

THERMODYNAMICA 2
(WB1224)

24 januari 2012
14.00 - 17.00 u.

AANWIJZINGEN

Het tentamen bestaat uit drie open vragen op 10 bladzijden.

Het tentamen is een **GESLOTEN BOEK** tentamen. Dit betekent dat tijdens het tentamen uitsluitend het uitgereikte formuleblad mag worden geraadpleegd. Gebruik van aantekeningen of andere hulpmiddelen (zoals een eigen formuleblad) is *niet* toegestaan. Gebruik van een (niet programmeerbaar) rekenapparaat is wel toegestaan.

Elke opgave moet op een afzonderlijk blad worden ingeleverd.

Zorg er voor dat het ingeleverde werk (elk blad afzonderlijk) is voorzien van naam en studienummer.

Schrijf leesbaar. Als we uw handschrift niet kunnen lezen, kunnen we uw uitwerking ook niet goed rekenen.

Zorg ervoor dat bij het inleveren alle bladen in elkaar zijn gevouwen.

Gebruik bij het beantwoorden van de vragen een zwarte of blauwe pen. Het gebruik van een rode pen en/of potlood is niet toegestaan.

Geef bij het beantwoorden van de vragen zo duidelijk mogelijk aan hoe het antwoord is verkregen: laat zien welke relaties zijn gebruikt en waar deze relaties op zijn gebaseerd.

Vermeld bij de uitkomsten de eenheden en kijk of de gevonden waarden realistisch zijn. Zo niet, geef aan waarom.

OPGAVE 1

Voor vloeibaar water bij 298K en 1 bar zijn de volgende gegevens beschikbaar:

- de isobare uitzettingscoëfficiënt $\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{p,N} = 256 * 10^{-6} K^{-1}$
- de isotherme compressibiliteit $\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_{T,N} = 46 * 10^{-6} \text{ bar}^{-1}$
- het specifieke volume bij 298K en 1 bar = $1.003 \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1}$.

Een druk van 1 bar is gelijk aan 10^5 Pa. De waarden van κ en β voor vloeibaar water hangen bij benadering niet af van druk en temperatuur.

- (a) Bereken met behulp van bovenstaande gegevens het specifieke volume (in $\text{cm}^3 \text{ g}^{-1}$) van vloeibaar water bij 298K en 100 bar.
- (b) Leid af dat $\left(\frac{\partial u}{\partial p} \right)_{T,N} = v[\kappa p - \beta T]$
- (c) Bereken met behulp van bovenstaande gegevens de waarde van de grootheid $\left(\frac{\partial u}{\partial p} \right)_{T,N}$ voor vloeibaar water bij 298K en 1 bar. Let op de juiste eenheden.

1 gram vloeibaar water bevindt zich in een volume van 1.003 cm^3 bij 298K en 1 bar. Bij een constant volume wordt het water langzaam verwarmd.

- (d) Bereken de arbeid van dit proces.
- (e) Maak met behulp van bovenstaande gegevens een slimme schatting van de druk (in bar) op het moment dat de temperatuur van het water 299K is geworden
- (f) Om de benodigde warmte voor dit proces uit te kunnen rekenen moeten we de waarde van nog een (meetbare) thermodynamische grootheid (van water) kennen. Welke (meetbare) grootheid is dit? Geef een korte uitleg.

OPGAVE 2

Het kookpunt van vloeibaar water is afhankelijk van de druk. Bij benadering wordt de drukafhankelijkheid van het kookpunt van water beschreven door:

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{\Delta_{gl}h}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

Hierin is $\Delta_{gl}h$ het verschil in enthalpie tussen vloeibaar water en waterdamp. R is de gasconstante. T_1 is het kookpunt (in K) bij een druk p_1 , en T_2 is het kookpunt (in K) bij een druk p_2 .

- (a) De bovenstaande vergelijking is niet exact maar is gebaseerd op een aantal aannames. Leg kort uit wat deze aannames zijn.
- (b) De smeltemperatuur van ijs (naar vloeibaar water) hangt in principe ook af van de druk. Deze drukafhankelijkheid is veel minder sterk dan de drukafhankelijkheid van de kooktemperatuur van vloeibaar water. Leg kort uit waarom.

