

Lees het geheel eerst aandachtig door voor een evenwichtige tijdsbesteding.  
Dit tentamen bestaat uit twee delen: Deel 1 en Deel 2.

Deel 1 bestaat uit een aantal meerkeuzevragen. Dit deel staat voor 60% van uw tentamencijfer.  
Voor Deel 1 geldt: graag invullen op het apart bijgeleverde formulier.

Let op: de invulvakjes staan niet in volgorde a, b, c, d!

Let op: telkens is maar één antwoord goed.

Let op: bij numerieke waarden is de gevraagde eenheid vet en onderstreept.

Deel 2 bestaat uit twee open vragen. Dit deel staat voor 30% van uw tentamencijfer.

- Graag op het voorblad naam en studienummer invullen, en het aantal ingeleverde vellen papier.
- Maak eventueel een schets zodat ik kan zien dat u een duidelijk idee heeft wat er gebeurt.
- Bij een numeriek antwoord is het aan te bevelen het gebruikte formulewerk op te schrijven.
- De punten die je per (deel) opgave kunt halen staan er bij vermeld.

Geén boeken, kopieën overheadsheets, of eigen formuleblad gebruiken: u krijgt een formuleblad uitgereikt door de surveillanten. Geén mobiele telefoons op tafel; graag uitzetten en in tas laten.

Bewijs middels 'grafische rekenmachine' geldt niet als bewijs.

Tenzij anders vermeld, geldt:

Voor water: dichtheid en dynamische viscositeit bedragen resp.  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  en  $\mu = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ .

Voor lucht: dichtheid en dynamische viscositeit bedragen resp.  $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$  en  $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ,

adiabatische constante en gasconstante bedragen resp.  $\kappa = 1.4$ , de gasconstante  $R = 287 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ .

De zwaartekrachtsversnelling is  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

## **Deel 1: elke vraag 6 punten**

**Vraag 1:** Beschouw een volledig ontwikkelde stroming tussen twee parallelle platen. Hierover de volgende twee uitspraken:

- 1) Als de stroming laminair is, dan hebben we een parabolisch snelheidsprofiel.
- 2) Als de stroming turbulent is, dan hebben we een lineair shear-stress (schuifspannings)-profiel.

Uw mening hierover:

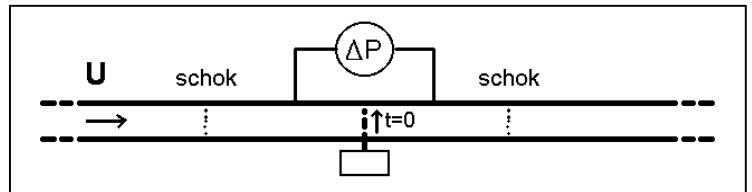
- a) Beide zijn waar
- b) Alleen 1) is waar
- c) Alleen 2) is waar
- d) Beide zijn onwaar

**antwoord a.** 1) is evident. 2) is lastiger; Hoewel de snelheid een ingewikkeld profiel heeft (bijvoorbeeld het 1/7-power-law profiel wordt vaak gebruikt als model) Geldt nog altijd de differentieële volledig impulsbalans  $0 = -\partial p / \partial x + \partial \tau / \partial y$

Volledig ontwikkeld, dus  $\partial p / \partial x = Cst$ , en daarmee  $\partial \tau / \partial y = Cst$  dus  $\tau(y) = Cst \cdot (y - y_0) = \text{lineair}$ .

