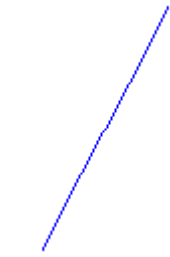
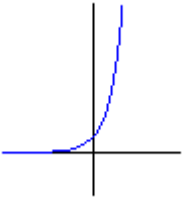
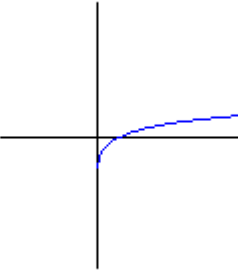


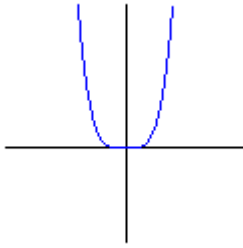
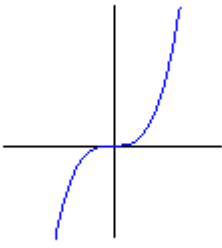
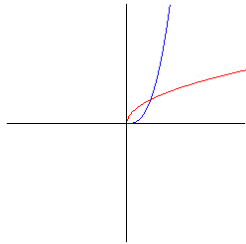
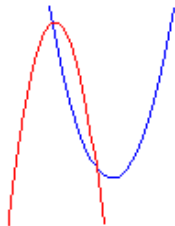
Basisvormen (algebraïsche denkeenheden) van algebraïsche expressies/functies



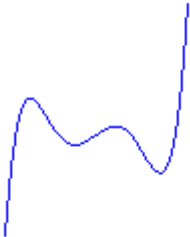
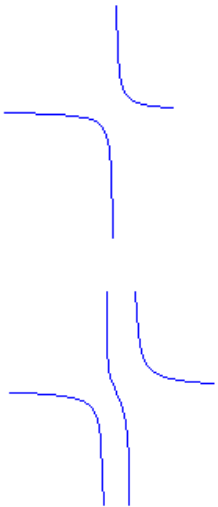
$$x, x^2, x^3, \dots, \sqrt{x}, \frac{1}{x}, g^x, {}^g \log(x), \sin(x), \cos(x)$$

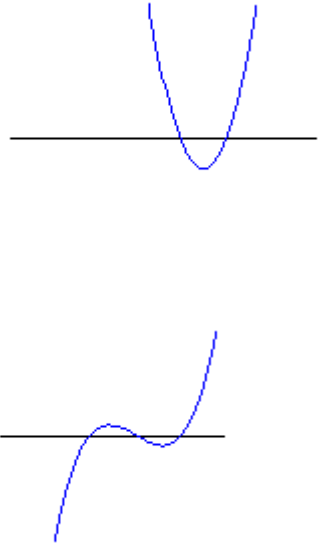
polynoomfuncties

gebrokenfuncties, vermenigvuldigingsfunctie

| Soort functies | Standaardvormen met kenmerken | Grafiek Let op kenmerken en 'oneindig gedrag' |
|------------------------|--|---|
| Lineaire functies | <p>In tabel: bij gelijke x stappen horen gelijke y stappen</p> <p>Grafiek is rechte lijn</p> <p>Formule is $y = a \cdot x + b$</p> <p>Formule van lijn door punt (p,b) met helling a is: $y = a \cdot (x - p) + b$</p> |  |
| Exponentiele functies | <p>In tabel: bij gelijke x stappen horen relatief gelijke y stappen (zelfde vermenigvuldiging)</p> <p>Formule is $y = b \cdot g^x$ (ook e^x)</p> <p>Afgeleide is $y' = b \cdot g^x \cdot \ln(g)$</p> |  |
| Logaritmische functies | <p>In tabel: bij relatief gelijke x stappen (zelfde vermenigvuldiging) horen gelijke y stappen</p> <p>Formule is $y = {}^g \log(x)$ (ook $\ln(x)$)</p> <p>${}^g \log(x)$ en g^x zijn elkaars inversen (oplossen van vergelijkingen)</p> <p>Domein ! en verticale asymptoot.</p> <p>Afgeleide is $y' = \frac{1}{x \cdot \ln(g)}$</p> <p>Speciale rekenregels: $\log(a) + \log(b) = \log(a \cdot b)$ $n \cdot \log(a) = \log(a^n)$ ${}^g \log(a) = \frac{{}^p \log(a)}{{}^p \log(g)}$</p> |  |

