

--	--	--	--	--	--

Space above not to be filled in by the student

Delft Applied Mechanics Course Statics

AE1-914 part I – 29 October 2007 09.00h - 12.00h

Answer sheets

Last name and initials: *Answer Model*

Study no.:

--	--	--	--	--	--	--

Only hand in the answer sheets!
Other sheets will not be accepted

Write your name and study number on every page
Sheets without name or study number will not be accepted

Write relevant calculations on the answer sheet
Use the blank sides of the answer sheets if necessary.
Answers without calculations or motivation will not be taken into account.

Use possible checks to avoid calculation errors
NOTE: this exam consists of 5 problems.

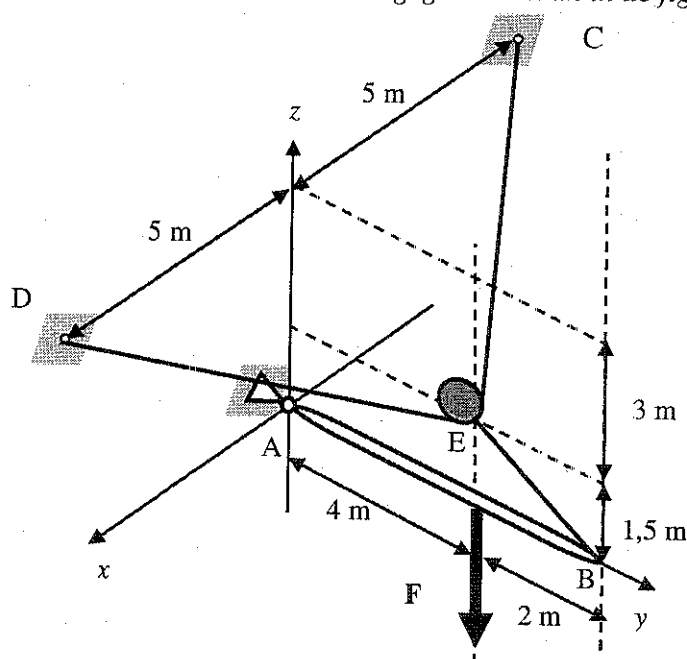
All answers must be given mentioning the correct SI units.

--	--	--	--	--	--	--	--

Problem 1 (Weight 2,0 - approx. 30 minutes)

A boom is attached by a ball-and-socket joint in A and attached to a cable-pulley system in B. Cable CED is attached to the wall in point C and D. A force F is exerted on the boom AB as shown in the figure. Neglect the mass of the boom and the diameter of the pulley. All relevant data are indicated in the figure.

Een hefboom is door middel van een bolscharnier aan de muur verbonden in punt A en is in punt B verbonden aan een katrol systeem met behulp van kabels. Kabel CED is in punt C en punt D aan de muur verbonden. Op de hefboom AB wordt een kracht F uitgeoefend, zoals aangegeven in de figuur. Het gewicht van de hefboom en de diameter van de katrol mogen worden verwaarloosd. Alle relevante gegevens staan in de figuur.

**Questions:**

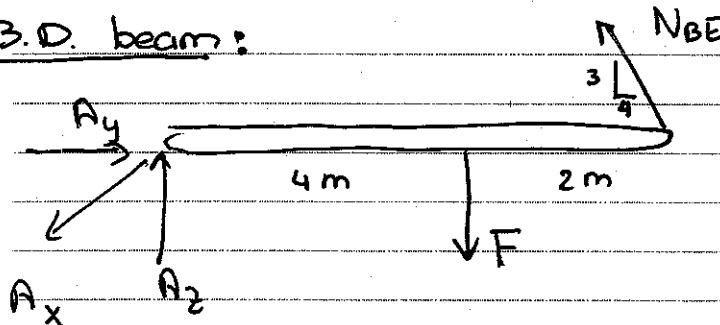
- a) Calculate the reactions at A, and the cable forces in cables BE and CED as a function of F and table them in the table on the next page. All results must be supported by calculations.

Bereken de reacties in A en de kabelkrachten in kabels BE and CED als functie van F en vermeld ze in de tabel op de volgende pagina. Alle resultaten moeten van berekeningen worden voorzien.

