

Dit tentamen bestaat uit twee delen: deel I bestaat uit 7 meerkeuzevragen en deel II bestaat uit twee open vragen.

Deel I staat voor 40% van uw eindcijfer. Deel I invullen op het bijgeleverde formulier. **Let op: de invulvakjes staan niet in volgorde a, b, c, d!** Er is telkens één antwoord goed.

Deel II staat voor 60% van uw eindcijfer. Op elk ingeleverde vel uw naam en studienummer invullen, en op het voorblad het totaal aantal ingeleverde vellen.

Dit is een gesloten boek tentamen. Er mogen geen boeken, kopieën van sheets, of een eigen formuleblad worden gebruikt. Een formuleblad is bij dit tentamen gevoegd. Geen mobiele telefoons en dergelijk op tafel; u dient deze uit te zetten en op te bergen.

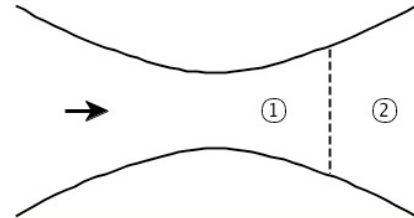
Tenzij anders staat vermeld geldt:

- voor water een dichtheid $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ en een dynamische viscositeit $\mu = 0,0010 \text{ Pa s}$;
- voor lucht een dichtheid $\rho = 1,20 \text{ kg/m}^3$ en een dynamische viscositeit $\mu = 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$, en een gasconstante $R = 287 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ en een adiabatische constante $\kappa = 1.4$;
- een zwaartekrachtversnelling $g = 9,8 \text{ m/s}^2$;
- een atmosferische druk van $p_a = 100 \text{ kPa}$.

MEERKEUZEVRAGEN

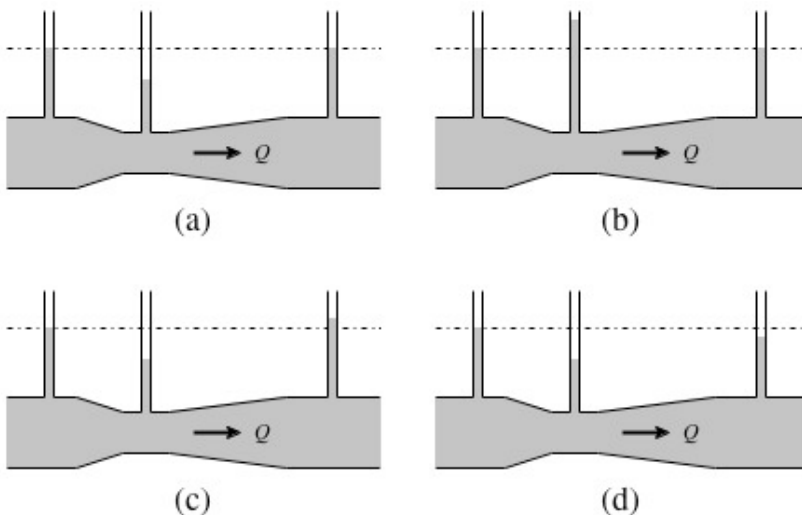
1. Beschouw de stroming van een samendrukbaar gas door een convergent-divergent kanaal (zie diagram). De onderbroken lijn geeft de positie aan van een rechte schokgolf.

Welke van de onderstaande beweringen voor het Mach getal (Ma) en de dichtheid (ρ) in posities (1) en (2) is waar:

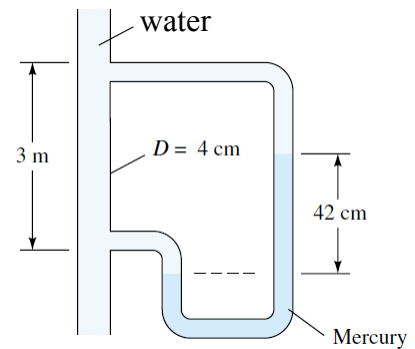


- (a) $Ma_1 > Ma_2$ en $\rho_1 > \rho_2$
- (b) $Ma_1 > Ma_2$ en $\rho_1 < \rho_2$
- (c) $Ma_1 < Ma_2$ en $\rho_1 > \rho_2$
- (d) $Ma_1 < Ma_2$ en $\rho_1 < \rho_2$