| | | |
|---|---|---|
| <p>Machtsfuncties</p> | <p>In tabel: bij relatief gelijke x stappen (zelfde vermenigvuldiging) horen relatief gelijke y stappen (zelfde vermenigvuldiging)</p> <p>Formule is $y = a \cdot x^n$</p> <p>Afgeleide is $y' = n \cdot x^{n-1}$</p> <p>In context: y is evenredig met x^n Vaak gekeken naar gehele even/oneven machten i.v.m. vergelijkingen als</p> <p>$x^3 = 5$ $x^3 = -5$ $x^4 = 5$ $x^4 = -5$</p> <p>Vergelijkingen als $x^{-4} = 5$ omzetten naar $\frac{1}{x^4} = 5$</p> <p>x^n en $x^{\frac{1}{n}}$ zijn elkaars inversen</p> <p>Speciale rekenregels: $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$</p> | <p>n even</p>  <p>n oneven</p>  |
| <p>Wortelfuncties</p> | <p>Formule $y = a \cdot \sqrt{x}$</p> <p>Afgeleide is $y' = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}$</p> <p>Grafiek \sqrt{x} en x^2 zijn elkaars inversen</p> <p>Domein van belang</p> <p>\sqrt{x} is ook een machtsfunctie ($= x^{\frac{1}{2}}$) (ook zo met $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$)</p> |  |
| <p>Goniometrische functies</p> | <p>Later apart</p> | |
| <p>Polynoomfuncties 2^e graads</p> | <p>Grafiek berg/dal parabool $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ Of in de vorm: $y = a \cdot (x - p)^2 + q$ (top (p,q)) $y = a \cdot (x - r)(x - s)$ (nulpunten r en s)</p> |  |

| | | |
|---|--|---|
| <p>3^e graads</p> | <p>(1 top)</p> $y = a.x^3 + b.x^2 + c.x + d$ <p>Of in de vorm:</p> $y = a.(x-r).(x-s).(x-t)$ <p>(nulpunten r,s,t) (max. 2 toppen)</p> |  |
| <p>4^e graads</p> | $y = a.x^4 + b.x^3 + c.x^2 + d.x + e$ <p>Of in de vorm:</p> $y = a.(x-r).(x-s).(x-t).(x-u)$ <p>(nulpunten r,s,t,u) (max. 3 toppen)</p> |  |
| <p>5^e graads</p> | $y = a.x^5 + \dots$ <p>(max. 4 toppen)</p> |  |
| <p>Gebroken functies (quotientfuncties)</p> | $y = \frac{a.x + b}{c.x + d}$ $y = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$ <p>Zoek evt. verticale en horizontale asymptoten.</p> <p>Afgeleide met quotientregel</p> $y' = \frac{n.t' - t.n'}{n^2}$ |  |

| | | |
|--|--|---|
| <p>Vermenigvuldigings functies (productregels)</p> | <p>$y = (a \cdot x + b) \cdot (c \cdot x + d)$</p> <p>$y = (\dots) \cdot (\dots)$</p> <p>Zoek nulpunten.</p> <p>Afgeleide met productregel $y' = f \cdot g' + g \cdot f'$</p> |  |
| <p>Kettingfuncties</p> | <p>Zoals $y = e^{-x^2}$, $y = (x^2 - 1)^4$</p> <p>Pijlenketting</p> <p>Afgeleide met kettingregel $y = f(g(x))$ dan $y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$</p> | |

Acties met deze basisvormen:

1) transformaties: kijk naar relatie formule - grafiek

Verschuiving horizontaal met p: $f(x - p)$

Verschuiving verticaal met p: $f(x) + p$

Verticale vermenigvuldiging met p: $p \cdot f(x)$

Horizontale vermenigvuldiging met p: $f(\frac{1}{p}x)$

Voorbeeld:

a) $y = e^{x-3}$ herkennen als grafiek $y = e^x$ die 3 naar rechts verschoven is.

b) $y = (\frac{1}{2}x)^4$ herkennen als grafiek van $y = x^4$ die horizontaal vermenigvuldigd t.o.v. y-as is met 2

Ook schetsen van grafieken van $\frac{1}{f}$ en f^2 als de grafiek van f gegeven is.