--	--	--	--	--	--	--	--

Exam Ael-914 part I

Name:

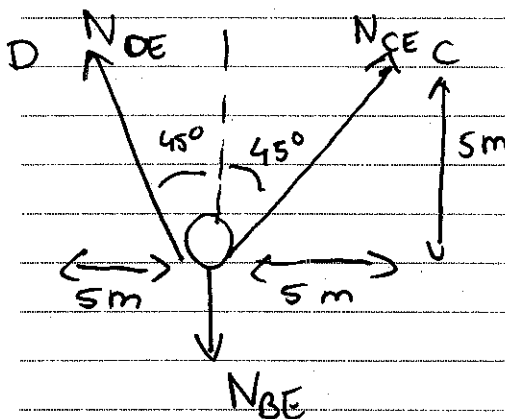
F.B.D. beam:

$$\sum F_x \uparrow +: 0 = A_x \rightarrow \underline{\underline{A_x = 0}}$$

$$\sum T_A \uparrow +: 0 = \frac{3}{5} N_{BE} \cdot 6 - F \cdot 4 \rightarrow \underline{\underline{N_{BE} = \frac{10}{9} F}}$$

$$\sum F_y \uparrow +: 0 = A_y - \frac{4}{5} N_{BE} \rightarrow \underline{\underline{A_y = \frac{8}{9} F}}$$

$$\sum F_z \uparrow +: 0 = A_z + \frac{3}{5} N_{BE} - F \rightarrow \underline{\underline{A_z = \frac{1}{3} F}}$$



$$\sum F_H \uparrow +: 0 \Rightarrow N_{DE} = N_{CE} = N_{CED}$$

$$\sum F_V \uparrow +: 0 = -N_{BE} + 2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2} N_{CED}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{N_{CED} = \frac{5\sqrt{2}}{9} F}}$$

A_x	A_y	A_z	N_{BE}	N_{CED}
0	$\frac{8}{9} F$	$\frac{1}{3} F$	$\frac{10}{9} F$	$\frac{5\sqrt{2}}{9} F$

--	--	--	--	--	--	--

Exam Ael-914 part I

Name: _____

- b) Cable CED can sustain a maximum tensile force of 800 N before it fails. Calculate the maximum force F that can be exerted on the boom.

*Kabel CED kan een maximale trekkracht van 800 N weerstaan voordat hij breekt.
Bereken de maximale kracht F die op de hefboom kan worden uitgeoefend.*

$$N_{CED} = \frac{5}{9} \sqrt{2} F = 800 \text{ N}$$

$$F = 720 \sqrt{2} \text{ N} \approx 1018,23 \text{ N}$$

--	--	--	--	--	--	--

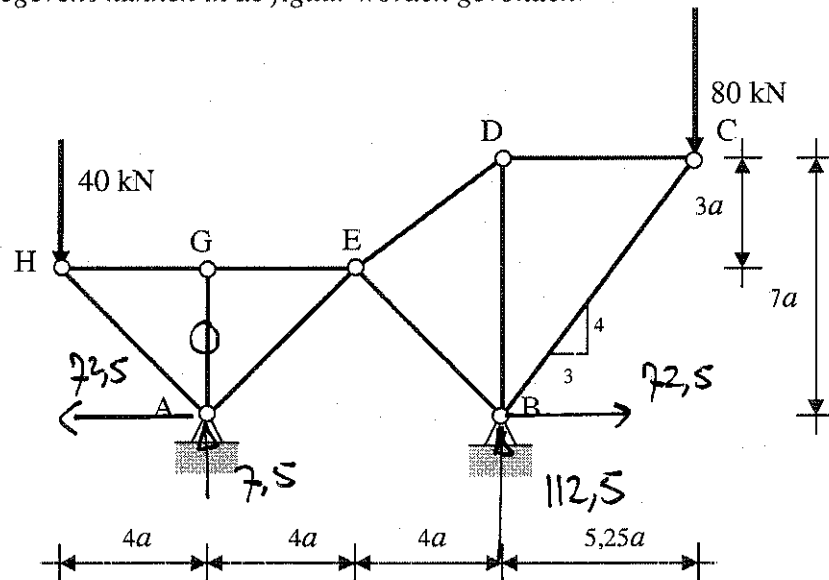
Exam Ae1-914 part I

Name:

Problem 2 (Weight 2,0 - approx. 30 minutes)

The truss in the figure below is loaded in H and C with vertical loads as shown in the figure. All relevant values can be found in the figure.