2. Welke van deze vier situaties is correct?

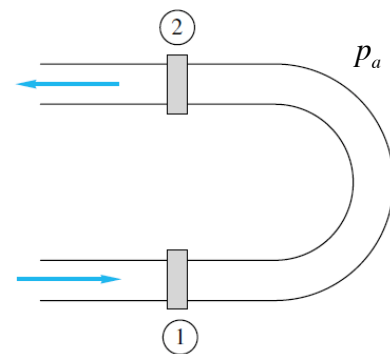


3. Water stroomt turbulent door een verticale ronde buis met een binnendiameter van 4 cm; zie bijgaande figuur. Met een kwikmanometer wordt een hoogteverschil van 41,3 cm afgelezen tussen twee meetpunten die 3 meter uit elkaar liggen. De dichtheid van kwik is $13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. De gemiddelde snelheid van het water door de buis is:



- (a) 6,1 m/s
- (b) 6,6 m/s
- (c) 10,0 m/s
- (d) 10,5 m/s

4. Water stroomt door een buis met een binnendiameter van 5 cm door een 180-graden bocht; zie bijgaande figuur. De totale lengte van buis tussen flenzen 1 en 2 is 75 cm. De massastroom door de buis is 25 kg/s. De absolute drukken bij 1 en 2 zijn respectievelijk 165 kPa en 134 kPa.



Wat is de totale horizontale kracht die de flenzen samen moeten kunnen weerstaan voor deze stroming? (Negeer de verticale kracht ten gevolge van het gewicht van de buis en van de vloeistof.)

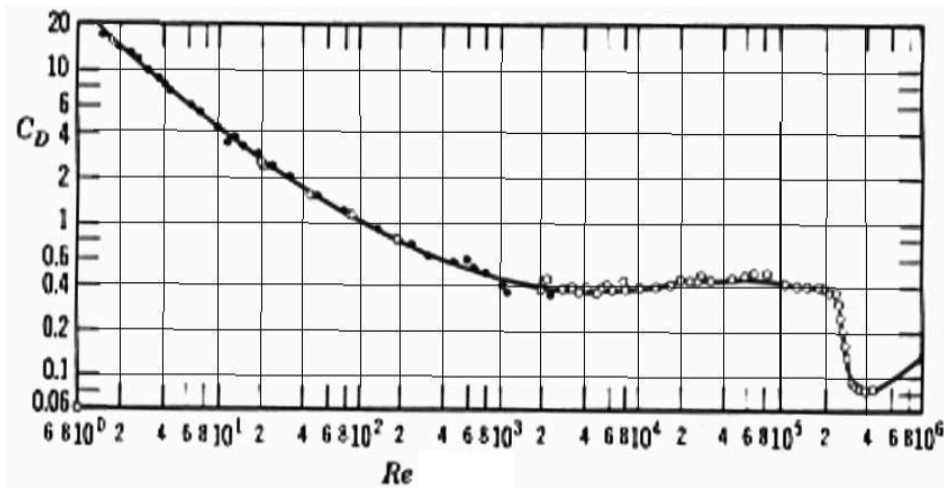
- (a) 576 N
- (b) 697 N
- (c) 831 N
- (d) 1224 N

5. Het dimensieloze Galileo-getal geeft het effect van zwaartekracht ten opzichte van viskeuze krachten weer, en bevat de dichtheid ρ , de zwaartekrachtversnelling g , een lengteschaal L , en de dynamische viscositeit μ .

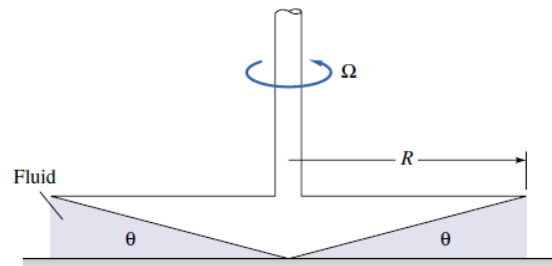
Wat is de correcte uitdrukking voor het Galileo-getal?

- (a) $Ga = \rho^2 g L^3 / \mu^2$
- (b) $Ga = \rho g L^2 / \mu^2$
- (c) $Ga = \rho^2 g L / \mu^2$
- (d) $Ga = \rho^2 g^2 L / \mu^2$

6. Een bolvormige regendruppel met een diameter van 5 mm valt met een constante snelheid door lucht naar beneden. Wat is de snelheid van de druppel? Gebruik hiervoor het onderstaande diagram voor de weerstandscoefficient C_D van een bol als een functie van het Reynoldsgetal Re .