2) redeneren a.d.h.v. formule:

a) als x groter wordt dan y

b) als $x \rightarrow \infty$ dan y (oneindig gedrag van een functie)

c) symmetrie in x-as of y-as

3) inverteren van functies (inverse berekenen)

4) reduceren

Voorbeelden:

a) $y = (x-4)^2 - 3(x-4) - 10$ herkennen als verschoven grafiek van $y = x^2 - 3x - 10$

b) $y = e^{x^2} - 4x^2$ herkennen als $y = e^p - 4p$ met $p = x^2$ (schets $y = e^p - 4p$ en gebruik symmetrie in y-as)

Opdrachten

1) Schrijf in de vorm: $y = a \cdot x^b$

a) $y = (2 \cdot x^{\frac{1}{3}})^4$

b) $y = \frac{12 \cdot x^{\frac{1}{3}}}{6 \cdot x^2}$

c) $y = \frac{2 \cdot x^3}{6 \cdot x^5}$

d) $y = 3x \cdot 2\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}$

e) $y = \frac{10}{x \cdot \sqrt{x}}$

2) Schrijf in de vorm: $y = a \cdot \sqrt{\dots}$

a) $y = (2x^{\frac{1}{2}})^5$

b) $y = x^2 \sqrt{4-x}$

c) $y = 2x \sqrt{4x}$

3) Schrijf in de vorm: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

a) $y = 2(x-3) \cdot (x+3)$

b) $y = 2(x-3)^2 + 9$

c) $y = -(x-4)^2$

d) $y = -2x(x-4) + 9$

4) Schrijf in de vorm: $y = a \cdot (x-p)^2 + q$

a) $y = x^2 + 6x$

b) $y = x^2 - 8x + 3$

c) $y = 2x^2 - 12x + 8$

d) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 10x + 8$

5) Schrijf in de vorm: $y = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ (als een breuk)

$$\text{a) } y = \frac{2}{x} + 3$$

$$\text{b) } y = \frac{2}{x} + \frac{3}{x-2}$$

$$\text{c) } y = \frac{2}{x} \cdot \frac{3}{x-2}$$

$$\text{d) } y = \frac{2}{2x} \cdot \frac{3}{x}$$

$$\text{e) } y = 5 \cdot \frac{5}{2x} \cdot \frac{3x}{x-2}$$

$$\text{f) } y = 5 \cdot \frac{3}{2x} - \frac{4x}{x+2}$$

$$\text{g) } y = 5 \cdot \frac{\frac{2}{x}}{x^2}$$

$$\text{h) } y = 5 \cdot \frac{\frac{2}{x}}{\frac{x}{x-1}}$$

$$\text{i) } y = 5 \cdot \frac{\frac{2x}{x+1}}{\frac{x^2}{x+1}}$$

$$\text{j) } y = \frac{\frac{2x}{x+1}}{\frac{x^2}{x+2}}$$

6) Schrijf in de vorm: $y = a \cdot (\dots) \cdot (\dots)$ (of $y = a \cdot (\dots) \cdot (\dots) \cdot (\dots)$)

