Schriftelijke zitting Systeem- en regeltechniek 2 (WB2207)
30 oktober 2008 van 9:00 tot 12:00 uur

Onderstaande aanwijzingen nauwkeurig lezen.

- Vul op het voorblad uw naam, voorletters, studienummer en opleiding in.
- Dit tentamen bestaat uit 5 vraagstukken. Lees iedere vraag goed alvorens te antwoorden.
- Bij elke vraag staat het maximaal te behalen aantal punten aangegeven (totaal = 180). De puntentelling wordt lineair afgebeeld op de cijferschaal 1 t/m 10.
- Het is **niet** toegestaan om boeken en oude tentamens te gebruiken. Het gebruik van uw eigen *handgeschreven* notes en college sheets is wel toegestaan.
- Het antwoord van elk vraagstuk dient in het bijbehorende kader te worden ingevuld. Bij de beoordeling van het werk telt de uitkomst van een opgave slechts mee wanneer deze is voorzien van een motivering die tot de uitkomst heeft geleid.
- Praat nooit met uw buurman om welke reden dan ook: het tentamen wordt in dit geval meteen ingenomen.
- Tip: begin met vragen waar u snel de oplossing van kunt vinden.
- Veel succes!

Achternaam:

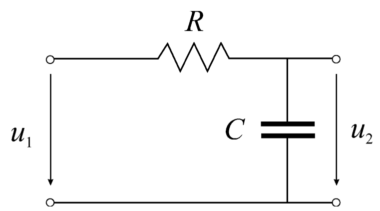
Voorletters:

Studienummer:

Opleiding:

Delft University of Technology, Delft Center for Systems and Control, Mekelweg 2, Delft

1. Gegeven is het volgende laag-doorlaat filter



Figuur 1: Laag-doorlaat filter.

beschreven met de differentiaal vergelijking:

$$C\dot{u}_2(t) = \frac{1}{R}\left(u_1(t) - u_2(t)\right)$$

met de capaciteit $C = 1 \cdot 10^{-4}$ F en een nog te bepalen weerstand R.

a) Geef de overdrachtsfunctie $G(s) = \dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}$ en bereken de weerstand R zodanig dat de tijdsconstante gelijk is aan 2 seconden. (**10 p**)

Overdrachtsfunctie $G(s) =$

$R \ =$

Berekening / motivering:

b) Veronderstel de tijdsconstante van 2 seconden. Het inputsignaal $u_1(t)$, in Volt, is de functie:

$$u_1(t) = 0 \quad \text{voor} \quad t < 0 \qquad \text{en} \qquad u_1(t) = 5 \quad \text{voor} \quad t \geq 0$$

Schets zo nauwkeurig mogelijk de tijdsresponsie van het outputsignaal $u_2(t)$ in het interval $t \in [0, 10]\ s$. In de grafiek, geef de steady-state waarde en de tijdsconstante aan. (**8 p**)

c) Veronderstel de tijdsconstante van 2 seconden. Het inputsignaal $u_1(t)$ is de functie:

$$u_1(t) = 0 \quad \text{voor} \quad t < 0 \qquad \text{en} \qquad u_1(t) = 2t \quad \text{voor} \quad t \geq 0$$

Schets zo nauwkeurig mogelijk de tijdsresponsie van het outputsignaal $u_2(t)$. (**8 p**)

d) Veronderstel de tijdsconstante van 2 seconden. Het inputsignaal $u_1(t)$ is de volgende sinusfunctie:

$$u_1(t) = 10\ \sin(0.5t)$$

De steady state output $u_2(t)$ is ook een sinusfunctie, wel met een andere amplitude en fase. Bereken deze amplitude en fase en geef de formule voor $u_2(t)$. (**12 p**)

$u_2(t) \quad =$

Berekening / motivering:

2. Gegeven is het volgende open-lus systeem:

$$G(s) = \frac{s+2}{s^2+s+5} \tag{1}$$

a) Schrijf dit systeem in de *control canonical form*. **(4 p)**

Geef de matrices A_c , B_c , C_c , D_c :

b) De *control canonical form* is één van de oneindig veel mogelijke toestandsrepresentaties van (1). Toon aan dat het onderstaande toestandsmodel een andere toestandsrepresentaties is van overdrachtsfunctie (1).

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -1 & -2.5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} x(t) \end{aligned} \tag{2}$$

(12 p)

Berekening / motivering:

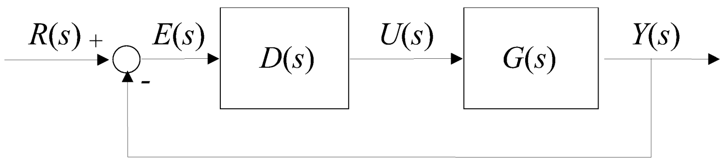
c) Systeem (2) wordt geregeld door middel van een toestandsregelaar $u(t) = -Kx(t)$. Bereken de feedback versterkingsvector $K = [k_1 \quad k_2]$ zodanig dat de gesloten-lus polen gelijk zijn aan -1 en -2. **(18 p)**

$K \quad =$ Berekening / motivering:

3. Gegeven is het volgende open-lus systeem:

$$G(s) = \frac{1}{s(s^2 + 2s + 1)}$$

Voor dit systeem wordt een regelaar $D(s)$ ontworpen in de gesloten-lus configuratie zoals aangegeven in figuur 2.



Figuur 2: Blok-schema van de gesloten lus.

a) Veronderstel een proportionele regelaar $D(s) = K_p$, met $K_p > 0$. Geef de gesloten-lus karakteristieke vergelijking in de root-locus vorm en schets de bijbehorende *root locus*. Geef de richting van stijgende K_p aan. Bespreek hoe de stabiliteit van het gesloten-lus systeem wordt beïnvloed door K_p. **(14 p)**

Karakteristieke vergelijking:

Root-locus :

Is het gesloten-lus systeem stabiel voor alle $K_p > 0$? Motiveer uw antwoord.

b) Veronderstel nu de volgende regelaar $D(s) = K_p(s + 0.5)(s + 2)$, met $K_p > 0$. Geef de gesloten-lus karakteristieke vergelijking in de root-locus vorm en schets de bijbehorende *root locus*. Geef de richting van stijgende K_p aan. Bespreek hoe de stabiliteit van het gesloten-lus systeem wordt beïnvloed door K_p. **(14 p)**

Karakteristieke vergelijking:

Root-locus:

Is het gesloten-lus systeem stabiel voor alle $K_p > 0$? Motiveer uw antwoord.

c) Gegeven is de regelaar

$$D(s) = \frac{3s+1}{s}$$

Bereken de overdrachtsfunctie $G_e(s) = \dfrac{E(s)}{R(s)}$ en de *steady-state* waarde e_{ss} voor $r(t) = 2t$ (dwz een *ramp*, met het Laplace beeld: $R(s) = 2/s^2$). NB: de *steady-state* waarde is gedefinieerd als $e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t)$. **(12 p)**

$G_e(s) = \dfrac{E(s)}{R(s)} \quad =$

$e_{ss} \quad =$

Berekening / motivering:

4. Gegeven is het volgende open-lus systeem:

$$G(s) = \frac{50}{(s+3)(s^2+4s+4)}$$

a) Ontwerp een PD regelaar $D(s) = K_p(1 + T_d s)$ zodat het geregelde systeem aan de volgende eisen voldoet:

- een cross-over frequentie van $\omega_c = 4\mathrm{rad/s}$
- een fase marge van $\mathrm{PM} = 60°$

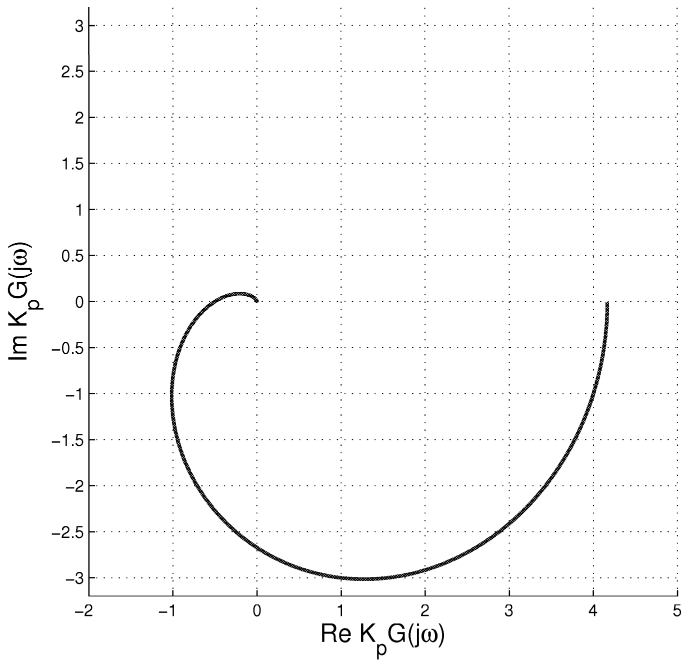
Laat alle stappen uit je berekening zien. (**28 p**)

$K_p =$

$T_d =$

Berekening / motivering:

b) Hieronder is een Nyquist-plot weergegeven van $K_pG(s)$ met $K_p = 1$ voor positieve ω. Maak de Nyquist-plot compleet voor alle waarden van $\omega \in (-\infty, \infty)$. Geef de richting van stijgende ω aan. Pas het Nyquist criterium toe. Is het gesloten-lus systeem stabiel? **(8 p)**



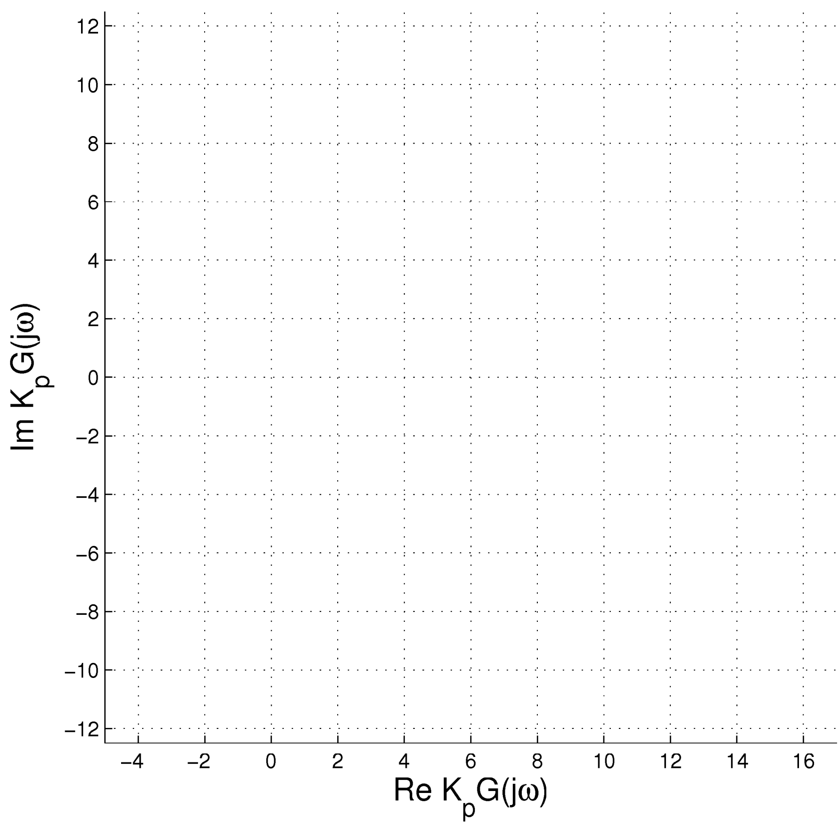
$Z =$

$P =$

$N =$

Stabiel?

c) Schets de Nyquist-plot van $K_pG(s)$ met $K_p = 3$ voor alle waarden van $\omega \in (-\infty, \infty)$. Pas het Nyquist criterium toe. Is het gesloten-lus systeem stabiel? **(8 p)**



$Z =$

$P =$

$N =$

Stabiel?

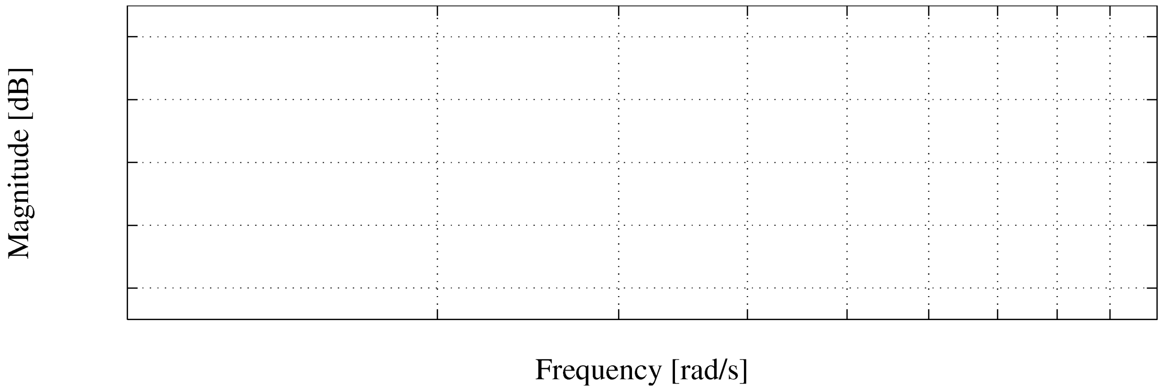
5. Gegeven is de volgende overdrachtsfunctie:

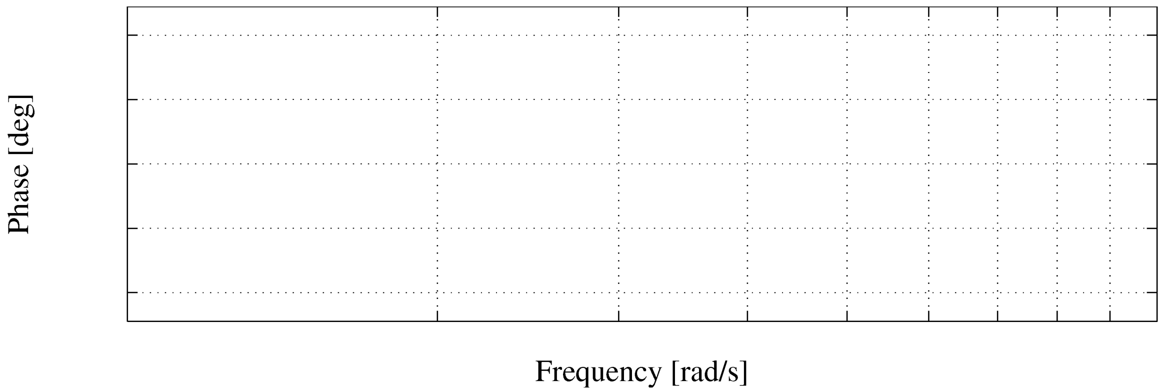
$$G(s) = \frac{50(s+2)^2}{s^2(s+5)}$$

Teken de asymptotenbenadering van het Bode diagram van $G(s)$. Schrijf de overdrachtsfunctie eerst om in een geschikte vorm. Bereken dan de frequenties van de kantelpunten (*breakpoints*). Teken vervolgens nauwkeurig de asymptoten voor zowel de magnitude als de fase plot. Label de assen. **(24 p)**

$G(j\omega) =$

Frequenties van de kantelpunten:





——— Einde tentamen ———

vraagstuk	1 a	1 b	1 c	1 d	2 a	2 b	2 c	3 a	3 b	3 c	4	5 a	5 b	5 c
score														