OPGAVE 3

Een industriële warmtepomp wordt gebruikt in een installatie om hout te drogen. Uit een waterstroom die het systeem verlaat met een temperatuur van 20°C wordt warmte teruggewonnen om het ruwe materiaal te drogen, zie onderstaande figuur 1. Deze waterstroom heeft een druk van 5 bar en er is geen drukverlies.

De warmtepompcyclus gebruikt R245fa als werkmedium. Het voert als belangrijkste product een warmtestroom naar de droogkamer, die op een constante temperatuur van 60°C (te beschouwen als een warmtereservoir van constante temperatuur) wordt gehouden. Het schema van de beschouwde installatie is weergegeven in figuur 1.

De twee drukniveaus waartussen de thermodynamische cyclus plaatsvindt, zijn gegeven in onderstaande lijst (p_{boiler} , p_{cond}) en alle drukverliezen in het systeem kunnen worden verwaarloosd. Het medium is een oververhitte damp aan de inlaat van de compressor, waarvan het inwendig rendement ($\eta_{\text{s,comp}}$) is gegeven.

Gegevens:

werkmedium

verdamperdruk

inlaattemperatuur compressor

condensordruk

isentrop compressorrendement

massastroom water (warmtebron)

inlaattemperatuur water

uitlaattemperatuur water

druk van het water

temperatuur van de droogkamer

Omgevingsdefinitie voor exergieberekeningen:

R245fa

$p_{\text{boiler}} = 0.8 \text{ bar}$

$T_{\text{in,comp}} = 10^{\circ}\text{C}$

$p_{\text{cond}} = 5 \text{ bar}$

$\eta_{\text{s,comp}} = 0.70$

$\dot{m} = \dot{m}_5 = 100 \text{ kg/s}$

$T_5 = 20^{\circ}\text{C}$

$T_6 = 15^{\circ}\text{C}$

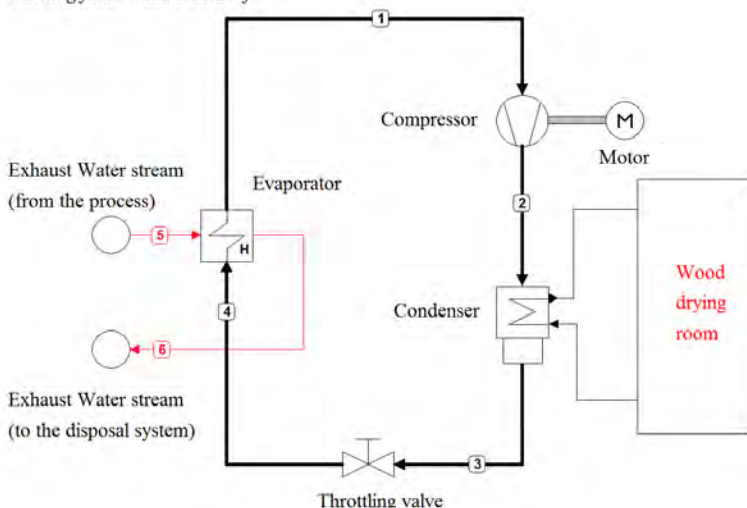
$p_5 = p_6 = 5 \text{ bar}$

$T_{\text{DK}} = 60^{\circ}\text{C}$

$T_0 = 10^{\circ}\text{C}$, $p_0 = 1.013 \text{ bar}$

Heat Pump

Working fluid: StanMix R245fa



Figuur 1: Processchema van de industriële warmtepomp. Nummers 1,2,3,4,5,6 verwijzen naar de bovenstaande gegevens.

