Schriftelijke zitting Systeem- en regeltechniek 2 (WB2207)

Oefententamen

Onderstaande aanwijzingen nauwkeurig lezen.

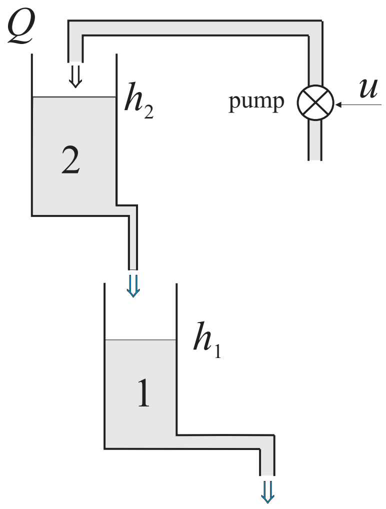
- Vul op het voorblad uw naam, voorletters en studienummer in.
- Dit tentamen bestaat uit 4 vraagstukken. Lees iedere vraag goed alvorens te antwoorden.
- Bij elke vraag staat het maximaal te behalen aantal punten aangegeven (totaal = 200).
- Het is **niet** toegestaan om boeken en oude tentamens te gebruiken. Het gebruik van uw eigen *handgeschreven* notes en college sheets is wel toegestaan.
- Het antwoord van elk vraagstuk dient in het bijbehorende kader te worden ingevuld. Bij de beoordeling van het werk telt de uitkomst van een opgave slechts mee wanneer deze is voorzien van een motivering die tot de uitkomst heeft geleid.
- Praat nooit met uw buurman om welke reden dan ook: het tentamen wordt in dit geval meteen ingenomen.
- Veel succes!

Naam:

Studienummer:

Delft University of Technology, Delft Center for Systems and Control, Mekelweg 2, Delft

1. Een proces bestaat uit twee vaten in cascade zoals afgebeeld in figuur 1. Vloeistof wordt gepompt in het bovenste vat en stroomt van hier vrij naar het onderste vat.



Figuur 1: Een schema van het te regelen proces.

Dit systeem heeft een ingangssignaal u – de spanning op de motor die de pomp aandrijft; h_1 en h_2 zijn de vloeistof niveaus in het onderste en bovenste vat, respectievelijk. Het doel is om h_1 te regelen. In een gelineariseerd model worden alle variabelen relatief tot hun equilibrium uitgedrukt.

Stel eerst dat de debiet die de pomp oplevert gelijk is aan het ingangssignaal: $Q(t) = u(t)$. Dit betekent dat we de dynamica van de pomp verwaarlozen. Een wiskundig model van dit systeem is:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1(t) + 0.5h_1(t) &= 0.5h_2(t) \\ \dot{h}_2(t) + 0.2h_2(t) &= 2u(t) \end{aligned}$$

a) Geef de overdrachtsfunctie G_2 van het ingangssignaal u naar het niveau h_2 in het bovenste vat. **(4 p)**

$$G_2(s) \;=\; \frac{H_2(s)}{U(s)} =$$

Berekening / motivering:

b) Geef een uitdrukking voor de responsie van h_2 op een input stap met een amplitude van 3 (Volt). Geef de responsie eerst in het Laplace-domein als een breuksplitsing (ontbinding in eerste-orde termen, ofwel *partial fraction expansion*) en dan ook in het tijddomain. Schets de stapresponsie en geef de tijdsconstante en de steady-state waarde van h_2 aan. (**18 p**)

$$H_2(s) \quad =$$

$$h_2(t) \quad =$$

Berekening / motivering:

Stapresponsie schets:

c) Geef de overdrachtsfunctie G_1 van het ingangssignaal u naar het niveau h_1. Bereken de polen, nulpunten en de stationaire vesterking (*DC gain*) van G_1. (**12 p**)

$$G_1(s) \quad = \quad \frac{H_1(s)}{U(s)} =$$

polen :

nulpunten :

stationaire vesterking (*DC gain*) :

Berekening / motivering:

d) Stel nu dat de pomp beschreven is met een eerste-orde dynamisch model. De bijbehorende diferentiaalvegelijkingen zijn:

$$\begin{aligned} \dot{h}_1(t) + 0.5h_1(t) &= 0.5h_2(t) \\ \dot{h}_2(t) + 0.2h_2(t) &= 0.5Q(t) \\ \dot{Q}(t) + Q(t) &= 4u(t) \end{aligned}$$