**Vraag 2:** Door een kilometerslange rechte metalen pijpleiding stroomt een laagviskeuze olie ( $\rho = 820 \text{ kg/m}^3$ ) bij een absolute druk van 60 bar, met een snelheid van 1.5 m/s. Op een gegeven moment wordt halverwege de pijplengte een elektrisch bediende klep gesloten, waardoor zowel stroomop- als stroomafwaarts een schokgolf met 1140 m/s door de buis loopt. We meten het drukverschil 'over de klep', dus met aansluitingen aan weerszijden van de klep. Als vóór het sluiten van de klep een verwaarloosbaar drukverschil werd gemeten, hoe groot drukverschil meten we dan (tijdelijk) na sluiting, in bar?:

- a) 0                      b) 7  
c) 14                     d) 28



Door de plotseling vertraging van de stroming ontstaat er waterslag. Drukstijging over de schokgolf is  $\rho c v$ , met  $c$  de geluidsnelheid in de buis. De druksprong ontstaat aan beide kanten, enerzijds als een drukverhoging stroomopwaarts, als een drukverlaging stroomafwaarts. Stroomopwaarts krijgen we  $60 \text{ bar} + 14 \text{ bar}$ ; stroomafwaarts  $60 \text{ bar} - 14 \text{ bar}$ ; het druk verschil is dus **28 bar**; = **antwoord d**.

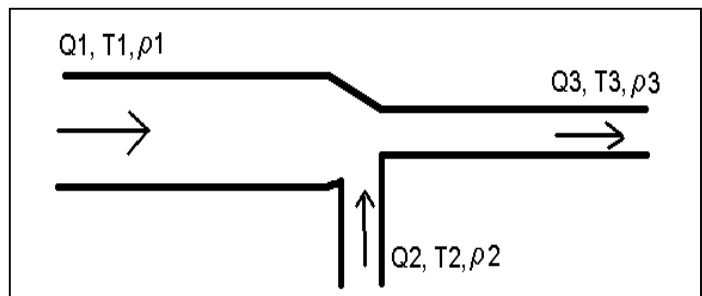
**Vraag 3:** Lucht stroomt met een Reynoldsgetal van rond de  $10^4$  rondom een cilinder. We beschouwen de stroming aan de voorzijde (in het stuwgebied, dus in de buurt van het stuwpunt), en net aan de achterzijde (in het zoggebied) van de cilinder. Hiervoor gelden voor de (statische) druk en de totaaldruk (tov hun waarden ver voor de cilinder):

- a) de statische druk daalt in het stuwgebied; de totaaldruk stijgt in het zoggebied.  
b) de totaaldruk stijgt in het stuwgebied; de statische druk daalt in het zoggebied.  
c) de totaaldruk verandert nauwelijks in het stuwgebied; de statische druk daalt in het zoggebied.  
d) de statische druk verandert nauwelijks in het stuwgebied; de totaaldruk daalt in het zoggebied.

Collegestof. In deze stroming wordt binnen ons observatie-gebied geen energie aan de stroming toegevoegd. De totaaldruk kan dus alleen maar dalen langs een stroomlijn. In het stuwgebied zijn er feitelijk nauwelijks verliezen: de snelheid neemt af; de (statische) druk neemt toe. In het zog zijn de stroomsnelheden laag, en is ook de statische druk laag; en zelfs lager dan ver van de cilinder vandaan. De combinatie (hoge druk vóór de cilinder, lage er achter) leidt tot de grote weerstand. **antwoord c**.

**Vraag 4:** Onbekende gassen stromen stationair door het onder geschetste T-stuk. Bepaal aan de hand van de aangegeven waarden het gasvolumedebiet  $Q_2$  gas in inlaat 2 in  $\text{m}^3/\text{s}$ . De druk mag overal als atmosferisch beschouwd worden.