Beantwoord de volgende vragen:

- (a) Schets de thermodynamische cyclus in het bijgevoegde T - s -diagram (figuur 2)
- (b) Bepaal de toestandsgrootheden p , T , h , s van de thermische cyclus (1, 2, 3, 4) inclusief de massastromen, gebruikmakend van de toestandsgrootheden zoals gegeven in tabel 1 voor de vloeistof en dampfasen (deze gegevens zijn niet geordend!). Neem deze tabel over, vul hem aan en plaats de resultaten in de juiste volgorde. De toestanden moeten overeenkomen met de nummering in figuur 1, afgezien van het punt na isentropische compressie; geef dit aan als punt 2_{IS} . De twee overige punten (5 en 6) hebben betrekking op het water. Gebruik het bijgevoegde T - s -diagram in figuur 2 om de toestandsgrootheden in de betreffende posities kwalitatief aan te geven. Maak gebruik van de waarden voor verzadigingstoestanden in tabel 2 voor het bepalen van de numerieke waarden van de toestandsgrootheden. Geef voor de dampkwaliteit aan of $0 < x < 1$ (schrijf '2f') of niet bepaald (schrijf: 'nb') als p en T onafhankelijk van elkaar zijn. Gebruik waar nodig de definitie van het isentropisch rendement en pas de energiebalans voor open systemen toe.
- (c) Geef voor ieder punt in het schema aan welke vergelijking is toegepast om de thermodynamische waarden te verkrijgen. Geef ook de **property function** aan die je moet gebruiken om de gewenste thermodynamische grootheid te bepalen.

Bijvoorbeeld:

Proces: expansie van hete lucht (1300°C) bij een druk van 15 bar in een gasturbine

Te bepalen toestand: uitlaat van de turbine

Gegevens: T_{in} (inlaattemperatuur turbine), p_{in} (inlaatdruk turbine), p_{out} (uitlaatdruk turbine), $\eta_{s,turb}$ (isentropisch rendement van de turbine)

$$h_{in} = h_{in}(p_{in}, T_{in})$$

$$s_{in} = s_{in}(p_{in}, T_{in})$$

$$h_{out,s} = h_{out,s}(p_{out}, s=s_{in})$$

$$h_{out} = h_{in} - \eta_{s,turb} (h_{in} - h_{out,s})$$

$$s_{out} = s_{out}(p_{out}, h_{out})$$

$$w_{comp} = h_{out} - h_{in}$$

- (d) Bepaal de COP van het systeem, het vermogen dat aan het systeem moet worden toegevoerd, de warmtestroom naar de verdamper, en de warmtestroom die de condensor verlaat.
- (e) Bepaal de exergie verliezen in de condensor en in de smoorklep (throttle-valve). Geef de exergiebalans waarmee de waarden van de exergie verliezen zijn bepaald duidelijk weer. Bespreek het resultaat en verklaar OF en HOE het verschil uitmaakt om een andere machine toe te passen om de grootste exergie verliezen van 2 componenten te verminderen.
- (f) Bepaal het exergetisch rendement van het systeem (COP II), en licht dit kort toe. Maak gebruik van de definitie van de equivalente thermodynamische temperatuur.

Tabel 1: Toestandsgrootheden voor vloeistof en damp in de aangegeven punten (nummers)

Punt	Medium	\dot{m} [kg/s]	p [bar]	T [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg.K]	x [-]
	r245fa		0.8			-0.485	0.36
	r245fa		5.0	68.65		0.008	
	water	100	5.0	15	63.46	0.224	nd
	r245fa		5.0		18.07		
	water	100	5.0	20	84.38	0.296	nd
	r245fa						0
	r245fa		0.8	10	-14.07	-0.033	

