Lineaire Schakelingen

ET1300

Instructie 2.1

Slides by Marijn van dongen, et al.

Vorige keer

Tweede-orde circuits →

Tweede-orde differentiaalvergelijkingen oplossen

Erg lastig en bewerkelijk bij schakelingen met een orde hoger dan 2

Hoofdstuk 9 (vandaag)

Meeste schakelingen werken met sinusvormige signalen

Eenvoudiger/doeltreffender analysetechnieken kunnen worden gebruikt, b.v.:

- AC-circuit analyse
- Fasor-beschrijvingen (Frequentie domein)
- Impedantie en Admittantie

Sinusvorming en Lineair

$$A\cos(\omega_1 t+\varphi) \longrightarrow \boxed{\textbf{Lineair Systeem}} \longrightarrow B\cos(\omega_1 t+\theta)$$

Sinusvormig signaal door een lineair systeem geeft een sinus met *dezelfde frequentie*.

Amplitude en fase veranderen...

Sinusvorming en Lineair

$A\cos(\omega_1 t+\varphi) + M\cos(\omega_2 t+v)$

$B\cos(\omega_1 t+\theta) + N\cos(\omega_2 t+\xi)$

Sinusvormig signaal door een lineair systeem geeft een sinus met *dezelfde frequentie*.

Amplitude en fase veranderen...

Tijddomein?

$$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan(\alpha)$$

$$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\ \cos\beta - \cos\alpha\ \sin\beta$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\ \cos\beta + \cos\alpha\ \sin\beta$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\ \cos\beta + \sin\alpha\ \sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\ \cos\beta - \sin\alpha\ \sin\beta$$

$$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\csc\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

$$\sin(3\alpha) = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

$$\cos(3\alpha) = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

$$\tan(3\alpha) = \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha}$$

$$\sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{2}\cos\left(\alpha - \tfrac{1}{4}\pi\right)$$

$$\sin\alpha - \cos\alpha = -\sqrt{2}\cos\left(\alpha + \tfrac{1}{4}\pi\right)$$

$$\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\cos(2\alpha) = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$$

$$\sin\alpha = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Frequentiedomein!

- Frequentie verandert niet in een linear systeem
- Beschouw daarom alleen amplitude en fase tijdens de berekeningen

$$A\cos(\omega_1 t+\varphi) \;\rightarrow\; A\angle\varphi$$

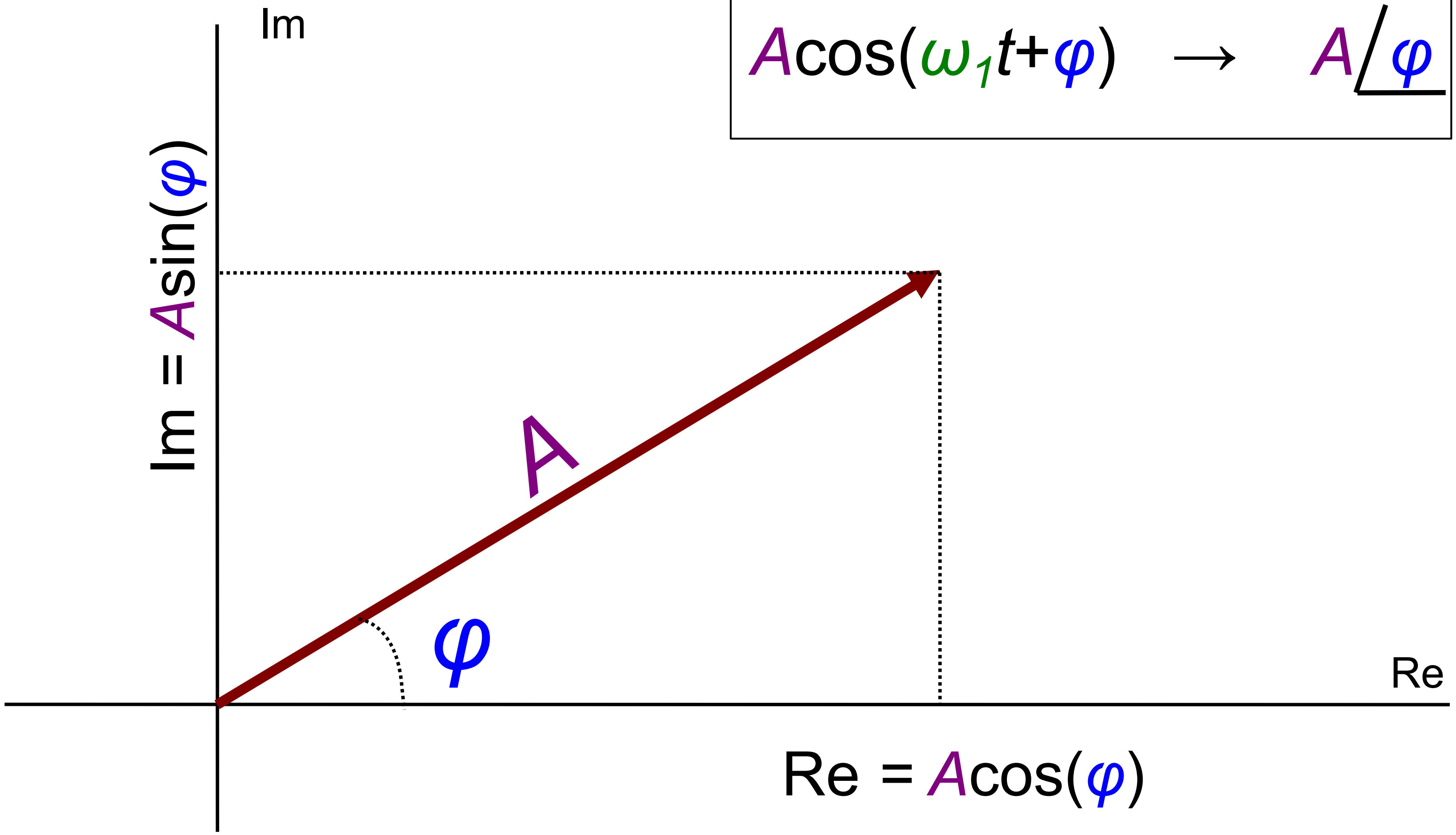
$$A\cos(\omega_1 t+\varphi) = \mathrm{Re}[A\exp(j(\omega_1 t+\varphi))]$$

Frequentiedomein: haal $\omega_1 t$ eruit

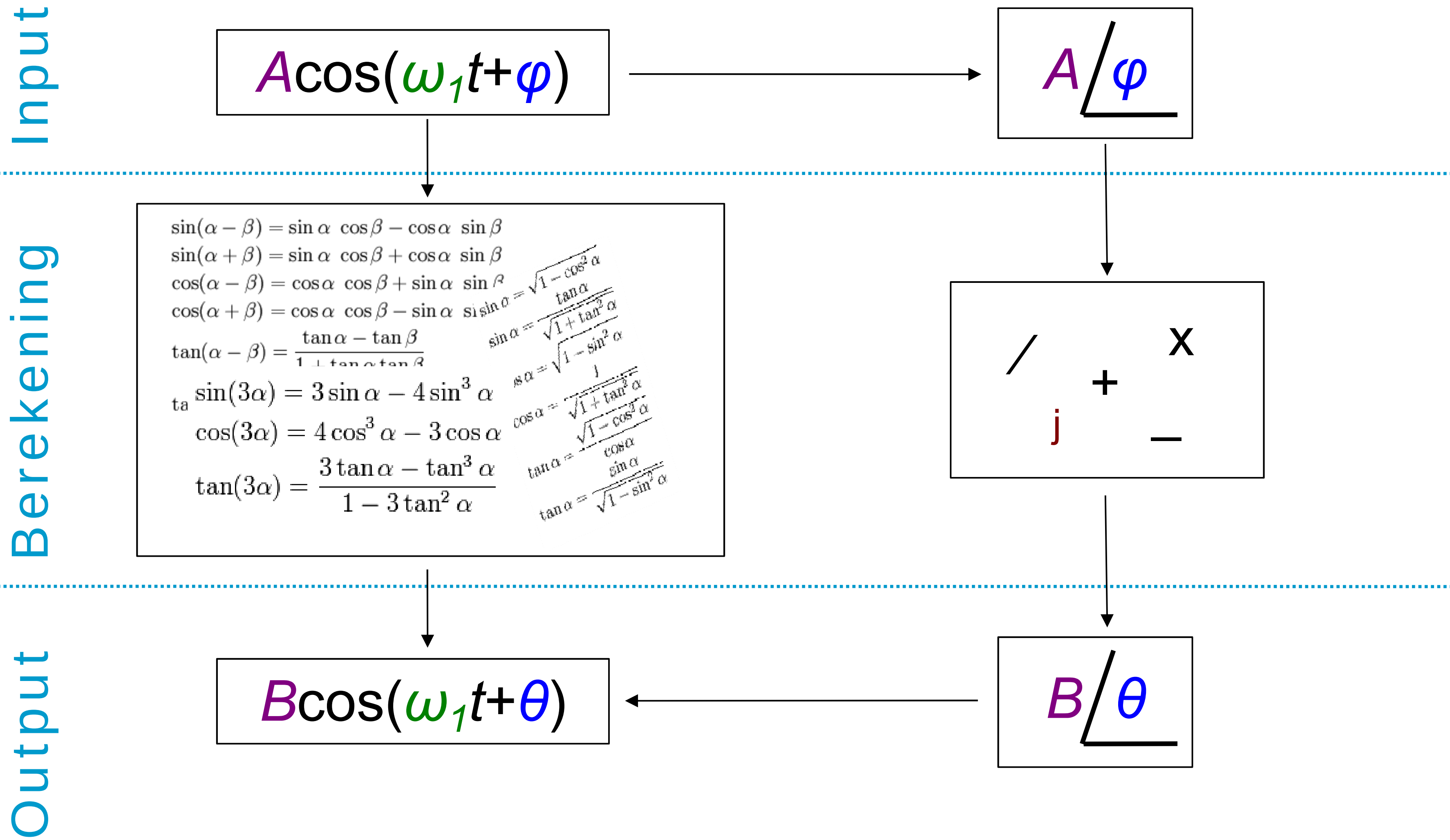
$$= Re[A\exp(j\varphi)]$$

Frequentiedomein!

$$A\cos(\omega_1 t+\varphi) \;\rightarrow\; A\angle\varphi$$

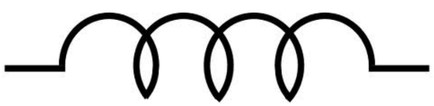
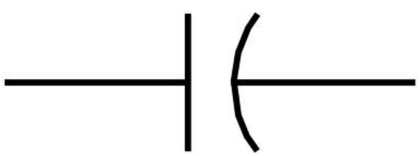


Overzichtje



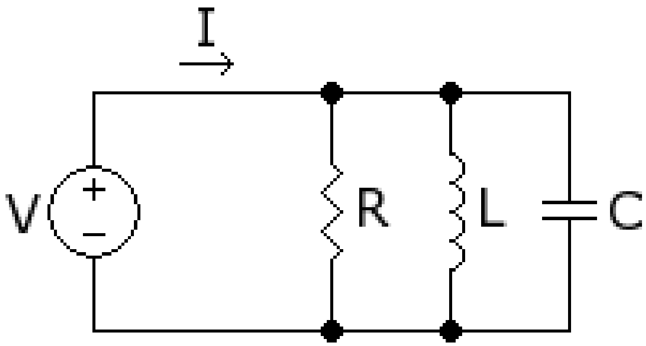
Impedantie

Spanningen en stromen in het frequentiedomein,

	Tijddomein	**Frequentiedomein**
	$V = IR$	$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$
	$V = L\,dI/dt$	$\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$
	$I = C\,dV/dt$	$\mathbf{I} = j\omega C\mathbf{V}$

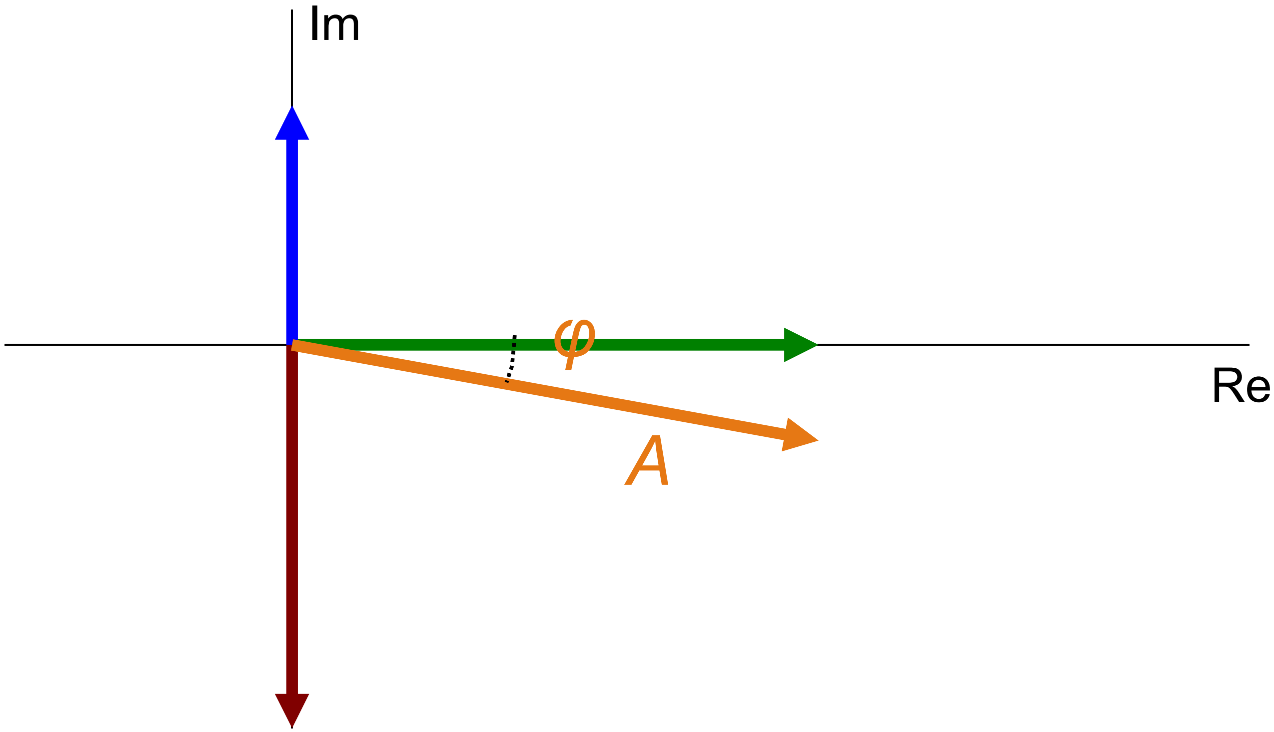
$$d/dt[A\exp(j(\omega_1 t+\varphi))] = j\omega_1\exp(j(\omega_1 t+\varphi))$$

