Uitwerkingen 3TU instaptoets 2007

<table>
<tr><td>1.</td><td>Een van de volgende beweringen is niet juist.
Welke ?
A. $\frac{5}{(2)^{-3}} = 40$
B. $(64)^{\frac{2}{3}} = 16$
C. $\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = 5$
D. $\sqrt{\frac{1}{11}} = \frac{1}{11}\sqrt{11}$</td><td>A. $\frac{5}{(2)^{-3}} = 5\cdot 2^3 = 40$
B. $(64)^{\frac{2}{3}} = (2^6)^{\frac{2}{3}} = 2^4 = 16$
C. $\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}} = \frac{1}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5}$
D. $\sqrt{\frac{1}{11}} = \frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}\cdot\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{11} = \frac{1}{11}\sqrt{11}$

Antwoord: C</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>De uitdrukking: $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[5]{a}$ is gelijk aan
A. $\sqrt[15]{a}$
B. $\sqrt[8]{a}$
C. $\sqrt[8]{a^2}$
D. $\sqrt[15]{a^8}$</td><td>$\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}} = a^{\frac{8}{15}} = \sqrt[15]{a^8}$

Antwoord: D</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Welk van de volgende getallen is het grootst?
A. $\sqrt{2}$
B. $\sqrt[3]{4}$
C. $\sqrt[4]{8}$
D. $\sqrt[5]{16}$</td><td>.
$\sqrt{2} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)}$
$\sqrt[3]{4} = 4^{\frac{1}{3}} = \left(2^2\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\left(\frac{2}{3}\right)}$
$\sqrt[4]{8} = 8^{\frac{1}{4}} = \left(2^3\right)^{\frac{1}{4}} = 2^{\left(\frac{3}{4}\right)}$
$\sqrt[5]{16} = 16^{\frac{1}{5}} = \left(2^4\right)^{\frac{1}{5}} = 2^{\left(\frac{4}{5}\right)}$

Antwoord:D</td></tr>
</table>

4.	De uitdrukking $\frac{a}{2-a}+\frac{a}{2+a}$ is gelijk aan: A. $\frac{4a}{4-a^2}$ B. $\frac{2a^2}{a^2-4}$ C. $\frac{2a^2}{4-a^2}$ D. $\frac{4a}{a^2-4}$	$\frac{a}{2-a}+\frac{a}{2+a}=$ $\frac{a(2+a)}{(2-a)(2+a)}+\frac{a(2-a)}{(2+a)(2-a)}=$ $\frac{2a+a^2+2a-a^2}{4-a^2}=\frac{4a}{4-a^2}$ Antwoord:**A**
5.	De uitdrukking $(\sqrt{11}-\sqrt{7})^2-(\sqrt{11}+\sqrt{7})^2$ is gelijk aan A. 0 B. $36-4\sqrt{77}$ C. -14 D. $-4\sqrt{77}$	$(\sqrt{11}-\sqrt{7})^2-(\sqrt{11}+\sqrt{7})^2=$ $11-2\sqrt{11}\cdot\sqrt{7}+7-(11+2\sqrt{11}\cdot\sqrt{7}+7)=-4\sqrt{11}$ Antwoord:**D**
6.	Hoeveel verschillende nulpunten heeft de functie $f(x)=x^3-8x^2+16x$? A. 3 B. 2 C. 1 D. 0	$x^3-8x^2+16x=0\rightarrow x(x^2-8x+16)=0\rightarrow$ $x(x-4)^2=0\rightarrow x=0\vee x=4$ Antwoord:**B**
7.	De uitdrukking $\frac{\ln\left(\sqrt{e\sqrt{e}}\right)}{\ln\left(\sqrt{e}\right)}$ is gelijk aan A. $\sqrt{e}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{4}$	$\frac{\ln\left(\sqrt{e\sqrt{e}}\right)}{\ln\left(\sqrt{e}\right)}=\frac{\ln\sqrt{e\cdot e^{\frac{1}{2}}}}{\ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right)}=$ $\frac{\ln\left(e^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}}{\ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right)}=\frac{\ln\left(e^{\frac{3}{4}}\right)}{\ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right)}=$ $\frac{\frac{3}{4}\ln e}{\frac{1}{2}\ln e}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}$ Antwoord:**C**