- (a) 5,2 m/s
 (b) 5,8 m/s
 (c) 7,4 m/s
 (d) 11,7 m/s
7. Het afgebeelde apparaat is een *conische-plaat rheometer*. Deze bestaat uit een ronde conische schijf met een kleine hoek θ (zodat $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$). Tussen de conische schijf en een vlakke plaat bevindt zich een vloeistof. Het koppel M wordt gemeten bij een hoeksnelheid Ω . De conische schijf heeft een straal $R = 6$ cm en hoek $\theta = 3^\circ$. Bij 600 omwentelingen per minuut wordt een koppel gemeten van $M = 0.157$ Nm.



Hoe groot is de viscositeit van de vloeistof?

- (a) $\mu = 0,289$ Pa s
 (b) $\mu = 0,606$ Pa s
 (c) $\mu = 1,82$ Pa s
 (d) $\mu = 6,43$ Pa s

OPEN VRAGEN

Open vraag 1

Een dunne vlakke plaat met een lengte van 0,40 meter en een breedte van 2,0 meter wordt in stromend water geplaatst. De vrije stroomsnelheid is 5 m/s. De plaat mag als hydrodynamisch glad worden beschouwd.

a) Bereken het Reynoldsgetal voor de stroming langs de plaat.

Langs de plaat vormt zich een dunne grenslaag. De grenslaag is laminair voor $Re_x < 5 \times 10^5$. Voor grotere Re_x is de grenslaag turbulent.

b) Bereken de afstand vanaf het begin van de plaat waar de omslag van een laminaire naar een turbulente grenslaag plaats vindt. Wat is op die positie de dikte δ van de grenslaag?

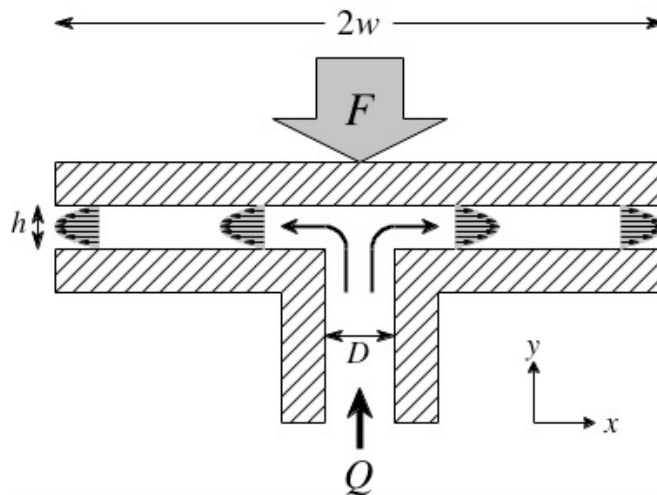
c) Maak een schets van de dikte van de grenslaag langs de plaat. Geef aan waar de grenslaag laminair en turbulent is. Geef ook aan hoe de dikte van de grenslaag groeit als functie van de afstand.

Ga er van uit dat op het transitiepunt de laminaire en de turbulente grenslaag even dik zijn.

d) Bepaal waar de oorsprong van de turbulente grenslaag zou liggen om op het transitiepunt dezelfde dikte te hebben als de laminaire grenslaag. Met andere woorden, bepaal hoe ver dit punt voor het transitiepunt ligt. Dit punt noemen we de ‘virtuele oorsprong’ van de turbulente grenslaag.

e) Wat is op het transitiepunt de overeenkomstige Re_x voor de *turbulente* grenslaag, uitgaande van de virtuele oorsprong? Bereken de totale weerstandskracht (‘drag’) op de plaat.

f) Hierboven zijn we er van uitgegaan dat op het transitiepunt de grenslaagdikte δ van de laminaire en turbulente grenslagen aan elkaar gelijk zijn. Dit is formeel niet correct. Geef aan waarom dat zo is (hint: beschouw de impulsbalans op het transitiepunt).



Open vraag 2

Onder een vlakke plaat met een breedte $2w$ en een lengte $b \gg w$ wordt een viskeuze olie gepompt. De olie heeft een viscositeit $\mu = 0.100 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ en een dichtheid $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$. De olie stroomt door een nauwe spleet met een hoogte $h < D$ tussen twee horizontale platen. De stroming tussen de platen mag overal als een volledig ontwikkelde laminaire stroming worden beschouwd (d.w.z., verwaarloos de instroom-effecten rondom de opening in de onderste plaat). Gegeven is dat $w \ll b$, waarbij b de afmeting is van de plaat in de diepte van de afbeelding (d.w.z., er vindt geen stroming plaats in de richting normaal op het vlak van de afbeelding). Op de bovenste plaat wordt een kracht F uitgeoefend.