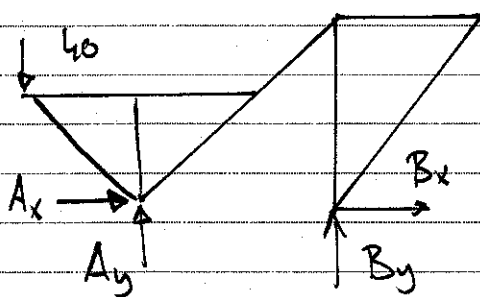
Het onderstaande vakwerk wordt in H en C belast met de aangegeven verticale krachten.
Alle relevante gegevens kunnen in de figuur worden gevonden.

**Questions:**

- a) Determine the reactions in A and in B and draw them in the figure in the direction in which they act on the structure in reality.

Bepaal de oplegreacties in A en in B en teken deze in de figuur zoals ze in werkelijkheid op de constructie werken.

COMPLETE STRUCTURE

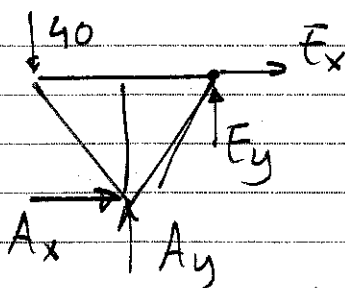


$$\sum T_B^{\uparrow}: -8a \cdot A_y + 12a \cdot 40 - \frac{21}{4}a \cdot 80 = 0$$

$$8A_y = 60 \quad A_y = 7,5 \text{ kN}$$

--	--	--	--	--	--	--

LEFT HAND SIDE.



$$\sum \vec{F}^{\uparrow}: -40 A_y + 40 A_x + 80 \cdot 40 = 0$$

$$4 A_x = -290$$

$$A_x = -72,5 \text{ kN}$$

complete structure:

$$\sum \vec{F}_x^{\rightarrow}: A_x + B_x = 0 \quad B_x = 72,5 \text{ kN}$$

$$\sum \vec{F}_y^{\uparrow}: -40 - 80 + A_y + B_y = 0 \Rightarrow B_y = 112,5 \text{ kN.}$$

- b) Identify the zero-force members in the structure.

Identificeer de nulstaven in deze constructie.

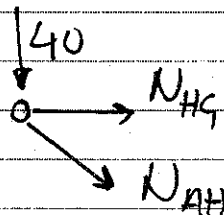
Member AC.

- c) Calculate the normal forces in members EG, DE, AE, BE and BD using a method of your choice with the correct sign for tension (+) or compression (-) and put them in the table on the next page. All results must be supported by calculations.

Bereken met een methode naar keuze de krachten in de staven EG, DE, AE, BE en BD met het juiste teken voor trek (+) en druk (-) en vermeld ze in de tabel op de volgende pagina. Alle resultaten moeten van berekeningen worden voorzien.

NODE H:

$$\sum \vec{F}_y^{\uparrow}: -40 - \frac{1}{2}\sqrt{2} N_{AH} = 0$$



$$N_{AH} = -40\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$\sum \vec{F}_x^{\rightarrow}: N_{HG} + \frac{1}{2}\sqrt{2} N_{AH} = 0$$

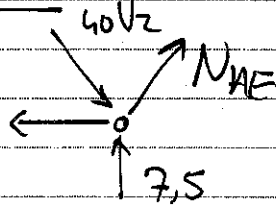
$$N_{HG} = 40 \text{ kN.}$$

$$N_{EG} = N_{HG} = 40 \text{ kN}$$

--	--	--	--	--	--	--

Exam Ae1-914 part I

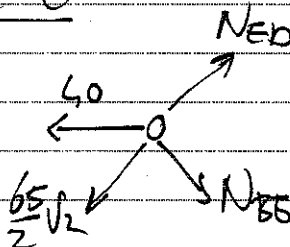
Name:

Node A

$$\sum F_x: \frac{1}{2}\sqrt{2} N_{AE} + 40 - 72.5 = 0$$

$$N_{AE} = \frac{65}{2}\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$\sum F_y: \frac{1}{2}\sqrt{2} N_{AE} - 40 + 7.5 = 0 \quad \}$$

