Schriftelijke zitting Systeem- en regeltechniek 2 (WB2207)

27 oktober 2009 van 14:00 tot 17:00 uur

Onderstaande aanwijzingen nauwkeurig lezen.

- Vul op het voorblad uw naam, voorletters, studienummer en opleiding in.
- Dit tentamen bestaat uit 5 vraagstukken. Lees iedere vraag goed alvorens te antwoorden.
- Bij elke vraag staat het maximaal te behalen aantal punten aangegeven (totaal = 180). De puntentelling wordt lineair afgebeeld op de cijferschaal 1 t/m 10.
- Het is **niet** toegestaan om boeken en oude tentamens te gebruiken. Het gebruik van uw eigen *handgeschreven* notes, college en instructie sheets is wel toegestaan.
- Het antwoord van elk vraagstuk dient in het bijbehorende kader te worden ingevuld. Bij de beoordeling van het werk telt de uitkomst van een opgave slechts mee wanneer deze is voorzien van een motivering die tot de uitkomst heeft geleid.
- Praat nooit met uw buurman om welke reden dan ook: het tentamen wordt in dit geval meteen ingenomen.
- Tip: begin met vragen waar u snel de oplossing van kunt vinden.
- Veel succes!

Achternaam:

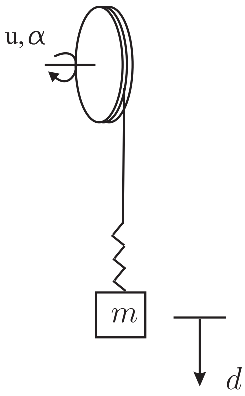
Voorletters:

Studienummer:

Opleiding:

Delft University of Technology, Delft Center for Systems and Control, Mekelweg 2, Delft

1. Een katrol syteem is schematisch weergegeven in figuur 1.



Figuur 1: Katrol systeem.

De katrol schijf heeft een straal r en een traagheidsmoment I, de massa hangt aan een rekbaar touw met een veerconstante k. Het katrol wordt bestuurd met u (moment op de katrol), de positie van de massa d en de hoekverdraaiing van de katrol schijf α worden gemeten. De bewegingsvergelijking van dit systeem is:

$$I\ddot{\alpha}(t) = rkd(t) - r^2k\alpha(t) + u(t) \quad (1)$$

$$m\ddot{d}(t) = rk\alpha(t) - kd(t) \quad (2)$$

a) Geef de overdrachtsfunctie $G(s) = \dfrac{D(s)}{U(s)}$. **(16 p)**

$$G(s) = \frac{D(s)}{U(s)} =$$

Berekening / motivering:

b) Neem de volgende overdrachtsfunctie $G(s)$:

$$G(s) = \frac{D(s)}{U(s)} = \frac{6}{0.36s^4 + 9s^2}$$

Geef de impulsrespons (in het tijdsdomein) van de *versnelling* $\ddot{d}(t)$ van de massa.

(14 p)

$\ddot{d}(t) \quad =$

Berekening / motivering:

c) Definieer de toestandsvector als $x = (d,\ \alpha,\ \dot{d},\ \dot{\alpha})^T$ en de output vector als $y = (d,\ \alpha)^T$. Schrijf het systeem (1)–(2) in toestandsvorm. **(14 p)**

Geef de matrices A, B, C, D:

2. Gegeven is een systeem $G(s)$, dat met een PD-regelaar $D(s)$ wordt geregeld:

$$G(s) = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \qquad D(s) = K\,(1 + T_d s)$$

a) Neem $T_d = 0.1$, $\tau_1 = 1$ en $\tau_2 = 0.2$. De versterking K moet nog worden bepaald. Geef de gesloten-lus karakteristieke vergelijking in de *root-locus* vorm. **(4 p)**

Karakteristieke vergelijking:

b) Schets de *root locus* voor $K \geq 0$. Geef de richting van stijgende K aan en bespreek hoe de stabiliteit van het gesloten-lus systeem wordt beïnvloed door K. Geef aan waar de polen van het gesloten-lus systeem zich moeten bevinden, als de volgende eis is opgelegd:

- ◇ een *rise time* onder 0.2 s **(22 p)**

Root locus :

Stabiliteit :

c) Schets de *Nyquist plot* voor $G(j\omega)D(j\omega)$ met $D(j\omega) = 20$. Geef de richting van stijgende ω aan en pas het Nyquist criterium toe. **(12 p)**

Nyquist plot :

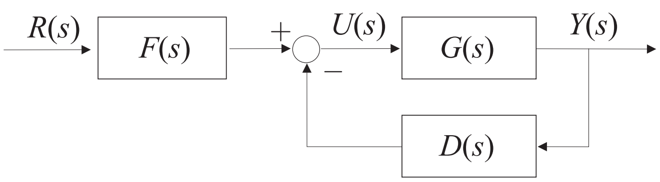
Stabiliteit :

---

3. Gegeven is het regelschema in figuur 2 met de gesloten-lus overdrachtsfunctie

$$H(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{10}{s^2 + 2s + 2},$$

de *feedback* regelaar $D(s) = 3 + 3s$, de *feedforward* regelaar $F(s) = 2$ en het proces $G(s)$.