<table>
<tr><td>8.</td><td>Als $3\ln(y)=x^3+\ln(8)$, dan is y gelijk aan
A. $y=2e^{x}$
B. $y=8e^{\frac{1}{3}x^3}$
C. $y=\frac{8}{3}e^{\frac{1}{3}x^3}$
D. $y=2e^{\frac{1}{3}x^3}$</td><td>$3\ln(y)=x^3+\ln(8)\rightarrow\ln(y^3)-\ln 8=x^3$
$\ln\left(\frac{y^3}{8}\right)=x^3\rightarrow\frac{y^3}{8}=e^{(x^3)}\rightarrow$
$y^3=8e^{(x^3)}\rightarrow y=2\sqrt[3]{e^{(x^3)}}\rightarrow$
$y=2\left(e^{(x^3)}\right)^{\frac{1}{3}}=2e^{\frac{1}{3}x^3}$

Antwoord: D</td></tr>
<tr><td>9.</td><td>Als $f(x)=x^2$ en $g(x)=1+x$
dan is $f(g(x))$
A. $1+x^2$
B. $(1+x)^2$
C. $x^2(1+x)$
D. $x^2+(1+x)$</td><td>Als $f(x)=x^2$ en $g(x)=1+x$
dan is $f(g(x))=(1+x)^2$

Antwoord:B</td></tr>
<tr><td>10.</td><td>Gevraagd wordt om de volgende twee vergelijkingen op te lossen
(1) $\ln(x^2)=4$
(2) $(\ln(x))^2=4$.

Iemand lost deze vergelijkingen als volgt op:
(1) $\ln(x^2)=4\rightarrow 2\ln(x)=4\rightarrow\ln(x)=2\rightarrow x=e^2$
(2) $(\ln(x))^2=4\rightarrow\ln(x)=2\rightarrow x=e^2$
A. Alleen oplossing (1) is volledig
B. Alleen oplossing (2) is volledig
C. Beide oplossingen zijn volledig
D. Geen van beide oplossingen is volledig</td><td>(1)
$\ln(x^2)=4\Leftrightarrow 2\ln(|x|)=4\rightarrow$
$\ln(|x|)=2\rightarrow|x|=e^2\rightarrow$
$x=e^2\vee x=-e^2$

(2)
$(\ln(x))^2=4\Leftrightarrow\ln(x)=2\vee\ln(x)=-2$
$\rightarrow x=e^2\vee x=e^{-2}$

Antwoord:D</td></tr>
<tr><td>11.</td><td>De uitdrukking $\ln(e^5-e^3)$ is gelijk aan
A. 2
B. $\frac{5}{3}$
C. $3+\ln(e^2-1)$
D. $3-\ln(e^2-1)$</td><td>$\ln(e^5-e^3)=\ln(e^3(e^2-1))=$
$\ln(e^3)+\ln(e^2-1)=3+\ln(e^2-1)$