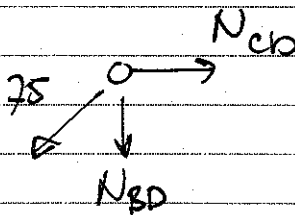
Node E

$$\sum F_x: -40 - \frac{65}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{4}{5} N_{ED} + \frac{1}{2}\sqrt{2} N_{BE} = 0$$

$$\sum F_y: -\frac{65}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{3}{5} N_{ED} - \frac{1}{2}\sqrt{2} N_{BE} = 0 \quad +$$

$$-40 - 65 + \frac{7}{5} N_{ED} = 0$$

$$N_{ED} = \frac{25}{2}\sqrt{2} \text{ kN}, \quad N_{BE} = \frac{25}{2}\sqrt{2} \text{ kN}$$

Node D

$$\sum F_y: -\frac{3}{5} \cdot 75 - N_{BD} = 0$$

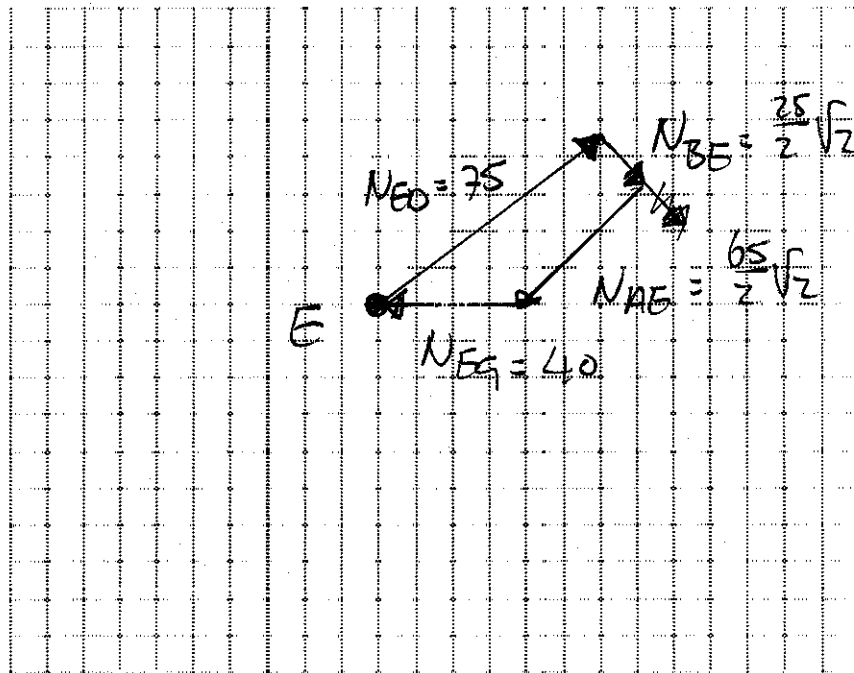
$$N_{BD} = -45 \text{ kN}$$

N_{EG}	N_{DE}	N_{AE}	N_{BE}	N_{BD}
40	75	$\frac{65}{2}\sqrt{2}$	$\frac{25}{2}\sqrt{2}$	-45

all in [kN]

--	--	--	--	--	--	--

d) Draw the force polygon for joint E (scale: 1 cm = 20 kN)

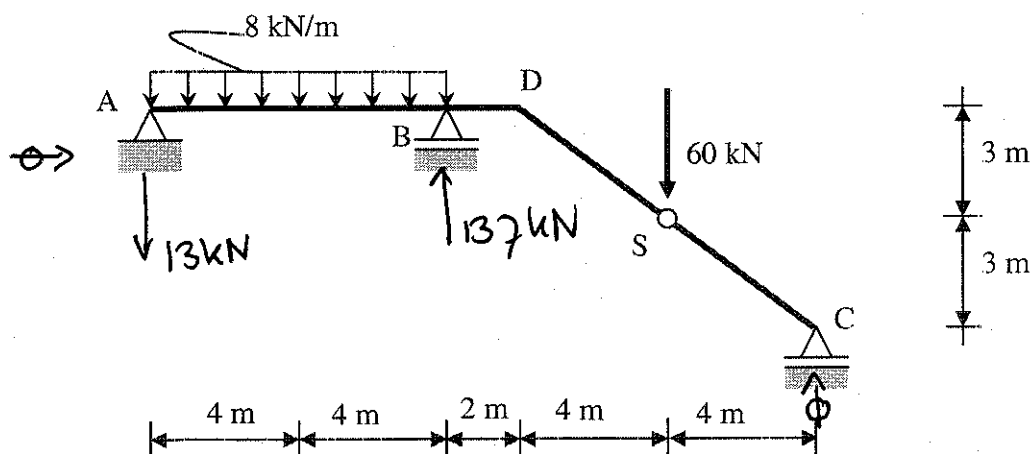
Teken de krachtenveelhoek voor knooppunt E (krachtenschaal 1 cm = 20 kN).