Figuur 2: Blok-schema van het geregelde systeem.

a) Bereken de natuurlijke frequentie ω_n, de damping ratio ζ en de stationaire versterking (*DC gain*) van $H(s)$. **(6 p)**

ω_n =

ζ =

DC gain =

b) Geef de differentiaalvergelijking die bij de overdrachtsfunctie $H(s)$ hoort. **(4 p)**

Differentiaal vergelijking:

Berekening / motivering:

c) Geef de *open-loop* overdrachtsfunctie $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$ van het proces. **(20 p)**

$G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} \quad =$

Berekening / motivering:

4. Gegeven is een systeem $G(s)$:

$$G(s) = \frac{1}{(s+3)(s+20)}$$

Voor dit systeem is de volgende *lead* regelaar $D(s)$ al ontworpen:

$$D_{\text{lead}}(s) = \frac{1068(s+3)}{s+40}$$

a) Toon aan dat de *cross-over frequentie* $\omega_c = 15\,\text{rad/s}$. **(14 p)**

Berekening / motivering:

b) Bereken de *phase margin* PM en de *gain margin* GM. **(10 p)**

PM $=$

GM $=$

Berekening / motivering:

c) Om de *steady-state* fout te verkleinen wordt een *lag* regelaar ontworpen:

$$D_{\text{lag}}(s) = \beta \frac{T_{\text{lag}}s + 1}{\beta T_{\text{lag}}s + 1}$$

met $T_{\text{lag}} = 1$. De complete regelaar is nu $D(s) = D_{\text{lag}}(s)D_{\text{lead}}(s)$. Bereken de minimale waarde van β zodat de *steady-state* fout $e_{ss} \leq 0.1$ voor een eenheidsstap referentiesignaal. **(12 p)**

$\beta \;=$

Berekening / motivering:

d) Neem $\beta = 10$ en $\omega_c = 15\,\text{rad/s}$. Bereken de *phase margin* PM met de *lead-lag* regelaar $D(s) = D_{\text{lag}}(s)D_{\text{lead}}(s)$. **(8 p)**

PM $=$

Berekening / motivering:

5. Gegeven is de volgende overdrachtsfunctie:

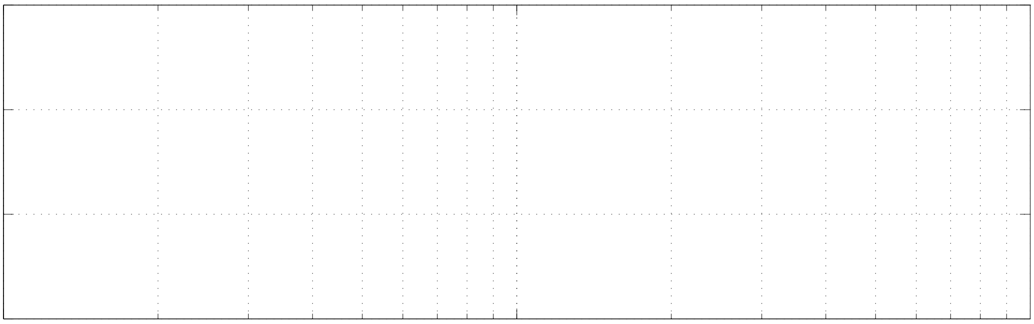
$$G(s) = \frac{40(s+1)}{s(s+2)^2}$$

Teken alleen de asymptotenbenadering van het Bode diagram van $G(s)$. Schrijf de overdrachtsfunctie eerst om in een geschikte vorm. Bereken dan de frequenties van de kantelpunten (*breakpoints*). Teken vervolgens nauwkeurig de asymptoten voor zowel de magnitude als de fase plot. Label de assen. **(24 p)**

$G(j\omega) =$

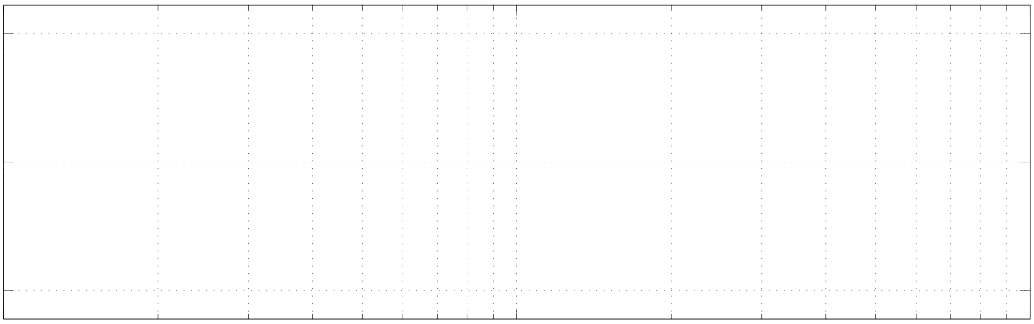
Frequenties van de kantelpunten:

Magnitude [dB]



Frequentie [rad/s]

Fase [graden]



Frequentie [rad/s]

Einde tentamen

vraagstuk	1 a	1 b	1 c	2 a	2 b	2 c	3 a	3 b	3 c	4 a	4 b	4 c	4 d	5
score														