	1	2	3
Q ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	0.12	?	0.26
T (K)	300	800	400
$\rho$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	1.8	0.4	1.2

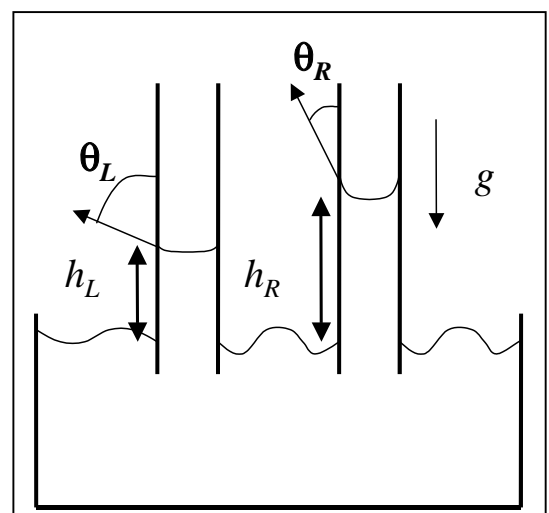


- a) 0.140                      b) 0.188  
c) 0.190                     d) 0.240

Hier geldt in ieder geval de massabalans. Daarmee  $m_2 = m_3 - m_1 = \rho_3 Q_3 - \rho_1 Q_1 = 0.096 \text{ kg/s}$ . Delen door de dichtheid van de ingaande massastroom 2 levert z'n volumedebiet. **Antwoord d**.

**Vraag 5:** In een bakje water van oppervlaktespanning  $\sigma = 0.07 \text{ N/m}$  steken twee capillaire buisjes van  $0.15 \text{ mm}$  diameter. De rechter buis is van glas, waarin water een contacthoek heeft van  $30$  graden. De linker buis is van plexiglas, met een contacthoek van  $70$  graden. Leidt af hoeveel een vloeistof stijgt in een capillair, en bepaal daaruit wat het hoogteverschil  $h_R - h_L$  tussen de twee niveaus **in mm** wordt?

- a) 84                         b) 100  
c) 190                      d) 230



De wand trekt de vloeistof omhoog, volgens  $F_{op} = \pi D \cdot \cos \theta \cdot \sigma$  De uitgeoefende druk op het oppervlak is  $F/A = \Delta P = \pi D \cdot \cos \theta \cdot \sigma / (\pi D^2/4) = 4 \cos \theta \cdot \sigma / D$ , wat in combinatie met hydrostatische druk leidt tot de 'capillaire stijgingsformule';

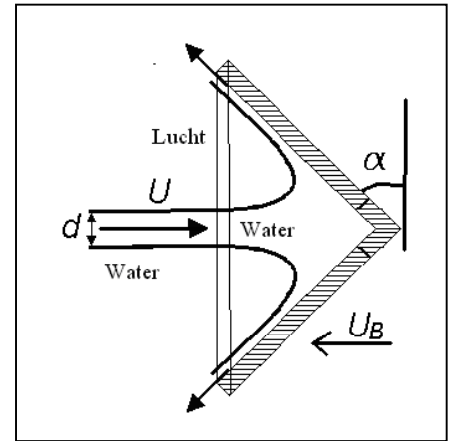
$\Delta P = 4 \cos \theta \cdot \sigma / D = \rho g \Delta h \rightarrow \Delta h = 4 \cos \theta \cdot \sigma / \rho g D$  Voor twee buisjes vinden we dus

$$\Delta h = (4 \cdot \sigma / \rho g D) \cdot (\cos \theta_L - \cos \theta_R) \quad \text{Antwoord b.}$$

**Vraag 6:** Je spuit met een tuinslang water naar je breortje. Het water stroomt als een horizontale straal met een diameter van  $d = 5$  mm en een snelheid van  $U = 15$  m/s. Je breortje vangt deze straal op in een holle kegel (waarvan de hoek  $\alpha$  zoals in de schets 50 graden bedraagt), vanwaaruit het water min of meer wrijvingsloos (axisymmetrisch) terugkaatst. Tegelijkertijd rent hij met een snelheid van  $U_B = 4$  m/s naar jou toe. Hoe groot is de kracht in N die hij op het schaalteje moet uitoefenen?

Je mag de zwaartekracht in deze som verwaarlozen.

