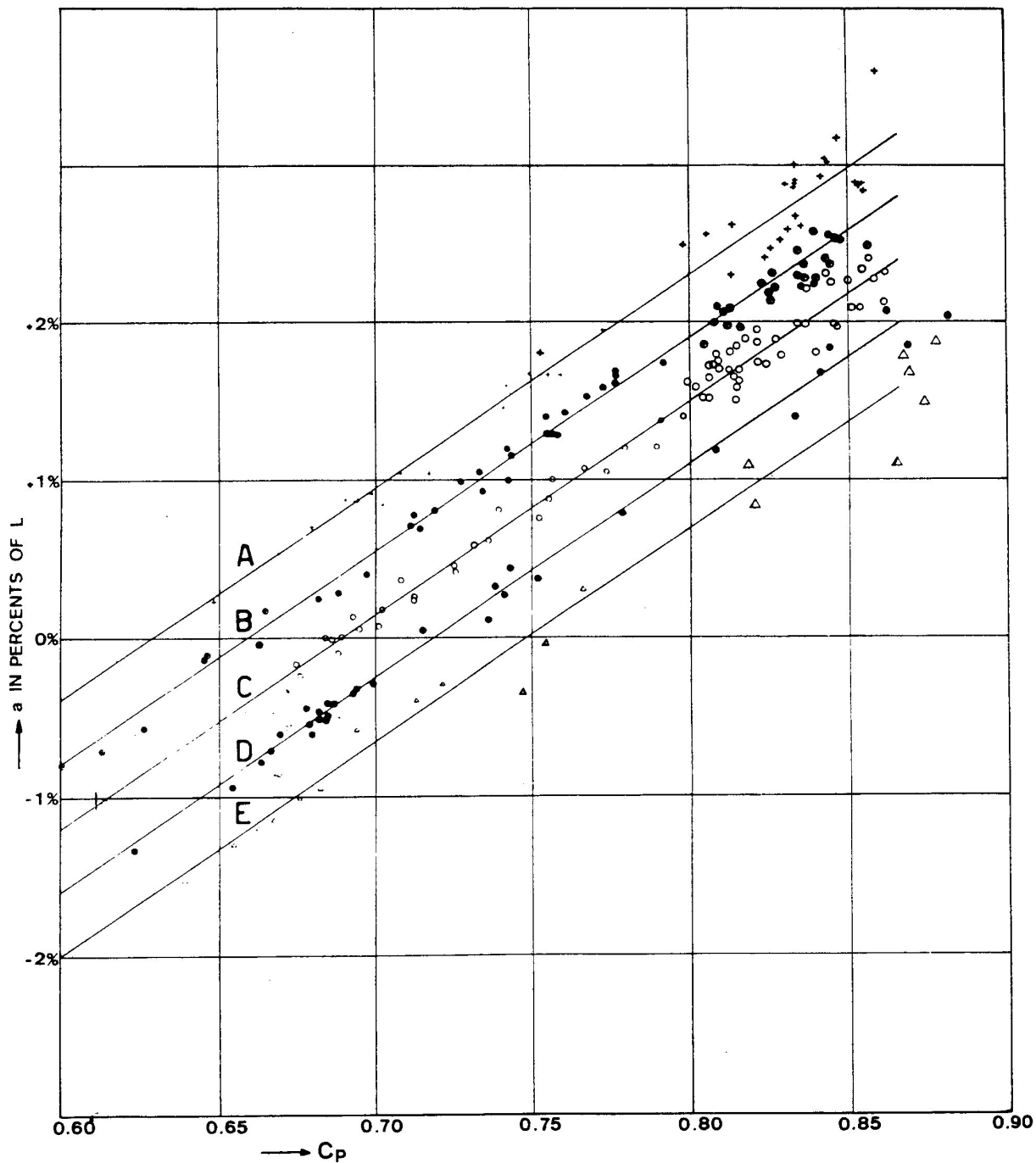


Figure 1. Position of centre of buoyancy of the examined models.