--	--	--	--	--	--	--

Problem 3 (Weight 2,5 - approx. 45 minutes)

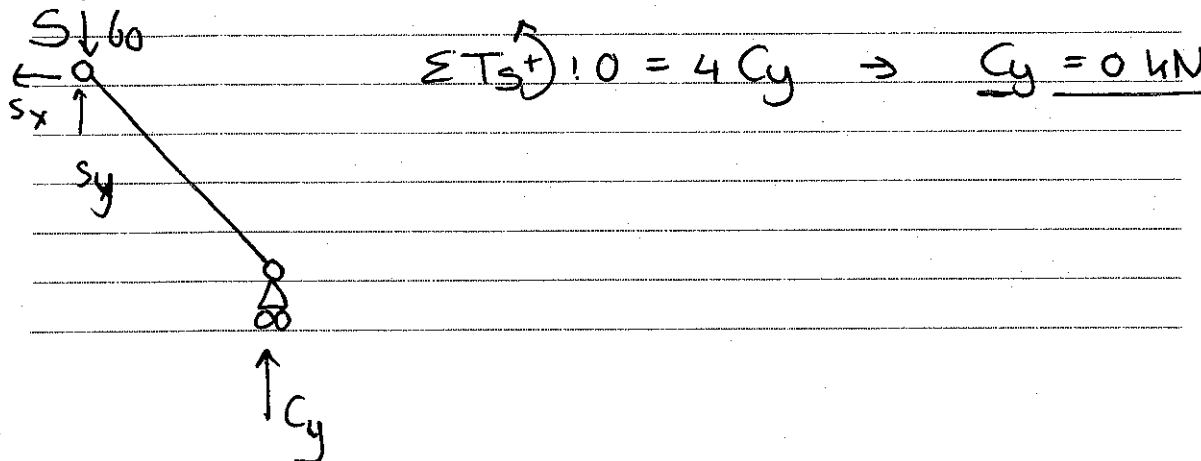
The kinked hinged frame below is loaded at hinge S by a force $F = 60 \text{ kN}$ and by a distributed load $q = 8 \text{ kN/m}$ acting on part AB. All relevant values can be found in the figure.

The geknikte scharnierlijger hieronder wordt ter plaatse van het scharnier S belast met een puntlast F van 60 kN en over het deel AB belast met een gelijkmatig verdeelde belasting q van 8 kN/m . Alle relevante gegevens kunnen in de figuur worden gevonden.

**Questions:**

- a) Determine the reactions in A, B and C and draw them in the figure in the direction in which they act.

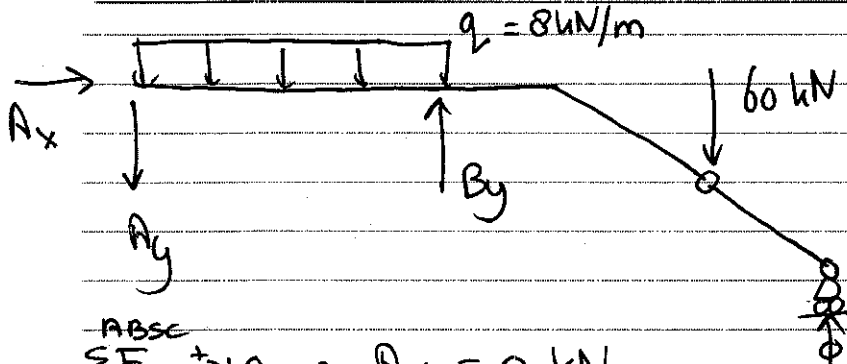
Bepaal de oplegreacties in A, B en C en teken deze oplegreacties in de figuur zoals ze in werkelijkheid werken.