- |    |      |    |      |
|----|------|----|------|
| a) | 10.5 | b) | 11.2 |
| c) | 11.6 | d) | 12.5 |



Een impulsbalans:  $F_x = \rho A V^2 \cdot (1 + \sin(\alpha))$ , waarbij  $V$  de relatieve snelheid is.  
= 12.5 N. antwoord d.

**Vraag 7:** De eerste gemeentelijke waterleiding van Delft voerde water aan uit Monster (op 14 km afstand van Delft) door een buis van diameter 0.4 m en wandruwheid 0.8 mm. De waterdruk werd geleverd door een watertoren met een waterniveau van maar liefst 34 m boven NAP. De waterdruk in Delft was uiteraard nogal afhankelijk van het gebruik van de Delftse bewoners. Bij welke capaciteit in l/s daalde de waterdruk in Delft (op de begane grond, op 0 m boven NAP) tot slechts 0.5 bar (gauge, dus overdruk)? Je mag kleine verliezen hier verwaarlozen.

- |    |    |    |     |    |     |    |     |
|----|----|----|-----|----|-----|----|-----|
| a) | 93 | b) | 103 | c) | 113 | d) | 136 |
|----|----|----|-----|----|-----|----|-----|

We maken uiteraard een energiebalans...

$$(p_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho g z_1) - (p_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g z_2) = \frac{1}{2} \rho V^2 (f \cdot L / d + \sum K_i)$$

De hint volgend kies ik voor in- en uitstroomrand:

- Punt 1 (instroomrand) kies ik aan het vrije oppervlak (want daar geldt dat  $p = p_A$ ). De snelheid  $V_1 =$  klein, dus '0' (kleine verliezen overigens verwaarlozen).
- Punt 2 (uitstroomrand) nemen we als  $p = p_A + 0.5$  bar. De EB wordt dan:

$$(p_A + 0 + \rho g h) - (0.5e5 + 0 + \rho g \cdot 0) = \Delta p_f = \frac{1}{2} \rho V^2 L / D \cdot f$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} V^2 = (283.5 D / L) / f = 8.101 \cdot 10^{-3} / f$$

Dit verder iteratief oplossen. Neem aan  $f_1 = 0.02 \rightarrow V = 0.90$  m/s  $\rightarrow Re = 360e3$  (is zeer turbulent).

Uit Haaland voor ruwe buis ( $e/D = 2e-3$ ), of aflezen van  $f_b: f_2 = 0.025$  in volledig ruw gebied);  $V = 0.82$  m/s. En daarmee  $Q = 103$  l/s.

dus antwoord b.

**Vraag 8:** water stroomt langs een bol met een glad oppervlak. Er wordt van alles gemeten bij een constante snelheid; in eerste instantie bedraagt het Reynoldsgetal  $Re = 2 \cdot 10^5$ . Dan wordt het water flink verwarmd, waardoor de viscositeit fors daalt, en het Reynoldsgetal dusdanig hoger wordt dat we de 'drag crisis' ruim overschrijden.

Welke uitspraak hieronder is waar:

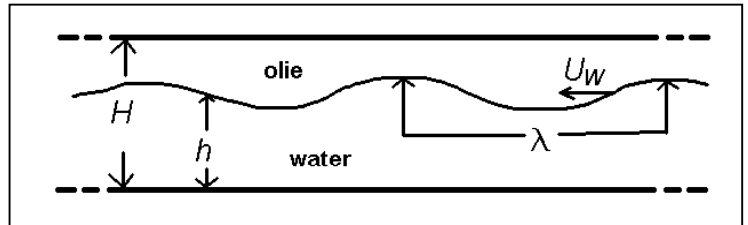
- a) vóór de ‘drag crisis’ is de wrijvingsweerstand veel hoger dan erná.
- b) ná de ‘drag crisis’ daalt de vormweerstand sterk.
- c) in beide gevallen is de vormweerstand veel lager dan de wrijvingsweerstand.
- d) vóór de ‘drag crisis’ is het zog laminair, erná turbulent.