De gemeten output is het niveau h_1. Schrijf het systeem in toestandsvorm. (**12 p**)

Definieer de toestandvector $x(t) =$

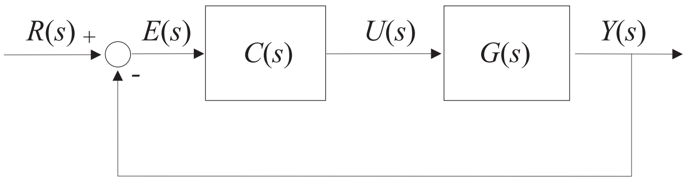
en geef de matrices A, B, C, D:

e) Het systeem gegeven onder punt d) wordt geregeld door middel van een proportionele regelaar $u(t) = K_p\,(r(t) - h_1(t))$. Een regeltechnicus beweert dat je voor dit systeem de versterking $K_p > 0$ willekeurig groot mag kiezen en dat het gesloten-lus systeem nooit instabiel wordt. Is deze bewering juist? Motiveer uw antwoord! (**10 p**)

2. Een proces beschreven door de onderstaande overdrachtsfunctie:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(s^2+5s+6)}$$

wordt geregeld met en een propotionele regelaar $C(s) = K$ zoals weergegeven in figuur 2.



Figuur 2: Gesloten-lus regelschema.

a) Geef de overdrachtsfuncties $G_e(s) = E(s)/R(s)$ en $G_u(s) = U(s)/R(s)$. **(12 p)**

$$G_e(s) \; = \; \frac{E(s)}{R(s)} =$$

$$G_u(s) \; = \; \frac{U(s)}{R(s)} =$$

b) Geef de gesloten-lus karakteristieke vergelijking (*characteristic equation*). **(6 p)**

c) Schets de *root locus* die bij de karakteristieke vergelijking onder b) hoort. Geef aan waar de gesloten-lus polen liggen voor $K = 0$ en waar ze naar toe gaan voor $K \rightarrow \infty$. **(18 p)**

d) Wat is het type van dit systeem (met de proportionele regelaar)? Geef de steady-state waarde ($t \to \infty$) van $e(t)$ voor $r(t) = 2t$ (*ramp reference*). **(18 p)**

Systeemtype: $e_{ss} \quad =$

Berekening / motivering:

e) Stel dat de regelaar is ingesteld met een constante versterking $K = 10$. Het proces heeft echter een variabele parameter b:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(s^2 + bs + 6)}$$

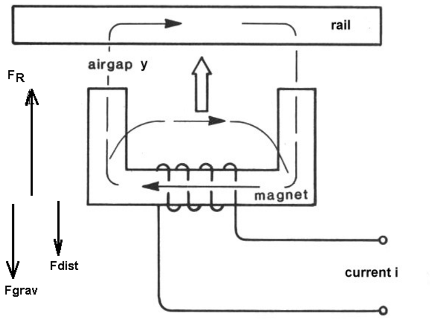
Geef de gesloten-lus karakteristieke vergelijking voor deze situatie in de root-locus vorm $1 + bL(s) = 0$. Geef expliciet de overdrachtsfunctie $L(s)$. **(18 p)**

Karakteristieke vergelijking: $L(s) \quad =$

Berekening / motivering:

z.o.z.

3. Een magnetische levitatie systeem is schematisch weergegeven in figuur 3.



Figuur 3: Een schematische weergave van een magnetische levitatie systeem.

Een wiskundig model in de toestandsvorm is:

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -b \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

Hier is u het stuursignaal (stroom door de spoel), y de te regelen output (de luchtspleet) en $a > 0$, $b > 0$ zijn bekende positieve reëele parameters. Dit systeem wordt geregeld door middel van een twee-graden-van-vrijheid toestandsregelaar (*two-degree-of-freedom state-feedback controller*) $u(t) = -Kx(t)+K_{ff}r(t)$, met $r(t)$ de referentie voor de luchtspleet en K, K_{ff} de regelaarparameters.