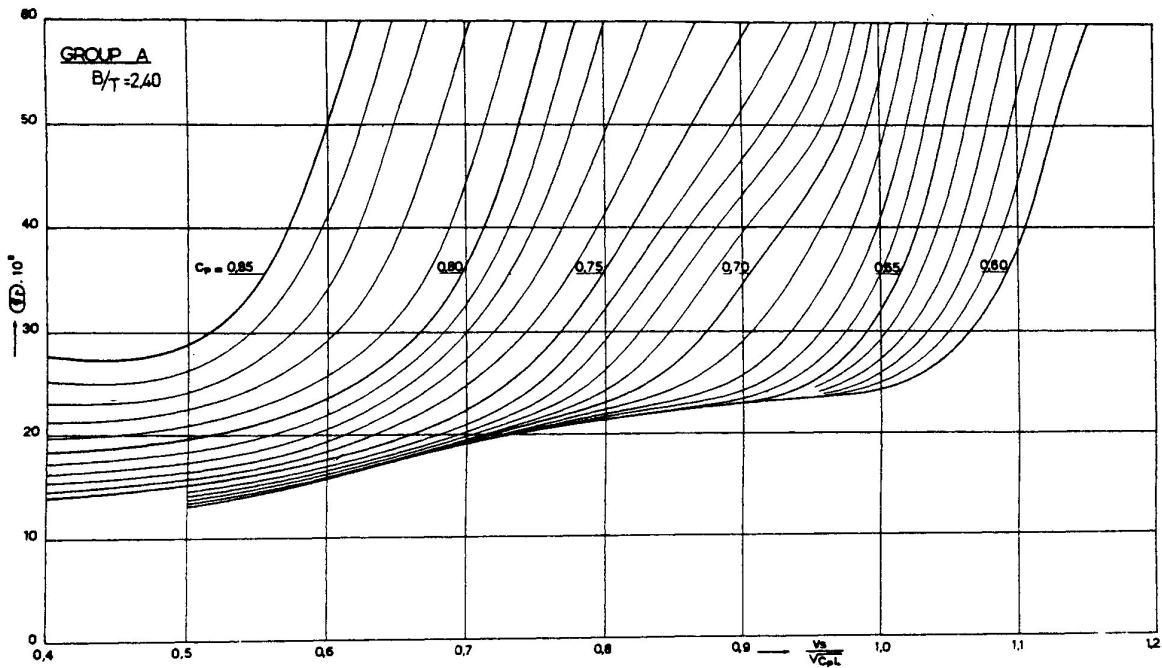


Figure 2. Diagram for determining the specific residuary resistance as a function of $\frac{V_s}{\sqrt{C_p L}}$ and C_p .

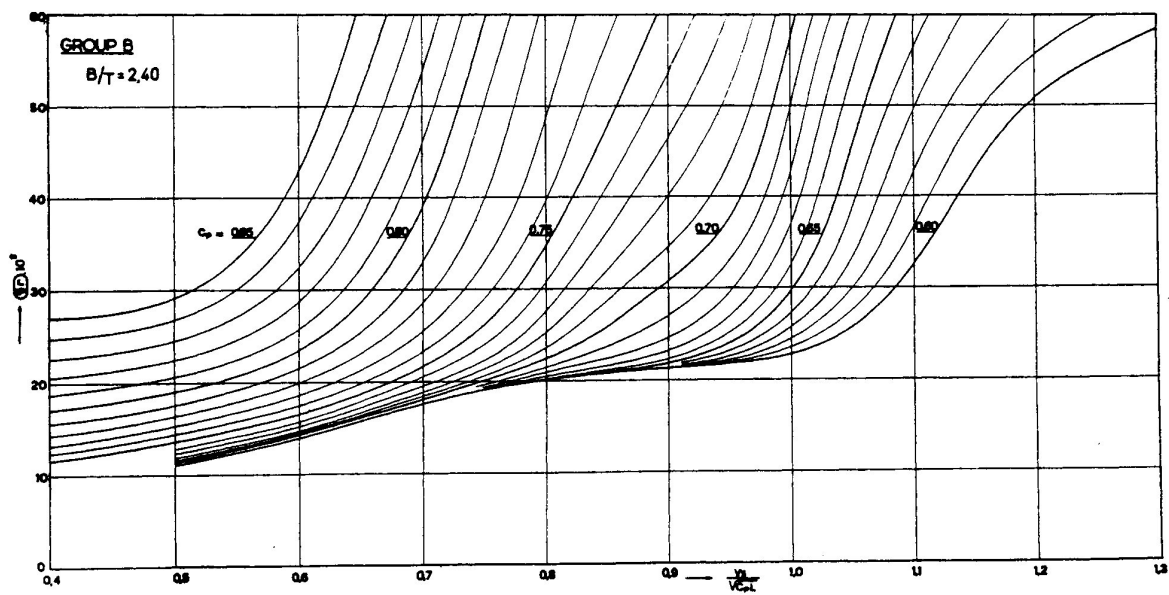


Figure 3. Diagram for determining the specific residuary resistance as a function of $\frac{V_s}{\sqrt{C_p L}}$ and C_p .