Collegestof. [antwoord b.](#)

**Vraag 9:** Beschouw een horizontaal zeer uitgestrekte bak van hoogte  $H$ , die tot een hoogte  $h$  gevuld is met water, met daar bovenop een laag olie. Op het grensvlak tussen de twee vloeistoffen kunnen we ‘interne’ golven maken. De snelheid van deze golven  $U_{Wave}$  blijkt af te hangen van de twee dichtheden  $\rho_w$  en  $\rho_o$ , van de grensvlakspanning tussen de twee media  $\sigma$ , van de zwaartekrachtsversnelling  $g$  en van de golflengte  $\lambda$  van de golven.

Deze voortplantingssnelheid kan dimensieloos gemaakt worden. Van hoeveel andere dimensieloze parameters zal deze dimensieloze snelheid afhangen?

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 8

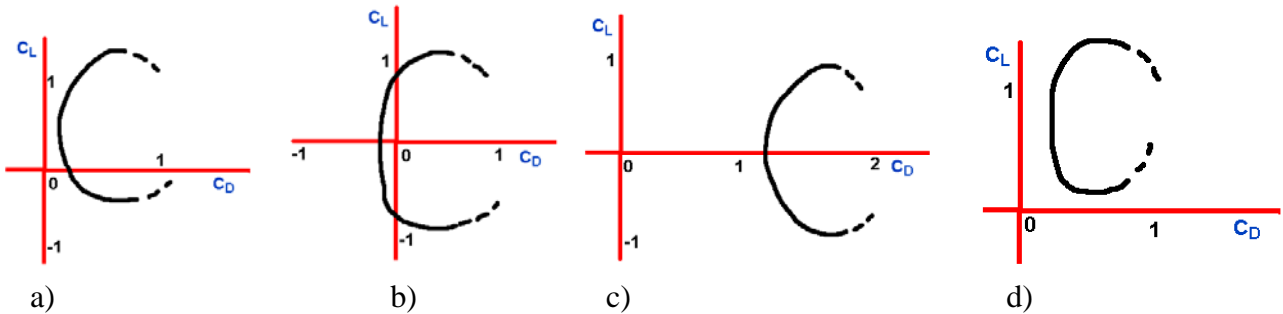


De snelheid hangt af van zeven andere

parameters. In totaal dus 8. Met 3 basisdimensies (kg, m, s). Daarmee dus  $8-3 = 5$  Pi-parameters;

bijvoorbeeld  $U_w / (\rho_w g \lambda) = f(\rho_o / \rho_w, h/H, \lambda/H, \sigma / \rho_w g H^2)$ . Het juiste antwoord is dus [antwoord a.](#)

**Vraag 10:** In een windtunnel wordt van een verder onbekend vleugelprofiel een krachtpolaire gemeten. Hieronder is een aantal polaires geschetst. Welke hiervan is realistisch, m.a.w. zou je evt. aan kunnen treffen?

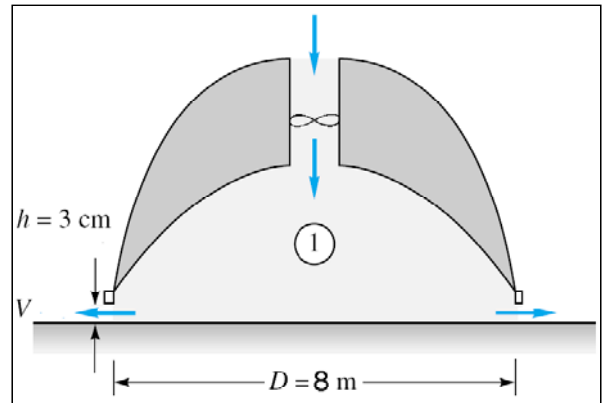


[antwoord a.](#)

## Deel 2: 30 punten

### Opgave 21: 15 punten

Een hovercraft ziet er uit zoals rechts aangegeven: De pomp of ventilator bovenin pompt lucht onder het 'kussen'; deze lucht ontsnapt door de spleet onder de 'rok' langs de omtrek. Onze Hovercraft is rond (cirkelvormig) met een diameter van 8 meter, en heeft een massa van 5000 kg. De spleethoogte  $h$  wordt natuurlijk door de ondergrond/terreinruwheid bepaald; hier bedraagt deze gemiddeld 3 cm.