Antwoord:C</td></tr>
</table>

12.	Gegeven is de functie $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{{}^{10}\log(x)}$ Het domein van de functie *f* bestaat uit die *x* waarvoor geldt A. $0<x$ B. $0<x<1$ C. $-1\le x\le 1$ D. $-1\le x\le 1$ en $x\ne 0$	$\sqrt{1-x^2}$ bestaat als $(1-x^2)\ge 0\to -1\le x\le 1$ ${}^{10}\log(x)$ bestaat als $x>0$ De breuk bestaat als ${}^{10}\log(x)\ne 0\to x\ne 1$ Dus de uitdrukking bestaat als $0<x<1$ Antwoord: **B**
13.	De uitdrukking $7^{{}^{49}\log(3)}$ is gelijk aan A. ${}^{7}\log(9)$ B. $\sqrt{3}$ C. ${}^{7}\log\left(\sqrt{3}\right)$ D. 9	$7^{{}^{49}\log(3)}=\left(\sqrt{49}\right)^{{}^{49}\log(3)}=$ $\left(49^{\frac{1}{2}}\right)^{{}^{49}\log(3)}=49^{\left(\frac{1}{2}\cdot{}^{49}\log(3)\right)}=$ $\left(49^{\left({}^{49}\log(3)\right)}\right)^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$ Antwoord: **B**
14.	Los de vergelijking $2x+1=\sqrt{x^2+5}$ op. De vergelijking heeft A. één oplossing x_1. Er geldt dat $x_1>1$ B. geen oplossingen C. één oplossing x_1. Er geldt dat $0<x_1<1$ D. twee oplossingen	$2x+1=\sqrt{x^2+5}\to$ $(2x+1)^2=x^2+5\wedge 2x+1\ge 0\to$ $4x^2+4x+1=x^2+5\to$ $3x^2+4x-4=0\to$ $x_1=\dfrac{-4+\sqrt{16+48}}{6}$ en $x_2=\dfrac{-4-\sqrt{16+48}}{6}\to$ $x_1=\dfrac{4}{6}$ en $x_2=\dfrac{-12}{6}$ (voldoet niet) Antwoord: **C**
15.	Als $h(x)=f(g(x))$ dan is $h'(x)$ gelijk aan A. $f'(g(x))\cdot x$ B. $f'(g(x))\cdot g'(x)$ C. $f'(g(x))+f(g'(x))$ D. $f'(g(x))\cdot g(x)+f(g'(x))\cdot g'(x)$	Dit moet volgens de kettingregel Noem g(x)=u $h'(x)=\dfrac{df}{du}\cdot\dfrac{du}{dx}=f'(u)\cdot u'(x)=f'(g(x))\cdot g'($ Antwoord:**B**

16.	Als $y=\sqrt[3]{x^3+8}$ dan kun je $\dfrac{dy}{dx}$ schrijven als A. $\dfrac{3x^2}{2\sqrt[3]{x^3+8}}$ B. $\dfrac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3+8)^2}}$ C. 1 D. $\dfrac{1}{3\sqrt[3]{(x^3+8)^2}}$	. $y=\sqrt[3]{x^3+8}=(x^3+8)^{\frac{1}{3}}$ Differentieren met de kettingregel; $\dfrac{dy}{dx}=\frac{1}{3}\left(x^3+8\right)^{-\frac{2}{3}}\cdot 3x^2=$ $\dfrac{x^2}{\left(x^3+8\right)^{\frac{2}{3}}}=\dfrac{x^2}{\sqrt[3]{\left(x^3+8\right)^2}}$ Antwoord: **B**
17.	Voor $k>0$ is $\displaystyle\int_k^{3k}\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$ te herleiden tot A. $\ln(3)$ B. $\ln(2k)$ C. ${}^{k}\log(3k)$ D. $\dfrac{8}{9k^2}$	$\displaystyle\int_k^{3k}\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x=\left[\ln x\right]_k^{3k}=$ $\ln(3k)-\ln k=\ln\left(\dfrac{3k}{k}\right)=\ln 3$ Antwoord: **A**
18.	De integraal $\displaystyle\int_1^2\left(\frac{1}{x}\right)^3\mathrm{d}x$ is gelijk aan A. $\frac{1}{4}\ln^4(2)$ B. $\ln(8)$ C. $\frac{15}{16}$ D. $\frac{3}{8}$	$\displaystyle\int_1^2\left(\frac{1}{x}\right)^3\mathrm{d}x=\int_1^2\left(x^{-3}dx\right)=$ $\left[-\frac{1}{2}x^{-2}\right]_1^2=\left[\dfrac{-1}{2x^2}\right]_1^2=$ $\left(\dfrac{-1}{8}\right)-\left(\dfrac{-1}{2}\right)=\dfrac{3}{8}$ Antwoord:**D**
19.	Gegeven is de functie $f(x)=\sin(ax)+\cos(ax)$ met $a\neq 0$. De maximale waarde van deze functie is: A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. afhankelijk van *a*	Eerste manier redeneren vanuit standaardgrafieken.De variabele *a* verandert alleen de periode, niet het maximum. Schets de grafieken van sin(*x*) en cos(*x*) en van de som. Je ziet dan dat het maximum groter is dan 1 en op een kwart van de periode ligt. Dus maximum is $\sqrt{2}$ Tweede manier met de afgeleide: $f'(x)=a\cos(ax)-a\sin(ax)$ $f'(x)=0$ als $a\cos(ax)-a\sin(ax)=0\rightarrow$ $a\cos(ax)=a\sin(ax)\rightarrow$ $ax=\frac{1}{4}\pi\rightarrow$ het max is $\sqrt{2}$