Voorbeeld

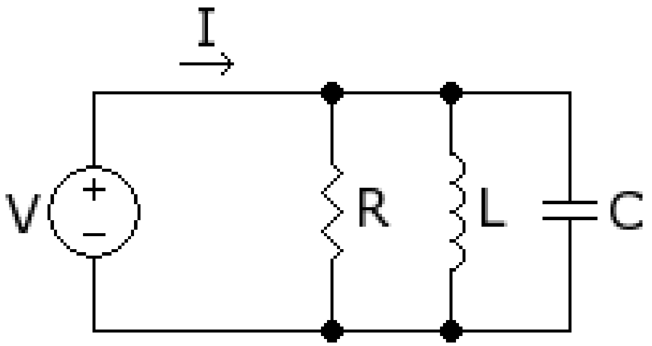


$$\mathrm{I} = \mathrm{I}_R + \mathrm{I}_L + \mathrm{I}_C$$

$$= \mathbf{V}/R + \mathbf{V}/(j\omega L) + \mathbf{V}j\omega C$$

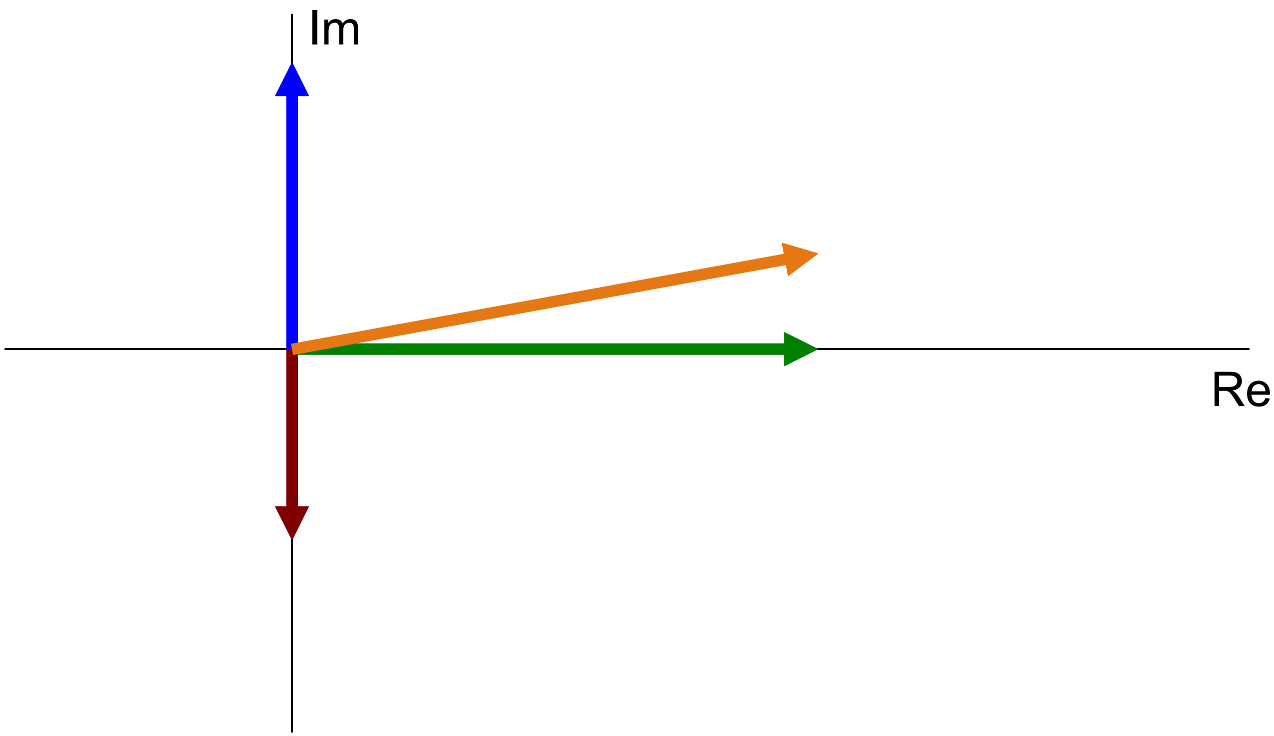


Hogere frequentie



$$I = I_R + I_L + I_C$$

$$= \mathbf{V}/R + \mathbf{V}/(j\omega L) + \mathbf{V}j\omega C$$



Onthouden:

$$Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$$

Impedantie
Impedance

Resistantie
Resistance

Reactantie
Reactance

Admittantie
Admittance

Geleiding
Conductance

Susceptantie
Susceptance

$$Y(\omega) = G(\omega) + jB(\omega)$$

- Bij een weerstand zijn spanning en stroom in fase
- Bij een inductiviteit ijlt de spanning 90 graden voor op de stroom
- Bij een capaciteit ijlt de stroom 90 graden voor op de spanning

Onthouden:

$$Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$$

Impedantie Impedance

Resistantie Resistance

Reactantie Reactance

Admittantie Admittance

Geleiding Conductance

Susceptantie Susceptance

$$Y(\omega) = G(\omega) + jB(\omega)$$

- Bij een weerstand zijn spanning en stroom in fase
- Bij een inductiviteit ijlt de spanning 90 graden voor op de stroom
- Bij een capaciteit ijlt de stroom 90 graden voor op de spanning

