TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica

TI1300: Redeneren en Logica, Herkansing 3

Deadline: 22 oktober 2010, 10:45 uur

Introductie

In deze practicumopgave komt de stof uit colleges 12 t/m 15 aan de orde, kijk op Blackboard voor een overzicht van de bij deze colleges behorende stof in het dictaat.

Wanneer je het practicum IN1305-A doet, hoef je opgave 4 over resolutie niet te maken.

Practicum maken

Je maakt het practicum **in tweetallen**. Denk individueel na over wat het antwoord moet zijn, maar ook over hoe je het zou moeten opschrijven, en bespreek vervolgens je antwoorden met elkaar. Dit zijn belangrijke vaardigheden bij het leveren van overtuigende redeneringen, die je individueel moet beheersen. Op het tentamen, zowel van TI1300 als van andere gerelateerde vakken, zul je het zelf moeten doen.

Als je geen practicumpartner kunt vinden, stuur dan een mailtje naar Harmjan Treep (harmjan.treep@gmail.com), één van de student-assistenten van TI1300, **met in het subject "practicum TI1300" of "practicum IN1305,"** afhankelijk van welk practicum je maakt. Hij zal tweetallen samenstellen en jullie emailsgewijs met elkaar in contact brengen. Vervolgens werk je samen aan de volgende practica.

Inleveren

De uitwerking van deze opgave moet **op papier** worden ingeleverd in het postvakje "TI1300" of "IN1305," op de 7e verdieping, bij het verlaten van de lift direct links in het keukentje, rechts onderin de kast met postvakjes. Let op dat je het juiste postvakje gebruikt. Zorg dat je ingeleverde document aan de volgende eisen voldoet:

- meerdere vellen zijn aan elkaar **vastgeniet**, dus geen snelhechters, insteekhoezen, vouwtjes, scheurtjes, paperclips, en andere fratsen.
- in elk geval **op de eerste bladzijde** staan jullie namen en studienummers en het practicumnummer, alsmede de **vakcode** waarvoor je het practicum maakt,
- daaronder staan namen en studienummers van degenen met wie je overlegd hebt (indien van toepassing),
- bij iedere opgave staat het opgavenummer,
- ieder antwoord is goed leesbaar, in correct Nederlands of Engels geformuleerd en **bevat een duidelijke uitleg** in je eigen woorden van hoe je aan dat antwoord komt,
- bij ieder antwoord is voldoende lege ruimte voor de assistenten om hun opmerkingen te plaatsen.

Bij voorkeur zijn de uitwerkingen op de computer gemaakt. Dit voorkomt enerzijds onduidelijkheden door slordige correcties en anderzijds onleesbare handschriften. LaTeX is een (gratis) opmaaksysteem gespecialiseerd in teksten met veel mathematische symbolen. Op Blackboard staat instructie over het gebruik van LaTeX.

Beoordeling

Het practicum is een **verplicht** studieonderdeel dat afgerond moeten worden met een voldoende, of bij een onvoldoende het volgende jaar opnieuw gedaan moet worden. Je haalt een voldoende voor een reguliere practicumopgave als je **60% van de punten** behaalt. Voor een herkansing moet je **70% van de punten** behalen. Er zijn drie practicumopgaven die alledrie voldoende moeten zijn.

Feedback en vragenuur

Bij de beoordeling letten we op de correctheid, de duidelijkheid en volledigheid van de antwoorden. De assistenten zullen feedback op je antwoorden op je antwoordvel zetten, en ook hun initialen, zodat je weet tot wie je je met vragen kunt wenden. Bestudeer deze feedback goed, zodat je bij een volgende opgave—bijvoorbeeld op het tentamen—niet dezelfde fouten maakt. Als je tijdens het maken van een opgave vragen hebt, ergens niet uitkomt of achteraf vragen hebt over de feedback, ga dan in het **vragenuur** (dinsdagmiddag na het college, van 12:30-13:30 in zaal E) naar de assistenten toe. Gebruik het vragenuur niet alleen om je fouten achteraf in te zien maar ook om ze te voorkomen! We raden je aan om ook opgaven die je wel voldoende, maar niet helemaal correct hebt beantwoord, opnieuw te maken en door een medestudent te laten nakijken met behulp van de voorbeelduitwerking. Deze zal kort na de deadline op Blackboard geplaatst worden, wat overigens de reden is dat we de inleverdeadline erg strikt hanteren.

Onvoldoende

Wanneer je minder dan 60% van de punten hebt gehaald (of als je de eerste deadline niet gehaald hebt), krijg je per practicumopgave **eenmaal** de gelegenheid om toch een voldoende te halen. Maar je moet nu wel **70% van de punten** voor de hele practicumopgave halen. Als je een herkansing ook niet haalt heb je een onvoldoende voor het hele practicum. Je dient dan **het hele practicum** volgend jaar over te doen. Ook voor de herkansing is weer een deadline, die op de opgave en op Blackboard te vinden is.

Te laat

Als je je antwoorden **te laat** inlevert, wordt je opgave niet meer nagekeken. Je enige kans is dan nog om **alle vragen van de herkansing te maken** en daarmee **70%** te scoren. Daarna is er geen herkansing meer, dus als je de herkansing niet haalt of te laat inlevert, heb je een onvoldoende voor het hele practicum en moet je het hele practicum het volgende jaar overdoen.

Fraude

Je mag bij dit practicum met andere studenten (dan je partner) overleggen over de opgave, maar je moet samen met je partner je antwoord opschrijven, dus in jullie eigen woorden. Bovendien moet je op je uitwerking vermelden met wie je overlegd hebt. Als je je hier niet aan houdt, dan zal de examencommissie hiervan op de hoogte gesteld worden. Dat kan in het ergste geval leiden tot een jaar uitsluiting van de studie.

