# Schriftelijke zitting Systeem- en regeltechniek 2 (WB2207)

# 18 januari 2010 van 14:00 tot 17:00 uur

---

**Onderstaande aanwijzingen nauwkeurig lezen.**

- Vul op het voorblad uw naam, voorletters, studienummer en opleiding in.
- Dit tentamen bestaat uit 5 vraagstukken. Lees iedere vraag goed alvorens te antwoorden.
- Bij elke vraag staat het maximaal te behalen aantal punten aangegeven (totaal = 180). De puntentelling wordt lineair afgebeeld op de cijferschaal 1 t/m 10.
- Het is **niet** toegestaan om boeken en oude tentamens te gebruiken. Het gebruik van uw eigen *handgeschreven* notes, college en instructie sheets is wel toegestaan.
- Het antwoord van elk vraagstuk dient in het bijbehorende kader te worden ingevuld. Bij de beoordeling van het werk telt de uitkomst van een opgave slechts mee wanneer deze is voorzien van een motivering die tot de uitkomst heeft geleid.
- Praat nooit met uw buurman om welke reden dan ook: het tentamen wordt in dit geval meteen ingenomen.
- Tip: begin met vragen waar u snel de oplossing van kunt vinden.
- Veel succes!

---

**Achternaam:**

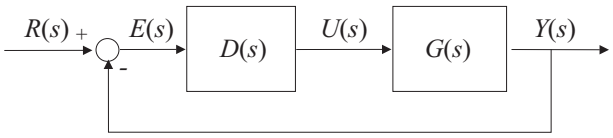
**Voorletters:**

**Studienummer:**

**Opleiding:**

Delft University of Technology, Delft Center for Systems and Control, Mekelweg 2, Delft

1. **a)** Een systeem $G(s)$ wordt geregeld met een regelaar $D(s)$ in de gesloten-lus configuratie zoals aangegeven in figuur 1.




Figuur 1: Blok-schema van de gesloten lus.

Geef de overdrachtsfunctie $G_{c1}(s) = \dfrac{Y(s)}{R(s)}$, eerst in het algemeen als functie van $G(s)$ en $D(s)$ en dan specifiek voor

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s}, \quad D(s) = 4 + 3s$$

Voor het laatste geval bereken de polen, nulpunten en de stationaire versterking (DC-gain) van het gesloten-lus systeem $G_{c1}(s)$. **(12 p)**

$G_{c1}(s) = \dfrac{Y(s)}{R(s)} \;=$ (algemeen)

$G_{c1}(s) = \dfrac{Y(s)}{R(s)} \;=$ (specifiek)

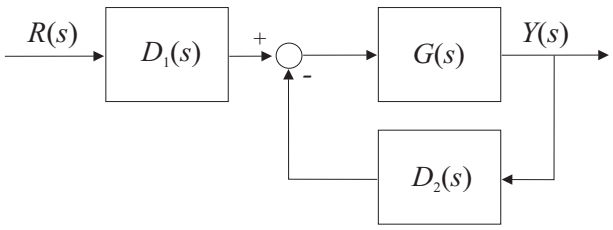
polen :

nulpunten :

DC-gain :

Berekening / motivering:

**b)** Het systeem $G(s)$ wordt nu geregeld met de regelaars $D_1(s)$ en $D_2(s)$, in de configuratie aangegeven in figuur 2.




Figuur 2: Blok-schema van de gesloten lus.

Geef de overdrachtsfunctie $G_{c2}(s) = \dfrac{Y(s)}{R(s)}$, eerst in het algemeen als functie van $G(s)$, $D_1(s)$ en $D_2(s)$ en dan specifiek voor

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s}, \quad D_1(s) = 3\,, \quad D_2(s) = 4 + 3s$$

Voor het laatste geval bereken de polen, nulpunten en de stationaire versterking (DC-gain) van het gesloten-lus systeem $G_{c2}(s)$. **(10 p)**

$G_{c2}(s) = \dfrac{Y(s)}{R(s)} \;=$ (algemeen)

$G_{c2}(s) = \dfrac{Y(s)}{R(s)} \;=$ (specifiek)

polen :

nulpunten :

DC-gain :

Berekening / motivering:

**c)** Voor de overdrachtsfuncties gegeven in a) en b) schets in één grafiek de stapresponsies van $G_{c1}(s)$ en $G_{c2}(s)$. Geef in de grafiek de numerieke waarden van de *steady-state* output van beide overdrachtsfuncties, de *settling time* van $G_{c2}$ en leg uit hoe de twee stapresponsies van elkaar verschillen in de termen van de *overshoot* en waarom. Label de assen. (**14 p**)