Table 2: Properties for saturated states of R245fa

Pressure bar	Temp. °C	Specific volume		Internal Energy		Enthalpy		Entropy	
		Liquid m3/kg	Vapor m3/kg	Liquid kJ/kg	Vapor kJ/kg	Liquid kJ/kg	Vapor kJ/kg	Liquid kJ/kg.K	Vapor kJ/kg.K
p	T	v_L	v_V	u_L	u_V	h_L	h_V	s_L	s_V
0.6	2.21	0.0007002	0.278	-221.54	-36.9	-221.50	-20.2	-0.7685	-0.0376
0.8	8.94	0.0007086	0.212	-213.27	-32.0	-213.21	-15.0	-0.7388	-0.0363
1	14.44	0.0007160	0.172	-206.42	-28.0	-206.35	-10.8	-0.7148	-0.0347
1.2	19.12	0.0007226	0.145	-200.53	-24.5	-200.44	-7.1	-0.6945	-0.0330
1.4	23.22	0.0007287	0.125	-195.31	-21.5	-195.21	-3.9	-0.6767	-0.0313
1.6	26.88	0.0007343	0.110	-190.61	-18.7	-190.49	-1.1	-0.6610	-0.0296
1.8	30.19	0.0007397	0.099	-186.32	-16.3	-186.19	1.5	-0.6467	-0.0280
2	33.23	0.0007448	0.089	-182.35	-14.0	-182.20	3.9	-0.6337	-0.0264
2.2	36.04	0.0007496	0.082	-178.66	-11.9	-178.50	6.0	-0.6217	-0.0249
2.4	38.65	0.0007543	0.075	-175.20	-9.9	-175.02	8.1	-0.6106	-0.0234
2.6	41.10	0.0007589	0.069	-171.93	-8.1	-171.74	9.9	-0.6001	-0.0220
2.8	43.41	0.0007633	0.065	-168.84	-6.4	-168.63	11.7	-0.5903	-0.0206
3	45.60	0.0007676	0.060	-165.90	-4.8	-165.67	13.4	-0.5811	-0.0193
4	55.08	0.0007877	0.046	-152.91	2.3	-152.59	20.6	-0.5409	-0.0133
5	62.88	0.0008063	0.037	-141.97	8.1	-141.57	26.4	-0.5079	-0.0081
6	69.56	0.0008241	0.031	-132.39	13.0	-131.90	31.3	-0.4797	-0.0035

