Opgave 5

Naam:
Naam docent:

Licht al uw antwoorden toe met behulp van argumenten en/of een berekening, tenzij het een kort-antwoord vraag (KA) betreft. Wanneer u een stelsel gaat vegen, geef dan duidelijk aan (voordat u gaat vegen)
waarom u juist *dat* stelsel gaat vegen.

1. Kies bij deze volgende twee (KA) vragen uit de volgende opties

   A Waar

   B Niet waar

   C Onvoldoende informatie beschikbaar

   Van een matrix A is alleen de gereduceerde echelonvorm gegeven. Verder is de vector $\mathbf{u}$ gegeven.

   $$A = [\mathbf{a}_1\ \mathbf{a}_2\ \mathbf{a}_3\ \mathbf{a}_4\ \mathbf{a}_5] \sim R = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

   (a) Col $A = \mathbb{R}^3$, antwoord: $\boxed{}$

   (b) Een basis voor Nul A is $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}\}$, antwoord: $\boxed{}$

2. Er bestaat een lineaire transformatie $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ waarvoor geldt dat

   $$T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, T\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

   Bepaal $T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}\right)$. Antwoord: $T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \boxed{}$

Z.O.Z.

3. Gegeven zijn de vectoren

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}, \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \end{bmatrix}.$$

Verder is gegeven dat $H = \text{Span}\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$

(a) Bepaal een basis voor H en noem die basis vervolgens B. (Denk aan de toelichting)

(b) Bepaal de dimensie van H (KA). Antwoord: $\boxed{}$

(c) Bepaal $[\mathbf{x}]_B$. (Denk aan de toelichting)

Uitwerking: