

Schriftelijke zitting Systeem- en regeltechniek 2 (WB2207)

31 januari 2007 van 14:00 tot 17:00 uur

Onderstaande aanwijzingen nauwkeurig lezen.

- Vul op het voorblad uw naam, voorletters, studienummer en opleiding in.
 - Dit tentamen bestaat uit 5 vraagstukken. Lees iedere vraag goed alvorens te antwoorden.
 - Bij elke vraag staat het maximaal te behalen aantal punten aangegeven (totaal = 200).
 - Het is **niet** toegestaan om boeken en oude tentamens te gebruiken. Het gebruik van uw eigen *handgeschreven* notes en college sheets is wel toegestaan.
 - Het antwoord van elk vraagstuk dient in het bijbehorende kader te worden ingevuld. Bij de beoordeling van het werk telt de uitkomst van een opgave slechts mee wanneer deze is voorzien van een motivering die tot de uitkomst heeft geleid.
 - Praat nooit met uw buurman om welke reden dan ook: het tentamen wordt in dit geval meteen ingenomen.
 - Wilt u het 'Tentamenfeedbackformulier' na afloop invullen en samen met uw uitwerking inleveren? Bij voorbaat dank.
 - Veel succes!
-

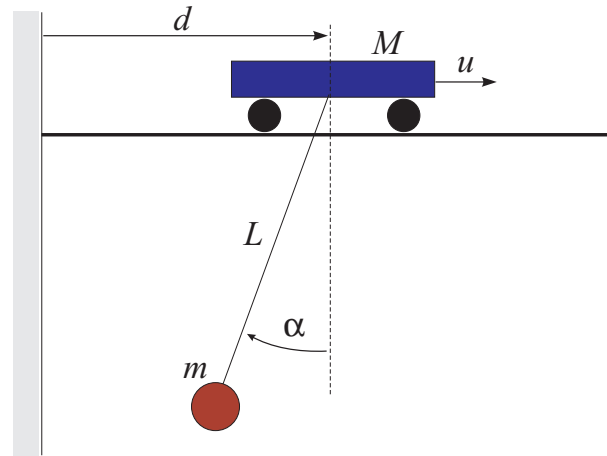
Achternaam:

Voorletters:

Studienummer:

Opleiding:

1. Gegeven is een containerkraan model met ééningangssignaal $u(t)$ – de kracht op de kat, en twee gemeten outputs: $d(t)$ – de positie van de kat en $\alpha(t)$ – de hoek van de kabel. Het systeem is schematisch weergegeven in figuur 1.



Figuur 1: Een schema van het te regelen proces.

Dit systeem kan beschreven worden met de volgende (gelineariseerde) vergelijkingen:

$$\begin{aligned} M\ddot{d}(t) &= -mg\alpha(t) + u(t) \\ L\ddot{\alpha}(t) &= \dot{d}(t) - g\alpha(t) \end{aligned}$$

waarbij we de demping (wrijving) verwaarlozen. De constanten $M, m, L, g \in \mathbb{R}^+$ zijn respectievelijk de massa van de kat, de massa van de container, de lengte van de kabel en de versnelling ten gevolge van de zwaartekracht.

- a) Geef de overdrachtsfuncties van hetingangssignaal u naar de hoek α en de afstand d . (28 p)

$$G_{\alpha}(s) = \frac{\alpha(s)}{U(s)} =$$

$$G_d(s) = \frac{D(s)}{U(s)} =$$

Berekening / motivering:

b) Is dit systeem stabiel? Motiveer uw antwoord!