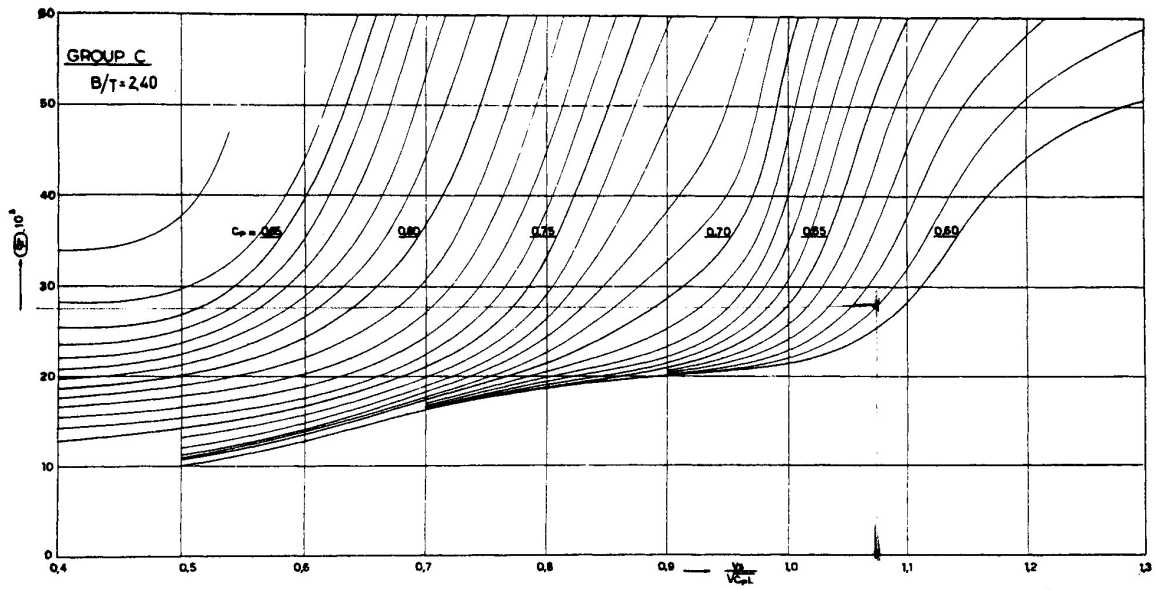


Figure 4. Diagram for determining the specific residuary resistance as a function of $\frac{V_s}{v C_p L}$ and C_p .

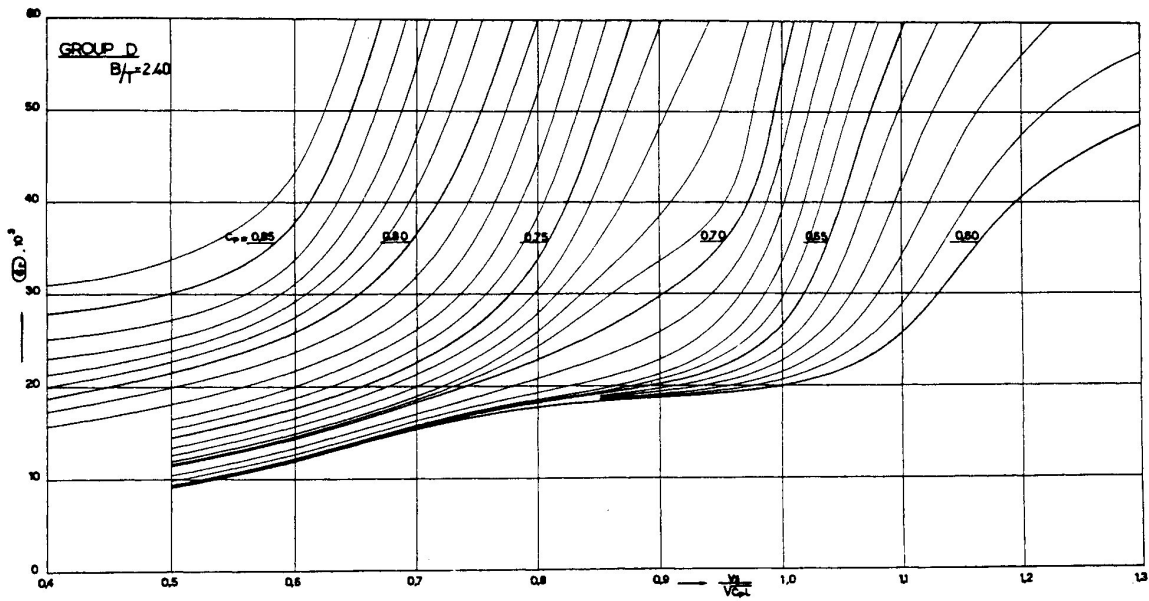


Figure 5. Diagram for determining the specific residuary resistance as a function of $\frac{V_s}{v C_p L}$ and C_p .