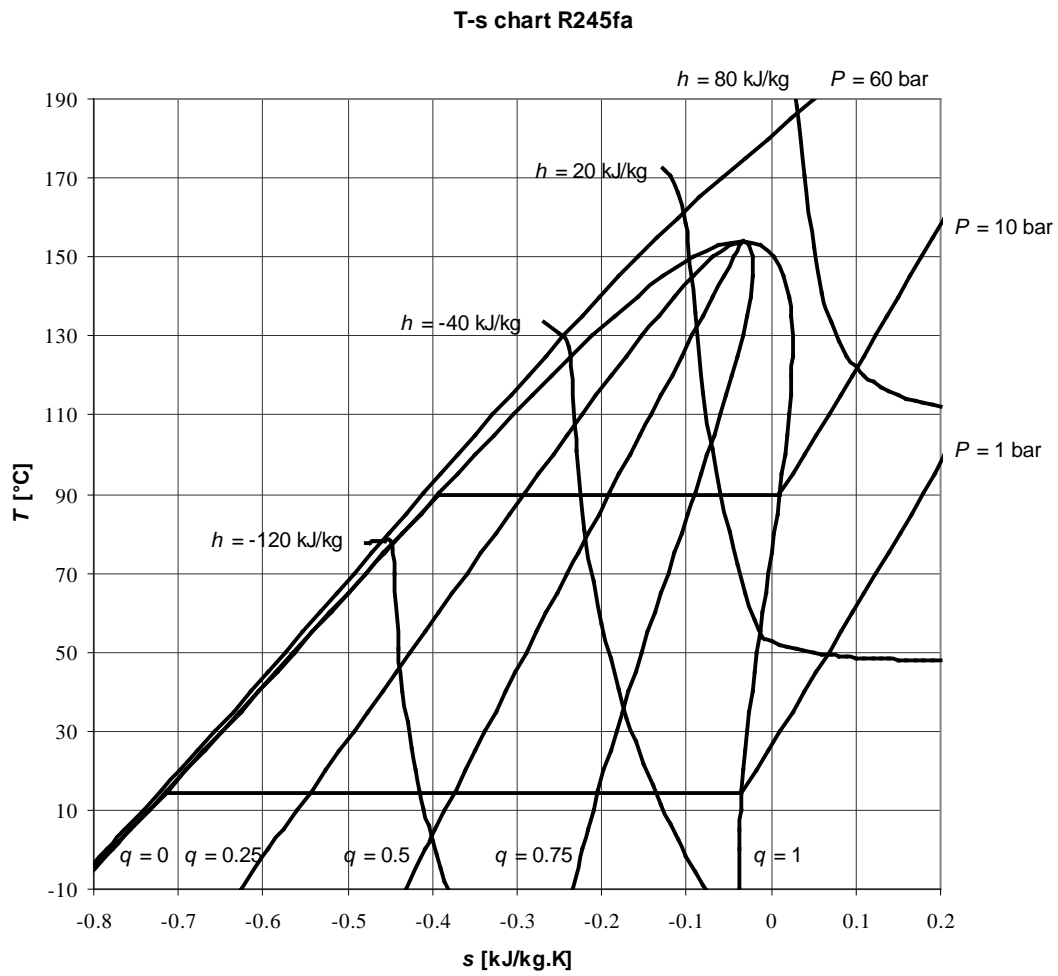


Figure 2: T-s diagram for R245fa.

Formuleblad Thermodynamica 2, versie 18-4-2011

Ideale Gaswet $pV = nRT$ en dus $pv = RT$

Constantes $R = 8.314472 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ $N_{AV} = 6.02214 \cdot 10^{23}$ moleculen/mol

1^{ste} HW gesloten systeem $dU = \delta Q - \delta W$

Reversibele arbeid $W = \int_{V_1}^{V_2} p dV$

1^{ste} HW open systeem $\frac{dE_{CV}}{dt} = \dot{Q}_{CV} - \dot{W}_{CV} - \dot{m}_2 \left(h_2 + \frac{c_2^2}{2} + gz_2 \right) + \dot{m}_1 \left(h_1 + \frac{c_1^2}{2} + gz_1 \right)$. Hierin wordt de uitgaande stroom aangeduid met "2" en de ingaande stroom met "1".

2^{de} HW gesloten systeem $dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta S$ met $\delta S \geq 0$

2^{de} HW open systeem $\frac{dS_{CV}}{dt} = \frac{\dot{Q}_{CV}}{T^{trans}} - \dot{m}_2 s_2 + \dot{m}_1 s_1 + \dot{\sigma}_{CV}$ met $\dot{\sigma}_{CV} \geq 0$ waarbij het warmtetransport plaatsvindt bij temperatuur T^{trans}

Thermodynamische potentialen $H = U + pV$ $F = U - TS$ $G = U - TS + pV$

Veranderingen van U, H, F, G

$$dU = TdS - pdV + \mu dN \quad dH = TdS + Vdp + \mu dN$$

$$dF = -SdT - pdV + \mu dN \quad dG = -SdT + Vdp + \mu dN$$

Partiële afgeleiden voor $f(x,y)$

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_x dy = M dx + N dy \quad \text{dus} \quad M = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y \quad \text{en} \quad N = \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_x$$

Maxwell relatie voor $f(x,y)$

$$\text{Indien } df = M dx + N dy \text{ dan } \left(\frac{\partial M}{\partial y} \right)_x = \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right)_y \quad \text{oftewel} \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_x \right]_y = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y \right]_x$$

Integreren

$$f(x_2, y_1) = f(x_1, y_1) + \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y dx$$

Min 1 regel

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x = -1$$

Definitie warmtecapaciteit

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V,N} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{V,N} \quad \text{en} \quad C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_{P,N} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P,N}$$

Departure Gibbs energy

$$\ln \frac{f}{p} = \ln \varphi = \frac{\mu - \mu^{IG}}{RT} = \int_0^p \frac{Z(p) - 1}{p} dp$$

Clapeyron equation

$$\left(\frac{dp}{dT} \right)_{sat} = \frac{s_g - s_f}{v_g - v_f} = \frac{h_g - h_f}{T(v_g - v_f)}$$

Clausius-Clapeyron equation

$$\left(\frac{d \ln P}{dT} \right)_{sat} = \frac{h_g - h_f}{RT^2}$$

Carnot efficiency

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

Thermal power cycle efficiency (I-law efficiency)

$$\eta_{th} = \frac{\dot{W}_{net}}{\dot{Q}_{in}}$$

Isentropic process for an ideal gas

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^\gamma = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1} \quad \text{met} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