a) Bereken $K = [k_1 \;\; k_2]$ zodanig dat de gesloten-lus karakteristieke polynoom (*closed-loop characteristic polynomial*) een gewenste relatieve demping ζ en een gewenste natuurlijke frequentie ω_n heeft. Schrijf K als een functie van de procesparameters a, b en de gewenste parameters ζ, ω_n. **(18 p)**

$K \;\; =$

Berekening / motivering:

b) Geef de gesloten-lus overdrachtsfunctie $G_{cl}(s) = Y(s)/R(s)$. **(12 p)**

$$G_{cl}(s) \quad = \quad \frac{Y(s)}{R(s)} =$$

Berekening / motivering:

c) Bereken de *feedforward* versterkingsfactor K_{ff} zodanig dat de stationaire versterking (*DC gain*) van $G_{cl}(s)$ gelijk is aan 1. **(12 p)**

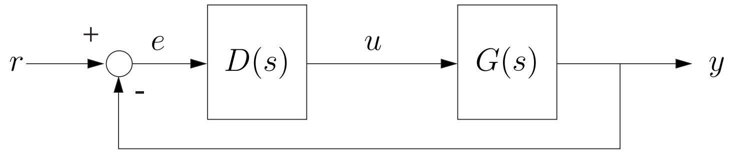
$$K_{ff} \quad =$$

Berekening / motivering:

4. Voor het ontwerp van een regelaar voor de besturing van een passagiersvliegtuig wordt het volgende model gebruikt:

$$G(s) = \frac{80(100s+1)}{s(400s^2+4s+1)}.$$

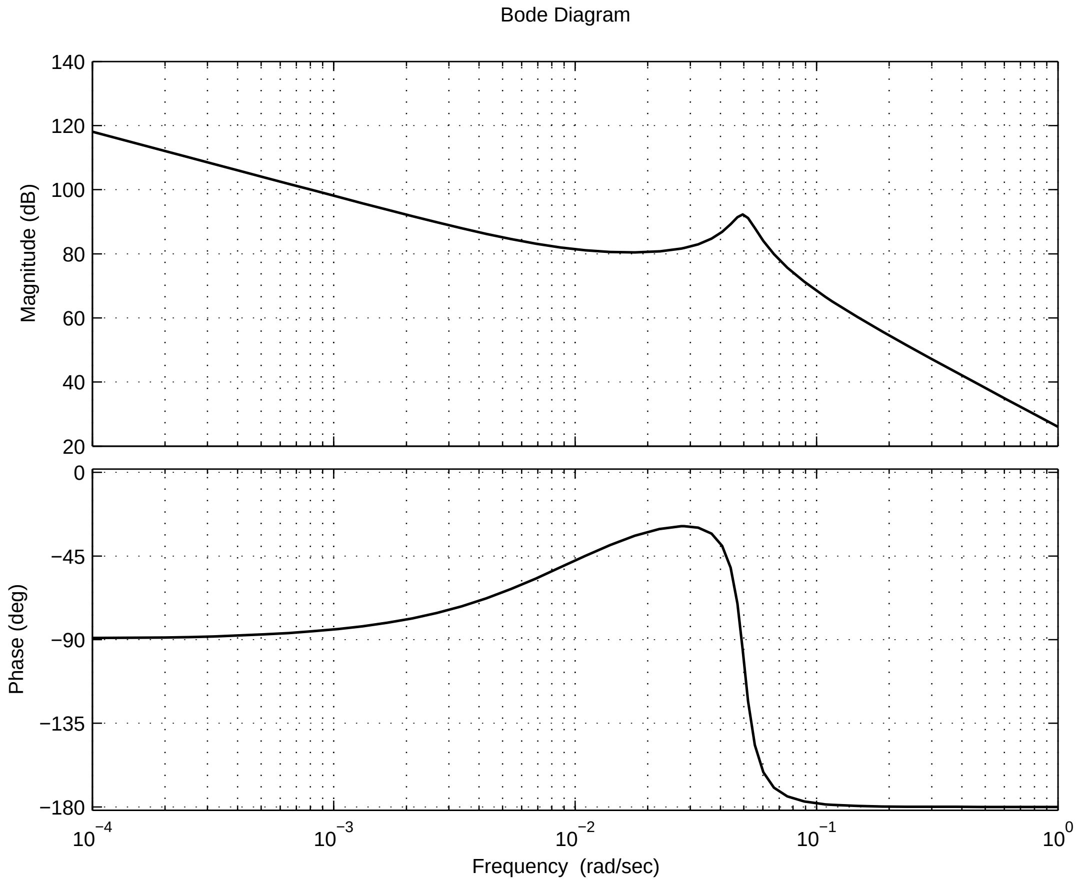
Voor dit open-loop systeem wordt een regelaar $D(s)$ ontworpen in de gesloten-lus configuratie zoals aangegeven in figuur 4. Een Bode-plot van $G(s)$ is weergegeven in figuur 5.