- a) (3) Bepaal de benodigde lucht(over)druk in de kamer (1). Je mag hierbij impulsinstroom aan de bovenkant verwaarlozen. Uw antwoord dient van orde grootte 1 kPa te zijn.

Gewicht is 5 ton; druk is kracht/opp. =  $5000 \cdot 9.81 / (\pi/4 \cdot 8^2) = \underline{975 \text{ Pa}}$ .

Stroming bij benadering wrijvingsloos; bij de uitstromingen zijn de twee 'jets' weer parallel; en overall in contact met de atmosfeer, dus is de druk gelijk aan die in de inkomende straal. Behoud van energie ('Bernoulli') zegt dat de kinetische energie dus behouden blijft. QED.

- b) (8) Door de heersende overdruk ontsnapt er voortdurend lucht door de spleet rondom. Bepaal de uitstroomsnelheid  $V$  hiervan onder verwaarlozing van viskeuze effecten. Geef hierbij duidelijk aan welke aannames u heeft gemaakt, en waarom deze hier geldig zijn.
- Beargumenteer en laat kwantitatief zien dat verwaarlozing van viscositeit geoorloofd is.
  - Bepaal ook het totale volumedebiet.
  - Als de ventilator een rendement heeft van 70% bepaal dan het vermogen dat nodig is om de Hovercraft in de lucht te houden.

Stroming bij benadering wrijvingsloos; drukdaling in spleet door versnelling lucht. Uit energiebalans, of met wet van Bernoulli:  $\Delta p = \frac{1}{2} \rho V^2 \rightarrow V = \sqrt{2\Delta p / \rho} = \underline{40.3 \text{ m/s}}$ .

Reynolds spleet =  $8e4$ ; zeer groot, dus ver van 'ontwikkelde viskeuze stroming'. Daar zijn wel  $50 h = 150 \text{ cm}$  voor nodig. Zo breed is die lip aan de onderkant bij lange na niet.

Als de instroom naar de lip verliesvrij is geldt  $Q = A \cdot U = h \cdot \pi D \cdot U = \underline{30.4 \text{ m}^3/\text{s}}$ .

Vermogen van de motor is:  $Power = Q\Delta P / \eta = \underline{42.4 \text{ kWatt}}$ . Een benzinemotor van bijvoorbeeld een Peugeot 107 of een Fiat 600.

- c) (5) Schets met enige zorgvuldigheid in twee aparte schetsen de luchtstroom:
- In de kamer (1).
  - Hoe deze de spleet in en weer uitstroomt.
- Geef in uw schets aandacht aan zaken die voor stromingsleer relevant zijn.

## Opgave 22: 15 punten

Hoever plast Manneke Pis? We gaan dat onderzoeken aan de hand van onze basisvergelijkingen...

Een vloeistof stroomt met een volledig ontwikkeld parabolisch snelheidsprofiel  $u(r)$  uit een buis van radius (halve diameter)  $R$ . Het snelheidsprofiel luidt:

$u(r) = U_C \cdot \left(1 - (r/R)^2\right)$ , waarin  $U_C$  de snelheid in het midden van de buis (centreline snelheid) is.