Onthouden:

In het frequentiedomein gelden dezelfde wetten als in het tijddomein:

- KCL/KVL
- Wet van Ohm
- Superpositie
- Thevenin/Norton

Workflow

Transformeer naar Fasor-domein (frequentiedomein)

1

Bronnen:	$A\cos(\omega_1 t+\varphi)$	$\rightarrow$	$A\angle\varphi$
Weerstanden:	R	$\rightarrow$	R
Inductiviteiten:	L	$\rightarrow$	$j\omega L$
Capaciteiten:	C	$\rightarrow$	$1/(j\omega C)$

Bereken de onbekende grootheid in het fasordomein

2

KCL/KVL
Wet van Ohm
Superpositie
Thevenin/Norton

$\longrightarrow X = B\angle\theta$

Transformeer terug naar het tijddomein

3

$$B\angle\theta \rightarrow B\cos(\omega_1 t+\theta)$$

Nog even dit….

Cartesian	Polar
$a + jb$	$\sqrt{a^2 + b^2}\angle \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$
$A\cos\phi + jA\sin\phi$	$A\angle\phi$

Vermenigvuldigen

$$(a + jb)(c + jd) = ac - bd + j(ad + bc)$$

$$A\angle\phi . B\angle\theta = A.B\angle(\phi + \theta)$$

Delen

$$\frac{(a + jb)}{(c + jd)} \cdot \frac{(c - jd)}{(c - jd)} = \frac{ac + bd + j(bc - ad)}{c^2 + d^2}$$

$$\frac{A\angle\phi}{B\angle\theta} = \frac{A}{B} . \angle(\phi - \theta)$$

Optellen / aftrekken eenvoudiger in Cartesiaans domein

Vermenigvuldigen / delen eenvoudiger in polair domein