(6 p)

- c) De gemeten outputs zijn de positie van de kat $d(t)$ en de hoek van de kabel $\alpha(t)$. Definier de toestandsvector als $x = (d, \alpha, \dot{d}, \dot{\alpha})^T$ en schrijf het systeem in toestandsvorm. **(28 p)**

Geef de matrices A, B, C, D :

- d) Voor concrete numerieke waarden van de parameters M, m, L en g , de volgende overdracht functie is verkregen:

$$G_d(s) = \frac{D(s)}{U(s)} = \frac{s^2 + 1}{s^2(s^2 + 5)}$$

Schrijf dit systeem in de *control canonical form*. **(12 p)**

Geef de matrices A_c, B_c, C_c, D_c :

2. Gegeven is de volgende overdrachtsfunctie:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 5}$$

- a) Bereken de stationaire versterking (*DC gain*), de polen en nulpunten, de relatieve demping ζ en de natuurlijke frequentie ω_n . **(12 p)**

DC gain =

polen =

nulpunten =

ζ =

ω_n =

Berekening / motivering:

- b) Bij welke positieve frequentie ω is de fase van $G(j\omega)$ gelijk aan -90° ? **(8 p)**

$$\omega =$$

Berekening / motivering:

- c) Bij welke positieve frequenties is de magnitude van $G(j\omega)$ gelijk aan 0.2 (-13.97 dB)? **(8 p)**

$$\omega_1 =$$

$$\omega_2 =$$

Berekening / motivering:

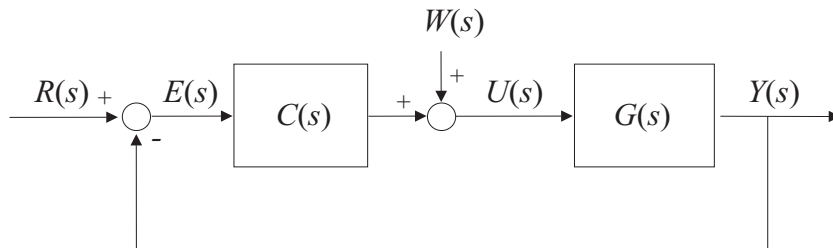
3. Een proces beschreven door de onderstaande overdrachtsfunctie

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s}{(s+3)(s^2+9)}$$

wordt geregeld met een PD regelaar

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + K_d s$$

zoals weergegeven in figuur 2. In dit schema is $W(s)$ een constante verstoring met een onbekende amplitude.



Figuur 2: Gesloten-lus regelschema.

- a) Veronderstel dat $K_p > 0$, $K_d = 0$, $r(t) = 0$ en $w(t) \neq 0, \forall t$. Geef de overdrachtsfunctie $G_w(s)$ van de verstoring $W(s)$ naar de regelfout $E(s)$. **(16 p)**

$$G_w(s) = \frac{E(s)}{W(s)} =$$

Berekening / motivering:

- b) Veronderstel dat $w(t) = 0, \forall t$. Bereken K_p en K_d zodanig dat de gesloten-lus karakteristieke polynoom (*closed-loop characteristic polynomial*) gelijk is aan $d(s) = (s + 3)(s^2 + 5s + 9)$. **(16 p)**

$$K_p =$$

$$K_d =$$

Berekening / motivering:

- c) Veronderstel dat K_p en K_d zodanig gekozen zijn dat de gesloten-lus stabiel is. Bereken de *steady-state* waarde y_{ss} voor $w(t) = 0$ en $r(t) = 1, \forall t$. (De *steady-state* waarde is gedefinieerd als $y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$.) **(8 p)**

$$y_{ss} =$$

Berekening / motivering:

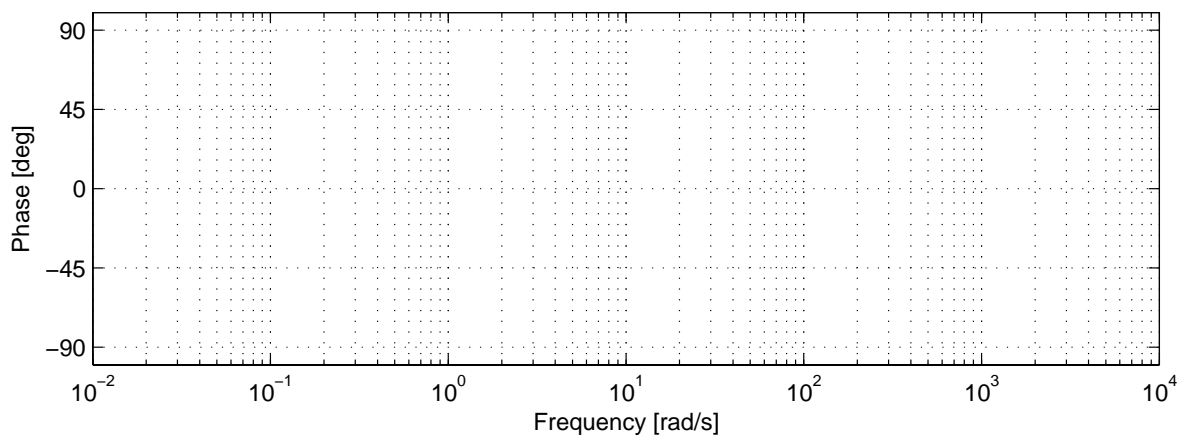
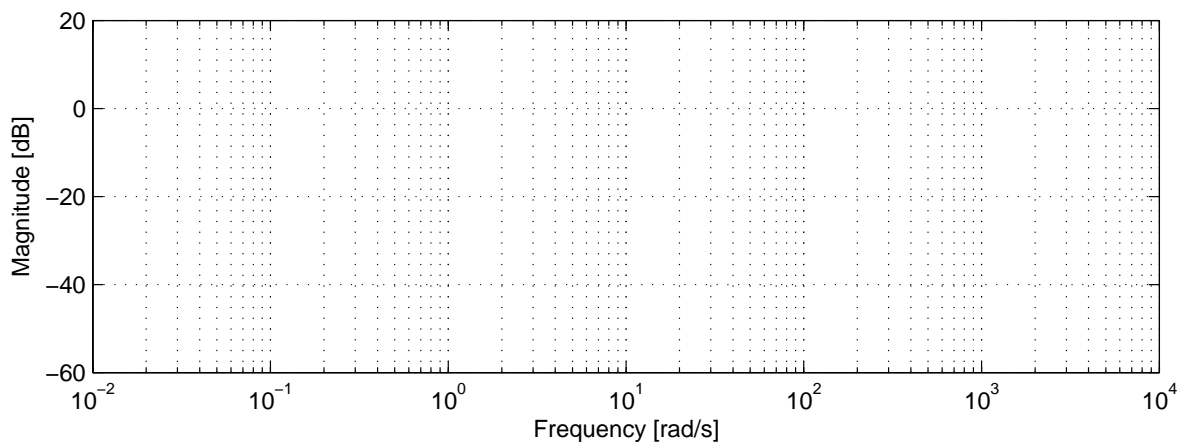
4. Gegeven is de volgende overdrachtsfunctie:

$$G(s) = \frac{100s + 900}{3(s + 1)(s + 300)}$$

Teken de Bode-plot van $G(s)$. Teken eerst nauwkeurig de asymptoten voor zowel de magnitude als de fase plot en schets daarna de werkelijke vorm van de grafiek. **(26 p)**

Bereken eerst de frequenties van de kantelpunten (*breakpoints*) en de stationaire versterking (*DC gain*) van $G(s)$.

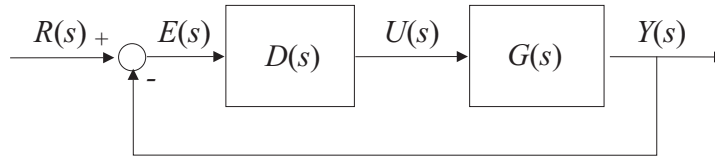
Frequenties van de kantelpunten:
Stationaire versterking:



5. Gegeven is het volgende open-loop systeem:

$$G(s) = \frac{5(s-1)}{(s+2)(s+5)}$$

Voor dit systeem wordt een regelaar $D(s)$ ontworpen in de gesloten-lus configuratie zoals aangegeven in figuur 3. Veronderstel een proportionele regelaar $D(s) = K_p$, met $K_p > 0$.



Figuur 3: Blok-schema van de gesloten lus.