- a) (7) Bepaal bij de uitstroom van de buis de volumestroom  $Q$ , de gemiddelde snelheid  $U$ , en de impulsstroom  $I_x$ .

$$Q = \int_0^R u(r) \cdot 2\pi r \cdot dr = 2\pi U_C \cdot \int_0^R \left(1 - (r/R)^2\right) \cdot r \cdot dr = 2\pi U_C \cdot \int_0^R r - r^3/R^2 dr$$

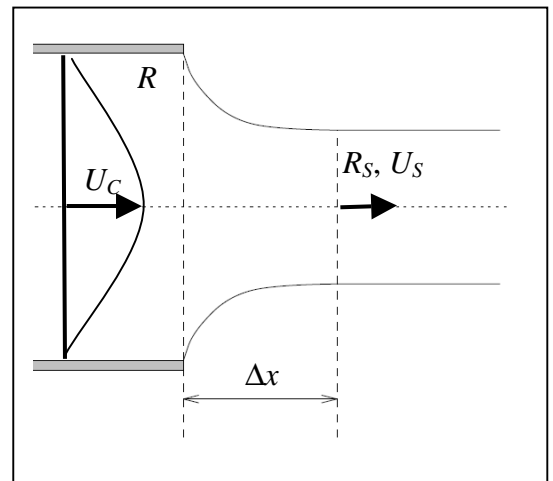
$$= 2\pi U_C \cdot \left(\frac{1}{2}R^2 - \frac{1}{4}R^2\right) = \frac{1}{2}\pi U_C R^2 \rightarrow U = Q/\pi R^2 = \frac{1}{2}U_C$$

$$I_x/\rho = \int_0^R u^2(r) \cdot 2\pi r \cdot dr = 2\pi U_C^2 \cdot \int_0^R \left(1 - (r/R)^2\right)^2 \cdot r \cdot dr$$

$$= 2\pi U_C^2 \cdot \int_0^R r - 2r^3/R^2 + r^5/R^4 dr$$

$$= 2\pi U_C^2 \cdot \left(\frac{1}{2}R^2 - \frac{2}{4}R^2 + \frac{1}{6}R^2\right) = \frac{2}{6}U_C^2 \cdot \pi R^2 = \frac{4}{3}U^2 \cdot \pi R^2$$

In een vrij kort gebied  $\Delta x$  na de uitstroom verdwijnt het parabolisch profiel door viskeuze effecten uit de stroming, en wordt het een vlak snelheidsprofiel. Dit is de straal vloeistof die we zien, van snelheid  $U_S$  en radius  $R_S$ .



- b) (4) Wanneer we als controlevolume het gebied tussen de twee stippellijnen beschouwen, beargumenteer dan dat door beide vlakken zowel de volumestroom als de impulsstroom gelijk moeten zijn.

- Volumestroom uit massanbehoud bij constante dichtheid.

- Impulsstroom: er werken geen krachten op de wand van het CV; de stroming is stationair -> ingaande en uitgaande impulsstroom identiek.

- c) (4) Met het gegeven uit b) bepaal de snelheid en de radius van de straal.

- Voor een waarde van  $U_C = 6$  m/s, en perfect horizontale uitstroom, bepaal hoever het Manneke piest als zijn straal 1 meter kan vallen:

- i. met de snelheid uit opgave a), en
- ii. hoeveel verder hij komt met de snelheid  $U_S$ .

2 vgl, 2 onbekenden, dus gewoon oplossen:

$$\frac{4}{3}U^2 \cdot \pi R^2 = U_S^2 \cdot \pi R_S^2 \cap U \cdot \pi R^2 = U_S \cdot \pi R_S^2$$

$$\rightarrow \frac{4}{3}U^2 R^2 = U_S^2 R_S^2 \cap UR^2 = U_S R_S^2$$

$$\rightarrow \frac{4}{3}UU_S R_S^2 = U_S^2 R_S^2 \rightarrow U_S = \frac{4}{3}U \cap R_S^2 = \frac{3}{4}R^2$$

$Z = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{2z/g} = 0.45$  s.. Afstand is u.t Voor geval i is dat (met  $U = 3$  m/s) 1.35 m. Voor geval ii krijgen we  $U_S = 4/3 * U = 4$  m/s; wordt 1.8 m, toch wel een stukkie verder dus...