Entropy change of an ideal gas with temperature and pressure and constant c_p

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

Isentropic efficiencies for compression and expansion

$$\eta_{is,exp} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2,is}}, \quad \eta_{is,compr} = \frac{h_{2,is} - h_1}{h_2 - h_1}$$

COP (coefficient of performance)

$$COP_{cooling} = \frac{Q_C}{Q_H - Q_C} = \frac{T_C}{T_H - T_C}, \quad COP_{heating} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_C} = \frac{T_H}{T_H - T_C}$$

Exergy: specific flow exergy and balances

$$ex_f = h - h_0 + \frac{v^2}{2} + gz - T_0(s - s_0)$$

$$\frac{dEx}{dt} = \dot{E}x_{f,1} - \dot{E}x_{f,2} + (h_0 - T_0s_0)(\dot{M}_1 - \dot{M}_2) + \left(1 - \frac{T_0}{T_b}\right)\dot{Q} + \dot{W} + \dot{E}x_d$$

$$\dot{M}(ex_{f,1} - ex_{f,2}) = -\left(1 - \frac{T_0}{T_b}\right)\dot{Q} + \dot{W} + \dot{E}x_d$$

Opgave 1

$$(a) dT=0 \Rightarrow \frac{dV}{dP} = -\kappa V \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\kappa dP$$

$$\Rightarrow \ln \frac{V_2}{V_1} = -\kappa (P_2 - P_1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_2 &= V_1 \exp(-\kappa (P_2 - P_1)) \\ &= 1.003 \cdot \exp(-46 \cdot 10^{-6} \cdot 99) \\ &= 0.990 \text{ cm}^3/\text{g} \end{aligned}$$

$$b) dN=0 \Rightarrow dU = T dS - p dV$$

$$\begin{aligned} \text{delen door } dP \text{ en } dT=0 &\Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_{T,N} = T \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_{T,N} - P \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{T,N} \end{aligned}$$

$$\text{uit } dG = -S dT + V dP + \mu dN$$

$$\text{volgt: } -\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_{T,N} = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N}$$

$$\begin{aligned} &= -T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N} - P \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{T,N} \\ &= -\beta V T + P \kappa V \end{aligned}$$

$$= V [\kappa P - \beta T]$$

$$\begin{aligned} c) \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_{T,N} &= \frac{1.003 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{\text{gram}} \cdot \frac{1000 \text{ gram}}{\text{kg}} \cdot [46 \cdot 10^{-6} - 298 \cdot 256 \cdot 10^{-6}] \\ &= -7.6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \end{aligned}$$

d) $dV=0$ dus arbeid = 0

e) gevraagd: $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,N}$

$$\rightarrow \text{regel: } \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = -1$$

$$\begin{aligned} \text{dus } \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,N} &= \frac{-\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N}}{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{T,N}} = \frac{-\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N}}{\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T} = \frac{\beta}{\kappa} \\ &= \frac{256 \cdot 10^{-6}}{46 \cdot 10^{-6}} \frac{\text{bar}}{\text{K}} = 5.56 \text{ bar/K} \end{aligned}$$

$\Delta T = 1 \text{ K}$ dan $\Delta P = 5.56 \text{ bar}$ dus druk gevraagd
= 6.56 bar

f) $dU = \delta Q$ (immers arbeid = 0)

$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT = \int_{T_1}^{T_2} C_V(T) dT \quad (\text{immers } dV=0)$$

$\Rightarrow C_V(T)$ is dus nodig

Opgave 2

$$a) \ominus V_g \gg V_l$$

$$\ominus V_g = \frac{RT}{p} \quad (\text{ideaal gas})$$

$\ominus \Delta H \rightarrow$ onafhankelijk van T (en p)

b) voor elke fase overgang van een zuivere stof:

$$\left(\frac{dp}{dT} \right)_{\text{coex}} = \frac{\Delta H}{T \Delta V}$$

voor koken is $\Delta V = V_g - V_l$ relatief groot

voor smelten is $\Delta V = V_l - V_s$ relatief klein

hierdoor is $\left(\frac{dp}{dT} \right)_{\text{coex}}$ (absoluut) veel groter voor smelten