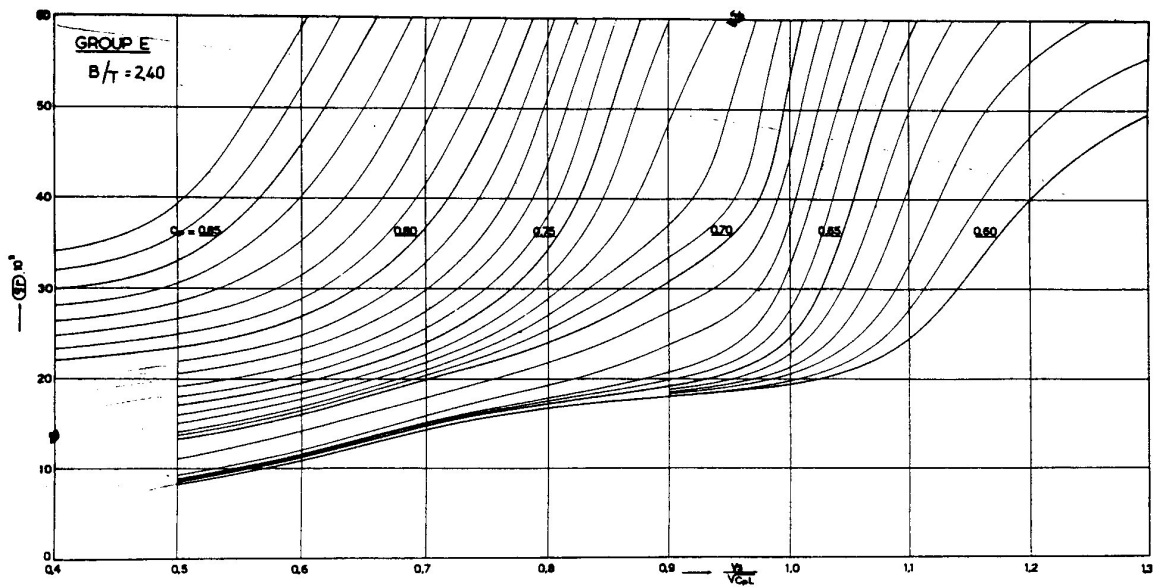


Figure 6. Diagram for determining the specific residuary resistance as a function of $\frac{V_s}{\sqrt{C_p L}}$ and C_A .

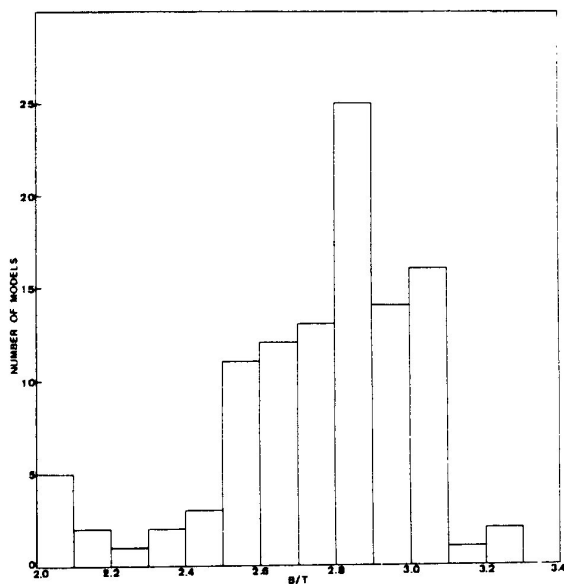


Figure 7. Histogram for the B/T ratio values of the 107 investigated models.

3. Use of the diagrams and estimation of P_E and P_D values.

The use of the diagrams is similar to the method as mentioned by Lap in publication 118 of the N. S. M. B. [1].

For the resistance calculation the new correc-

tion for the L/B ratio has to be included.

The ship length required for the calculation is the length between perpendiculars increased with one percent (L_d).

In cases where the length of the waterline is smaller than $1.01 \times L_{PP}$ the waterline length must be used.

For the resistance calculation it is furthermore necessary to make the correct choice for the incremental resistance coefficient C_A .

In Table 1 C_A values, as used for resistance calculations at the moment at the N. S. M. B., are given as a function of the dimensions of the full size vessels.

With the aid of the number of propeller revolutions N and the ship length L a preliminary η_D value can be estimated from Figure 13.

Table 1

Length of the vessels	Incremental resistance coefficient C_A
50 - 150 m	+0.0004 - +0.00035
150 - 210 m	+0.0002
210 - 260 m	+0.0001
260 - 300 m	0
300 - 350 m	-0.00010
350 - 450 m	-0.00025