1. **Syntax van de predicatenlogica**

   (a) (8 punten) Maak ontledingsbomen voor de 4 formules bij opgave 2.a. Geef voor elk van de formules bovendien aan, wanneer je hem in de boommethode tegen zou komen, welke regel van de boommethode je erop zou mogen toepassen, en pas die regel ook daadwerkelijk toe. (Je mag er hierbij, mocht dat nodig zijn, van uit gaan dat er nog geen namen gebruikt zijn in de tak van de boom waarin je werkt.)

2. **Semantiek van de predicatenlogica**

   (a) (6 punten) Zij G een eerste-ordetaal die de 1-plaatsige predicaatsymbolen P, Q en R, en het 2-plaatsige predicaatsymbool H bevat. Geef een structuur (formeel genoteerd) waarin *tegelijkertijd*, *alle* hieronder genoemde formules in de taal G waar zijn. Het domein van je structuur moet **zo min mogelijk objecten** bevatten. Leg bij elke formule uit waarom hij waar is in je structuur.

   1. $\exists x(\exists y(Q(y) \wedge H(y,x)) \wedge P(x))$
   2. $\neg\forall x(P(x) \rightarrow \neg R(x))$
   3. $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$
   4. $\exists y(\forall x H(x,y) \wedge \neg(R(y) \vee Q(y)))$

   Tip: Wanneer je niet direct doorziet welke eisen een formule aan de structuur stelt, probeer dan de formule te herschrijven tot een vorm die je dat inzicht wel biedt.

   (b) Zij gegeven een eerste-ordetaal K die de 1-plaatsige predicaatsymbolen G, en H bevat, het 2-plaatsige predicaatsymbool I en het 3-plaatsige predicaatsymbool J. Zij verder gegeven de structuur $\mathcal{F} = \langle D; R_0, R_1, R_2, R_3 \rangle$ voor deze taal, waar

$$\begin{aligned} D &= \{d_0, d_1, d_2, d_3, d_4, d_5\} \\ R_0 &= \{d_0, d_2\} \\ R_1 &= \{d_0, d_3\} \\ R_2 &= \{(d_0, d_2), (d_2, d_1), (d_2, d_2)\} \\ R_3 &= \{(d_3, d_0, d_2)\} \end{aligned}$$

   Er geldt $G^{\mathcal{F}} = R_0$, $H^{\mathcal{F}} = R_1$, $I^{\mathcal{F}} = R_2$ en $J^{\mathcal{F}} = R_3$. Bepaal of de volgende formules in de taal K waar zijn in structuur $\mathcal{F}$. Leg je antwoord duidelijk uit.

   i. (3 punten) $\exists x(G(x) \wedge \forall y(G(y) \rightarrow (y = x)))$.
   ii. (3 punten) $\exists x(G(x) \wedge H(x) \wedge \forall y(G(y) \rightarrow I(x,y)))$.
   iii. (3 punten) $\neg\forall x(\neg H(x) \vee \forall y \neg G(y) \vee \exists z \neg((G(z) \wedge \neg H(z)) \rightarrow J(x,y,z)))$.
   iv. (3 punten) $\forall y(H(y) \rightarrow \exists x(G(y) \wedge I(y,x)))$.

3. **Boommethode**

   Zij B een eerste-ordetaal met 1-plaatsige predicaatsymbolen K, Q, V, en 2-plaatsige predicaatsymbolen M, J en R. Beantwoord met behulp van de boommethode de vraag of onderstaande beweringen waar of onwaar zijn. **Leg uit** hoe je antwoord volgt uit je boom. Als je denkt dat de bewering onwaar is, geef dan een *tegenvoorbeeld* (een formele structuur met zo nodig een bedeling) dat dit aantoont, **laat zien** hoe je dat uit de boom afleidt, en **leg uit** hoe het tegenvoorbeeld de onwaarheid van de bewering laat zien.

   (a) (6 punten)
   Bewering. $\forall x(K(x) \rightarrow \exists y(M(y,x) \wedge J(x,y))) \models \forall x \forall y((K(x) \wedge M(y,x)) \rightarrow J(x,y))$.

   (b) (6 punten)
   Bewering. $\models (\forall x Q(x) \rightarrow \exists y V(y)) \leftrightarrow \exists x(\neg Q(x) \vee V(x))$.

   (c) (6 punten)
   Bewering. $\forall x \forall y((K(x) \wedge M(y,x)) \rightarrow J(x,y)) \models \forall x(K(x) \rightarrow \exists y(M(y,x) \wedge J(x,y)))$.

   (d) (6 punten)
   Bewering. $\forall x \forall y(\exists z(M(x,z) \wedge J(z,y)) \rightarrow R(x,y)) \models \forall x \forall y \forall z((M(x,z) \wedge J(z,y)) \rightarrow R(x,y))$.

4. **Resolutie**

   Zij Z een eerste-ordetaal met daarin de 1-plaatsige predicaatsymbolen P en Q, de 2-plaatsige predicaatsymbolen M, J en R, en de namen a en b.

   (a) Herschrijf de volgende formules in de taal Z naar Skolemnormaalvorm. Geef alle herschrijfstappen volgens de aanwijzingen in het dictaat, en maak duidelijk wanneer je formules in prenex- danwel Skolemnormaalvorm staan.

      i. (2 punten) $\exists x R(x, a) \to \exists y(P(y) \land Q(b))$.

      ii. (2 punten) $\forall x \forall y(\exists z(M(x, z) \land J(z, y)) \to R(x, y))$.

   (b) (6 punten) Bewijs met resolutie de volgende stelling:
   Stelling. $\exists x(P(x) \to Q(x)) \vdash \forall x P(x) \to \exists x Q(x)$.