		Derde manier met een formule $f(x)=\sin(ax)+\cos(ax)=\sin(ax)+\sin(\frac{1}{2}\pi$ $2\sin\frac{1}{2}(ax+\frac{1}{2}\pi-ax)\cos\frac{1}{2}(ax-(\frac{1}{2}\pi-ax))=$ $2\sin\frac{1}{4}\pi\cos(ax-\frac{1}{4}\pi)=\sqrt{2}\cos(ax-\frac{1}{4}\pi)$ dus het maximum is $\sqrt{2}$ Antwoord: **C**
20.	De functie $f(x)=\cos^2(\frac{1}{2}x)-\sin^2(\frac{1}{2}x)$ heeft A. periode 2π B. periode π. C. periode $\frac{1}{2}\pi$ D. een horizontale lijn als grafiek	Volgens een goniometrische formule geldt: $\cos^2(\frac{1}{2}x)-\sin^2(\frac{1}{2}x)=\cos x$ Dus de periode is 2π Antwoord:**A**
21.	De afgeleide van $f(x)=(\cos(x)+\sin(x))^2$ is A. 0 B. $2\cos^2(x)-2\sin^2(x)$ C. $2\sin^2(x)-2\cos^2(x)$ D. $-2\sin(x)\cos(x)$	Eerste manier $f'(x)=$ $2(\cos(x)+\sin(x))\cdot(-\sin(x)+\cos(x))=$ $2(\cos^2(x)-\sin^2(x))=$ $2\cos^2(x)-2\sin^2(x)$ Tweede manier $f(x)=(\cos(x)+\sin(x))^2=$ $\cos^2(x)+2\sin x\cos x+\sin^2(x)=$ $1+\sin(2x)\rightarrow f'(x)=2\cos(2x)=$ $2(\cos^2 x-\sin^2 x)$ Derde manier $f(x)=(\cos(x)+\sin(x))^2=$ $\cos^2(x)+2\sin x\cos x+\sin^2(x)=$ $1+2\sin x\cos x)\rightarrow$ produktregel $f'(x)=2\cos x\cdot\cos x+2\sin x\cdot(-\cos x)=$ $2(\cos^2 x-\sin^2 x)$ Antwoord:**B**
22.	Een primitieve van de functie $f(x)=\cos(x)\sin(x)$ is gelijk aan	Eerste manier $f(x)=\cos(x)\sin(x)=\frac{1}{2}\sin(2x)$ Dus een primitieve is:

A. $\frac{1}{2}\cos^2(x)$

B. $\frac{1}{2}\sin^2(x)$

C. $-\sin^2(x)+\cos^2 x$

	D. $-\frac{1}{4}\cos^2(x)\sin^2(x)$	$-\frac{1}{4}\cos(2x)+c=$ $-\frac{1}{4}(1-2\sin^2(x))+c=$ $\frac{1}{2}\sin^2(x)+k$ Neem k=0 Tweede manier Differentieer de alternatieven $f(x)=\frac{1}{2}\sin^2(x)\rightarrow$ $f'(x)=\frac{1}{2}\cdot 2\sin(x)\cdot\cos x=\sin x\cos x$
		Antwoord: **B**