Stapresponsies (schets):

Overshoot (discussie):

**d)** Neem de gesloten-lus configuratie volgens figuur 2 met

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s}, \quad D_1(s) = K_{\text{ff}}, \quad D_2(s) = K_p + K_d s$$

Bereken de parameters $K_{\text{ff}}$, $K_p$ en $K_d$ zodanig dat de gesloten-lus polen gelijk zijn aan $-4$ en $-10$ en de stationaire versterking (DC-gain) van het gesloten-lus systeem gelijk is aan 0.1. (**12 p**)

$K_p =$

$K_d =$

$K_{\text{ff}} =$

Berekening / motivering:

---

2. Neem de regelkring in figuur 1 met

$$G(s) = \frac{1}{10s+1} \quad \text{en} \quad D(s) = K, \quad \text{met } K \in \mathbb{R}^+$$

**a)** Geef de magnitude van de gesloten-lus overdrachtsfunctie $G_c(j\omega)$ als functie van $K$ en $\omega$. Bereken vervolgens de magnitude van $G_c(j\omega)$ voor $\omega = 0$. **(10 p)**

$|G_c(j\omega)| =$

$|G_c(0)| =$

Berekening / motivering:

**b)** Bereken $K$ zodanig dat de bandbreedte $\omega_{\mathrm{BW}}$ van het gesloten-lus systeem gelijk is aan 1.1 rad/s. (Hint: gebruik de definitie van bandbreedte.) **(10 p)**

$K =$

Berekening / motivering:

**c)** Neem $K = 2$. Schrijf eerst de *loop-transfer* overdrachtsfunctie $L(j\omega)$ en bereken vervolgens the *crossover* frequentie $\omega_c$, de fase marge en de gain marge. **(18 p)**

$L(j\omega) =$

$\omega_c =$

fase marge $=$

gain marge $=$

Berekening / motivering:

3. Gegeven is een systeem met de volgende overdrachtsfunctie:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^2 + 1}{s(s^2 + 3)}$$

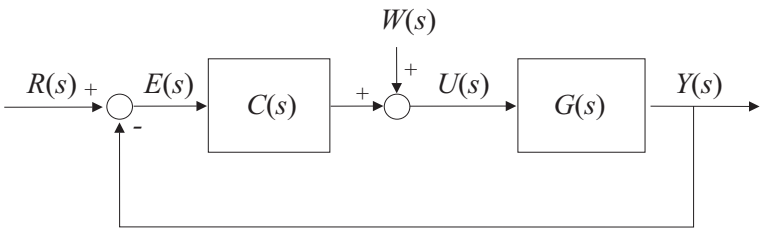
**a)** Geef de bijbehorende differentiaalvergelijking. **(4 p)**

| Differentiaal vergelijking: |
|---|
| |

**b)** Schrijf dit systeem in de *control canonical form*. **(10 p)**

| Geef de matrices $A_c$ , $B_c$ , $C_c$ , $D_c$ : |
|---|
| |

**c)** Het systeem $G(s)$ wordt geregeld met een PI regelaar $C(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$, zoals weergegeven in figuur 3. In dit schema is $W(s)$ een constante verstoring met een onbekende amplitude.




Figuur 3: Gesloten-lus regelschema.

Veronderstel dat $r(t) = 0$ en $w(t) \neq 0, \forall t$ en dat de regellus stabiel is. Geef de overdrachtsfunctie $G_w(s)$ van de verstoring $W(s)$ naar de regelfout $E(s)$ en bereken de *steady-state* waarde $e_{ss}$ voor $w(t) = 10$. (De *steady-state* waarde is gedefinieerd als $e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t)$.) **(14 p)**

$G_w(s) = \dfrac{E(s)}{W(s)} =$

$e_{ss} =$

Berekening / motivering:

---

4. Gegeven zijn de volgende overdrachtsfuncties van een systeem $G(s)$ en een regelaar $D(s)$:

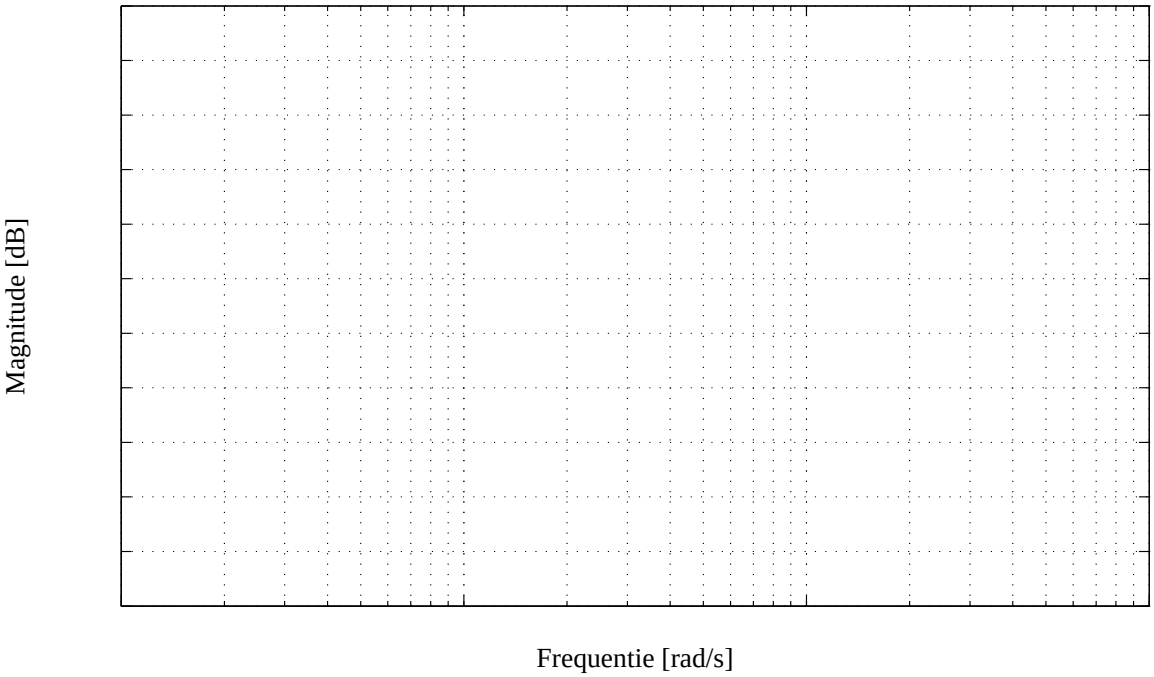
$$G(s) = \frac{100}{(s+1)(s+10)}, \qquad D(s) = 25(s+4)$$

**a)** Teken in één grafiek de asymptotenbenadering van de Bode diagrammen van het systeem $G(s)$, de regelaar $D(s)$ en de *loop transfer* $G(s)D(s)$. Schrijf de overdrachtsfuncties eerst om in een geschikte vorm en geef de frequenties van de kantelpunten (*breakpoints*). Teken alleen de magnitude plot. Label de assen. **(16 p)**

$G(j\omega) =$ $\qquad$ $D(j\omega) =$

Frequenties van de kantelpunten:

$G(j\omega):$ $\qquad$ $D(j\omega):$




**b)** Wat is het *systeem type* van de *loop transfer* $G(s)D(s)$? Motiveer uw antwoord eerst met behulp van de eindwaardestelling (*final value theorem*) en dan aan de hand van het Bode diagram. (**8 p**)

Berekening / motivering:

Mbv de eindwaardestelling:

Mbv het Bode diagram:

5. Een systeem is beschreven door een model in de toestandsvorm:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} x(t) \end{aligned}$$

**a)** Toon aan dat de overdrachtsfunctie van dit systeem gelijk is aan:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3(s+6)}{(s+3)(s+2)}$$

**(20 p)**

Berekening / motivering:

**b)** Dit systeem wordt geregeld door middel van een twee-graden-van-vrijheid toestandsregelaar (*two-degree-of-freedom state-feedback controller*) $u(t) = -Kx(t) + K_{ff}r(t)$, met $r(t)$ de referentie voor de uitgang. Bereken de feedback versterkingsvector $K = [k_1 \;\; k_2]$ en de *feedforward* versterking $K_{ff}$ zodanig dat de stationaire versterking (*DC gain*) van $G_{cl}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ gelijk is aan 9 en dat de gesloten-lus karakteristieke polynoom gelijk is aan:

$$d(s) = s^2 + 15s + 50$$

**(22 p)**

$K$ =

$K_{ff}$ =

Berekening / motivering:

Einde tentamen