$$\text{a) } y = x^2 - 8x + 12$$

$$\text{b) } y = 2x^2 - 18x$$

$$\text{c) } y = 2x^2 - 20x + 42$$

$$\text{d) } y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$$

$$\text{e) } y = -\frac{1}{2}x^2 - x$$

$$\text{f) } y = 4x^2 - 25$$

$$\text{g) } y = 4x^4 - 12x^2$$

$$\text{h) } y = 4x^4 - 12x^2 + 9$$

$$\text{i) } y = 2x^3 - 12x^2 + 8x$$

7) Schrijf in de vorm: $y = e^{a \cdot x + b}$

$$\text{a) } y = 10 \cdot 0,8^x$$

$$\text{b) } y = 14 \cdot 1,5^x$$

$$\text{c) } y = 20 \cdot 1,5^{2,4x}$$

$$\text{d) } y = 10^{2x+4}$$

$$\text{e) } y = \sqrt{e} \cdot e^{3x} \cdot e^2$$

8) Schrijf in de vorm: $y = {}^g \log(\dots)$

$$\text{a) } y = {}^2 \log(x) + {}^2 \log(3x+3)$$

b) $y = {}^2\log(2x) - {}^2\log(3x - 6)$

c) $y = {}^2\log(2x) + 3$

d) $y = 4 - {}^2\log(2x)$

e) $y = 4 \cdot {}^2\log(2x) - 3$

f) $y = 2 \cdot \ln(2x) - 3$

9) Schrijf in de vorm: $y = a \cdot x^n + b \cdot x^{n-1} + \dots + \dots$

a) $y = 2 \cdot (x + 2)^3$

b) $y = 3 + 2 \cdot (x - 2)^2$

c) $y = (x - 3)^2 - (x - 2)^2$

d) $y = 2(x - 3)(x - 4)(x - 5)$

e) $y = 3 \cdot x \cdot (2x)^2(x - 5)$

10) Schets de (globale) grafiek van (let op domein, asymptoten en oneindig gedrag)

a) $y = 0,3 \cdot x^3 - 4x^2$

b) $y = \frac{x + 5}{2x}$

c) $y = -3 \cdot (x - 4)(x - 5)(x - 6)$

d) $y = -2 \cdot (x + 3)^4 + 10$

e) $y = 3 + {}^2\log(x - 4)$

f) $y = 3 \cdot (2^x - 5) \cdot (3^x - 9)$

g) $y = \frac{3^x - 3}{2^x - 4}$

h) $y = \frac{3 \cdot (x^2 - 5)}{2x}$

i) $y = (x - 4)^2 + 2$

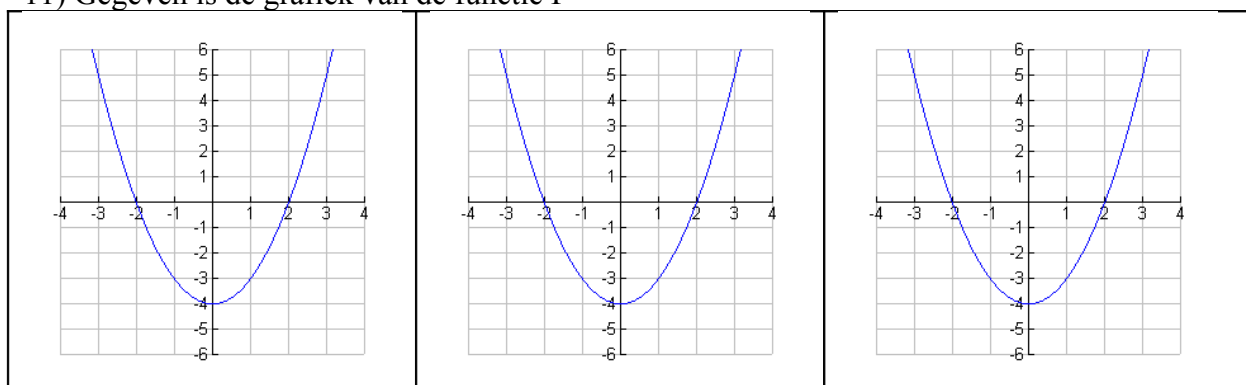
j) $y = e^{-x^2}$

k) $y = e^{2x} - e^x$

m) $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}$

n) $y = x \cdot e^x$

11) Gegeven is de grafiek van de functie F



Schets de grafiek van $F(2x) + 2$; $F(2x) + 2$; $\frac{1}{F(x)}$ en $(F(x))^2$

12) Bereken een formule voor de inverse van

a) $y = 2 \cdot e^{3x}$

b) $y = 2 + \ln(x - 3)$

c) $y = 2x^3 - 4$

d) $y = \frac{1}{x^2 + 1}$

e) $y = \frac{1-x}{x+1}$

f) $y = \sqrt{\frac{1-x}{x+1}}$

g) $y = \sqrt{\frac{e^x}{e^x + 1}}$

h) $y = x^2 + 4x$

i) $y = x^2 + 2x - 2$

Oefeningen

1) Schrijf naar een van de basisvormen:

a) $y = \frac{1}{x-2} + \frac{2x}{x+2}$ naar $y = \frac{\dots}{\dots}$

b) $y = \frac{3}{x} \cdot \frac{4}{x} \cdot \frac{6}{x^2}$ naar $y = a \cdot x^b$

c) $y = \frac{\sqrt{x}}{4\sqrt[3]{x}}$ naar $y = a \cdot x^b$

d) $y = x - 2$ en $z = 4y^2$ naar $z = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

e) $y = (2x - 1)^3$ naar $y = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

f) $y = 3(x - 2)^2 + 6(x - 2)(x + 3)$ naar $y = \dots(x \dots)(x \dots)$

g) $y = \frac{(x-1)(2x+3) - (2x+6)(x-1)}{(2x-1)^2}$ naar $y = \frac{\dots}{\dots}$

h) $y = {}^2\log(x) + 3$ naar $y = {}^2\log(\dots)$

i) $y = 100 \cdot 0,9^x$ naar $y = e^{\dots}$

j) $y = 16x^4 + 24x^2 + 9$ naar $y = (\dots)(\dots)$

k) $\ln(y) - 2 = 2x$ naar $y = \dots$

l) $y = (x^2 + 4)^{-0,5} + 2\sqrt{x^2 + 4}$ naar $y = \frac{\dots}{\dots}$

m) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ naar $y = \dots(x \dots)^2 \dots$

n) $\log(y) = 0,2 \cdot \log(x) + 2$ naar $y = a \cdot x^b$

o) $y = x^6 - 3x^3 - 18$ naar $y = (\dots)(\dots)$

p) $y = \frac{\frac{4}{x}}{\frac{2}{x} - 4}$ naar $y = \frac{\dots}{\dots}$

q) $y = \frac{3\sqrt{x}}{2x^2}$ naar $y = a \cdot x^b$

r) $y = \frac{4}{x} \cdot (x^2 - 4)$ naar $y = \frac{\dots}{\dots}$

s) $y = (4 \cdot 2^x) \cdot (8 \cdot 3^x)$ naar $y = e^{\dots}$

t) $y = 2(4-x)^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$ naar $y = \frac{\dots}{\dots}$

u) $y = \frac{2x \cdot (4\sqrt{x})}{6x^2}$ naar $y = a \cdot x^b$

v) $y = 4x^4 + 12x^2 + 9$ naar $y = (\dots)(\dots)$

w) $y = x^3 - 4x^2 - 12x$ naar $y = \dots(\dots)(\dots)$

x) $y = 2x^4 - 18x^2$ naar $y = \dots(\dots)(\dots)$

y) $y = \frac{2}{x^3} - \frac{4}{x}$ naar $y = \frac{\dots}{\dots}$

z) $y = \frac{2}{x^3} \cdot \frac{4}{x}$ naar $y = \frac{\dots}{\dots}$

2) Schets de globale grafiek van:

a) $y = 6x^6 - 4x^3$

b) $y = 4(x-2)^3 + 2$

c) $y = \ln(x-3) + 2$

d) $y = e^{\frac{1}{2}x} - 4$

e) $y = \frac{4x-1}{x-2}$

f) $y = \frac{(x-1)(x-3)}{x-2}$

g) $y = ({}^2\log(x) - 4)(e^x - 4)$

h) $y = -2(x-2)(x-3)(x-5)$

i) $y = -2(x-2)^2(x+5)$

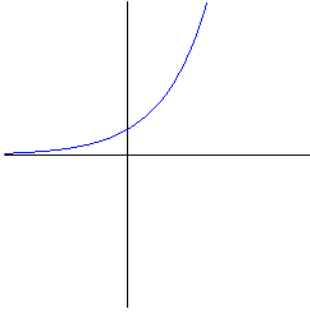
j) $y = \frac{x-1}{(x-2)^2}$

h) $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 4}$

i) $y = x^5 - x^6$

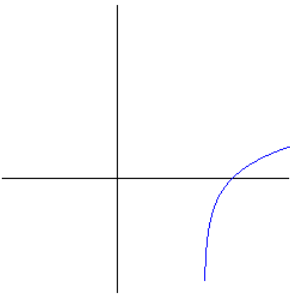
3a) Welke formules kunnen bij onderstaande grafiek horen?