Figuur 4: Blok-schema van de gesloten lus.

De ontwerp specificaties voor het geregelde systeem in figuur 4 zijn:

- een cross-over frequentie ω_c gelijk aan 0.1 rad/s.
- een fase marge PM $\geq 50°$.



Figuur 5: Bode-plot voor $G(s) = \dfrac{80(100s+1)}{s(400s^2+4s+1)}$.

a) Ontwerp een regelaar $D(s)$ van de vorm,

$$D(s) = K\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$$

die aan de gestelde eisen voldoet. Laat alle berekeningen zien (maak gebruik van: $\sin 50° = 0.766$). **(18 p)**

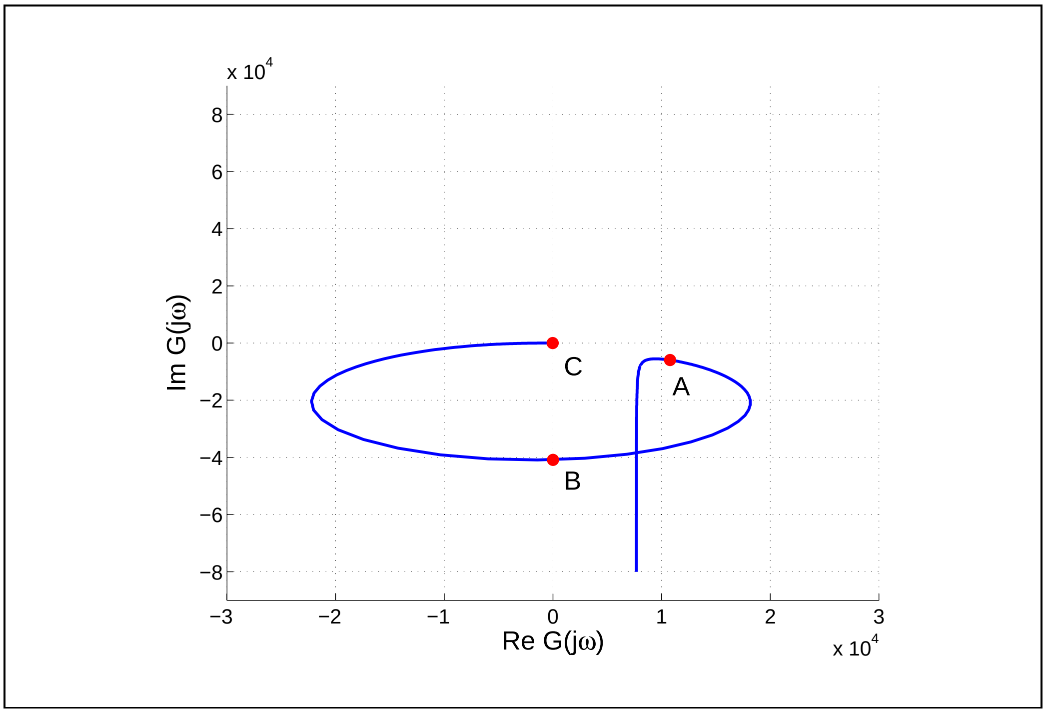
$K =$

$\alpha =$

$T =$

Berekening:

(b) Hieronder is een Nyquist-plot van $G(s)$ weergegeven voor positieve ω. Maak de Nyquist-plot compleet voor alle waarden van $\omega \in (-\infty, \infty)$. Geef de richting van stijgende ω aan. **(6 p)**



(c) In de bovenstaande Nyquist-plot zijn punten A, B en C gemarkeerd. Geef aan in de bijbehorende Bode-plot hieronder waar deze punten liggen op de magnitude en fase plot. **(6 p)**