- Gegeven is dat de stroming in de horizontale spleet laminair blijft bij een Reynoldsgetal kleiner dan 2000. Bepaal de maximale massastroom per lengte door de verticale spleet.
- Voor een laminaire stroming heeft het snelheidsprofiel $V(y)$ de vorm van een parabool: $V(y) = G \cdot y(h - y)$. Leid een uitdrukking af voor de constante G als functie van de volumestroom Q door de verticale spleet. Welke balans heb je hiervoor gebruikt?
- Bepaal een uitdrukking voor de drukgradiënt in de horizontale spleet op basis van een impulsbalans, als functie van de volumestroom Q . Teken het verloop van de druk in de vloeistof tussen de twee horizontale platen

De breedte van de plaat is $2w = 10 \text{ cm}$ en de lengte is $b = 1 \text{ m}$.

- Bepaal een uitdrukking voor de hoogte h van de spleet tussen de twee horizontale platen bij een gegeven kracht F en volumestroom Q . Bereken h voor $F = 100 \text{ N}$ en $Q = 1 \text{ liter/minuut}$.

FORMULEBLAD

Reynoldsgetal: $Re_L = \frac{\rho VL}{\mu}$ Froudegetal: $Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}}$ Machgetal: $Ma = \frac{V}{a}$

waarin ρ de dichtheid is, V de snelheid, d een karakteristieke afmeting, V de snelheid, g de zwaartekrachtversnelling, a de geluidssnelheid, en:

dynamische viscositeit: μ [Pa s]
 kinematische viscositeit: ν [m²/s], $\nu = \mu / \rho$,
 schuifspanning: $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$

Eigenschappen van een cirkel met straal R : oppervlak: $A = \pi R^2$; omtrek: $O = 2\pi R$

Eigenschappen van een bol met straal R : totaal oppervlak: $S = 4\pi R^2$; volume: $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$

Weerstandscoefficiënt: $C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$

waarin D de weerstandskracht, ρ de dichtheid van het fluïdum [kg/m³], V de karakteristieke snelheid [m/s], en A een karakteristiek oppervlak [m²] (d.w.z. het contactoppervlak of het aanstroomoppervlak).

Vergelijking van Bernoulli (zonder verliezen): $p + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho gz = \text{constant}$

waarin p de druk is, en z de hoogte (ten opzichte van een referentiehoogte)

Energie-vergelijking voor pijp- en kanaalstromingen met verliezen:

$$\left(p + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho gz\right)_1 - \left(p + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho gz\right)_2 = \sum_i \left(K_i + f_i \frac{L_i}{d_i}\right) \frac{1}{2}\rho V_i^2$$

voor een *gladde* ronde buis geldt:

laminair: $f = \frac{64}{Re_D}$ $\Delta p = \frac{128\mu L}{\pi D^4} Q$

turbulent: $f = \begin{cases} 0,316 Re_D^{-1/4} & 4000 < Re < 10^5 \\ [1,8 \log(Re_D / 6,9)]^{-2} & \end{cases}$

grenslagen:

verdringingsdikte: $\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$ impulsverliesdikte: $\theta = \int_0^\infty \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$

waarin $u(y)$ het snelheidsprofiel in de grenslaag is, $U(x)$ de vrije stroomsnelheid buiten de grenslaag, δ de grenslaagdikte (meestal de afstand y waar u gelijk is aan $0,99U$).

weerstandscoefficiënt: $c_D = \frac{2}{\rho U^2 L} \int_0^L \tau_w(x) dx$, waarin $\tau_w(x)$ de wandschuifspanning is.

Grenslaagdikte en weerstandscoefficiënt voor $U(x) = \text{constant}$:

laminair: $\frac{\delta}{x} = \frac{5,48}{\sqrt{Re_x}}$; $c_D = \frac{1,46}{\sqrt{Re_L}}$ turbulent: $\frac{\delta}{x} = \frac{0,16}{Re_x^{1/7}}$; $c_D = \frac{0,031}{Re_L^{1/7}}$