a. $y = e^{x-2}$ b. $y = (\frac{1}{2})^x$ c. $y = 2^x$ d. $y = x^3 + 1$



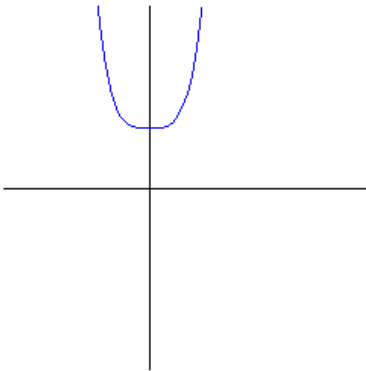
3b) Welke formules kunnen bij onderstaande grafiek horen?

- a. $y = {}^2 \log(x+3)$ b. $y = \sqrt{x} - 3$ c. $y = {}^2 \log(x-3)$ d. $y = {}^{\frac{1}{2}} \log(x) - 3$



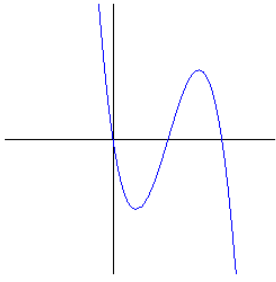
3c) Welke formules kunnen bij onderstaande grafiek horen?

- a. $y = x^2 - 2$ b. $y = x^3 + 2$ c. $y = x^4 + 2$ d. $y = e^x + e^{-x}$



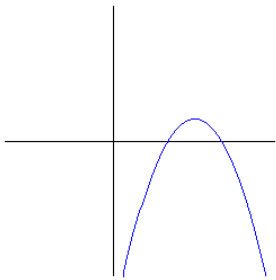
3d) Welke formules kunnen bij onderstaande grafiek horen?

- a. $y = x(x-3)(x-6)$ b. $y = -2x(x-2)(x-4)$ c. $y = x(x+2)(x+4)$ d. $y = -2x(x+3)(x+6)$

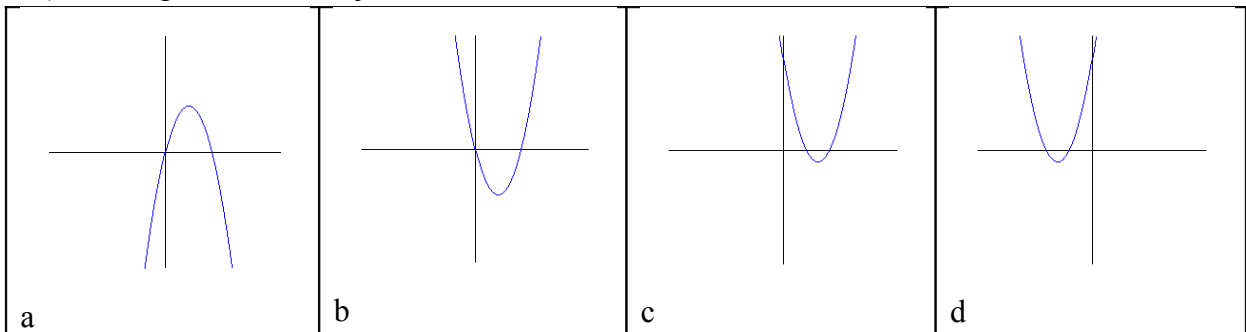


3e) Welke formules kunnen bij onderstaande grafiek horen?

- a. $y = 2(x-3)(x-6)$ b. $y = -2(x-2)(x-4)$ c. $y = -2x^2 + 18x - 36$ d. $y = -2(x+3)(x+6)$



3f) Welke grafiek hoort bij $y = -x^2 + 4x$



3g) Welke grafiek hoort bij $y = -x \cdot (x-2) \cdot (x-4)$