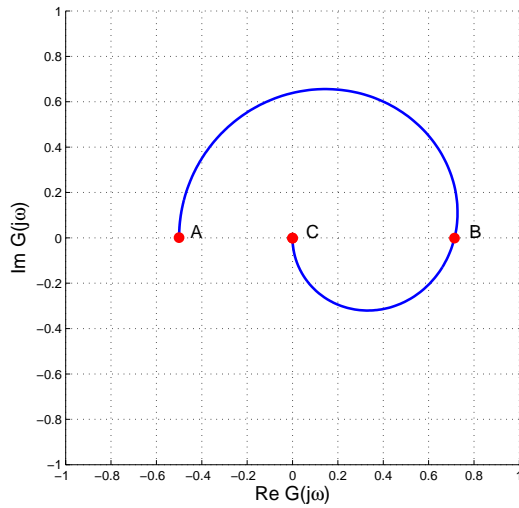
- a) Geef de gesloten-lus karakteristieke vergelijking in de root-locus vorm en schets de *root locus* voor dit gesloten-lus systeem. Geef de richting van stijgende K_p aan. **(12 p)**

Karakteristieke vergelijking:

Root-locus :

Wordt het gesloten-lus systeem stabiel voor alle $K_p > 0$? Motiveer uw antwoord.

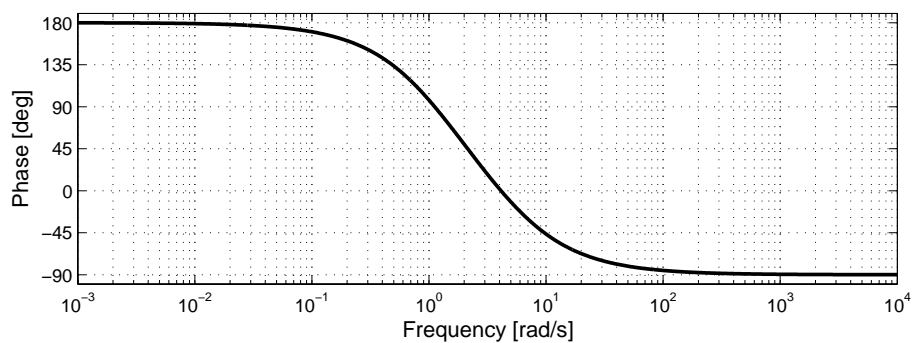
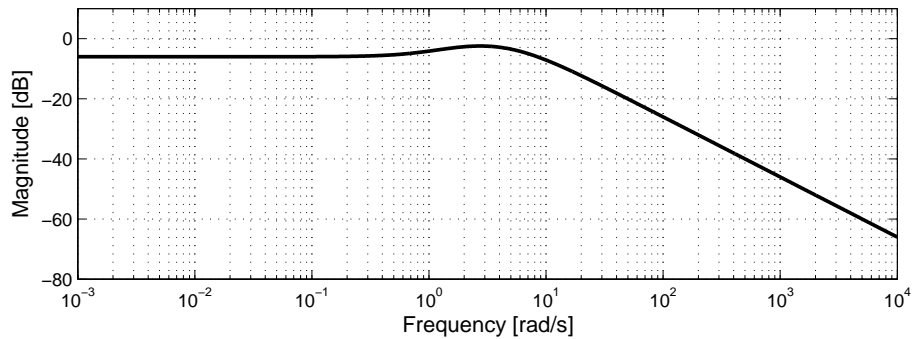
- (b) Hieronder is een Nyquist-plot van $G(j\omega)$ weergegeven voor positieve ω . Maak de Nyquist-plot compleet voor alle waarden van $\omega \in (-\infty, \infty)$. Geef de richting van stijgende ω aan. Waar is de *gain margin* af te lezen in deze Nyquist-plot? Bereken de *gain margin* (GM) en de *phase margin* (PM). (12 p)



GM =

PM =

- (c) In de bovenstaande Nyquist-plot zijn punten A , B en C gemarkeerd. Geef aan in de bijbehorende Bode-plot hieronder waar deze punten liggen op de magnitude en fase plot. (8 p)



Einde tentamen

vraagstuk	1 a	1 b	1 c	1 d	2 a	2 b	2 c	3 a	3 b	3 c	4	5 a	5 b	5 c
score														