--	--	--	--	--	--	--	--

Exam Ae1-914 part I

Name: _____



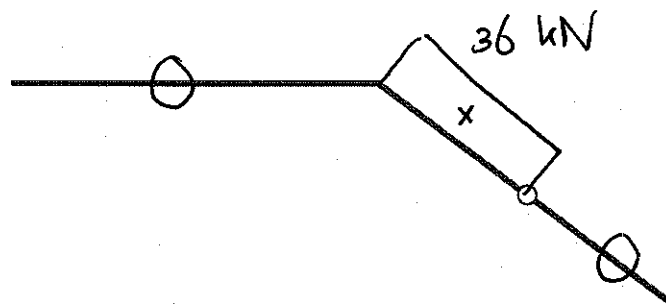
ABSC
 $\sum F_x \rightarrow 0 \Rightarrow \underline{A_x = 0 \text{ kN}}$

ABSC
 $\sum \overset{\curvearrowright}{M}_A = 0 = B_y \cdot 8 - 60 \cdot 14 - \frac{8 \cdot 8^2}{2} \Rightarrow \underline{B_y = 137 \text{ kN}}$

ABSC
 $\sum F_y \uparrow = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 8 \cdot 8 - 60 = 0 \Rightarrow \underline{A_y = 13 \text{ kN}}$

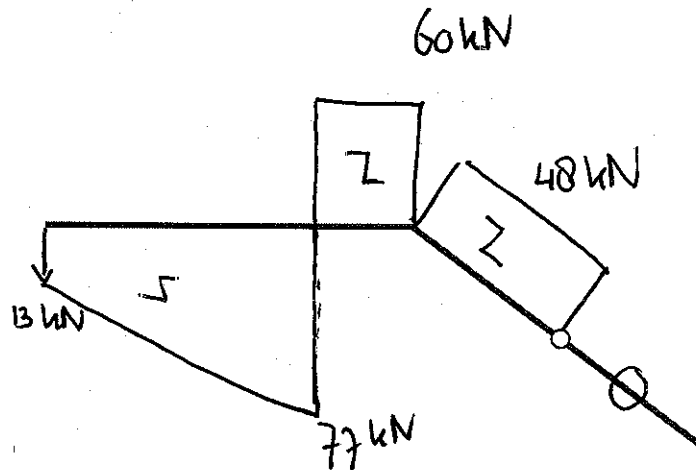
- b) Draw the normal force diagram (N-diagram) of the frame and use the correct deformation signs. Mention all relevant values.

Teken de normaalkrachtenlijn voor de ligger en vermeld daarbij de juiste vervormingstekens.
 Vermeld alle relevante waarden.

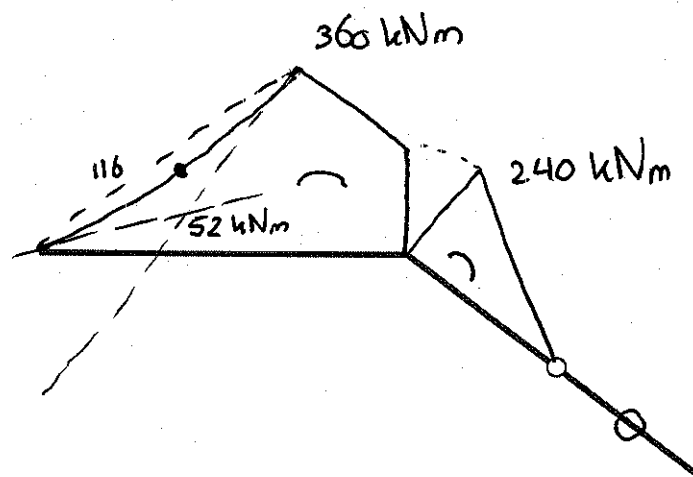


--	--	--	--	--	--	--

- c) Draw the shear force diagram (V-diagram) of the frame and use the correct deformation signs. Mention all relevant values.
*Teken de dwarskrachtenlijn (V-lijn) van de ligter en vermeld de juiste vervormingstekens.
 Vermeld ook alle relevante waardes.*



- d) Draw the moment diagram (M-diagram) of the frame and use the correct deformation signs. Mention all relevant values and draw tangents where necessary.
*Teken de momentenlijn (M-lijn) van de ligter en vermeld de juiste vervormingstekens.
 Vermeld alle relevante waardes en teken, waar noodzakelijk, de raaklijnen.*

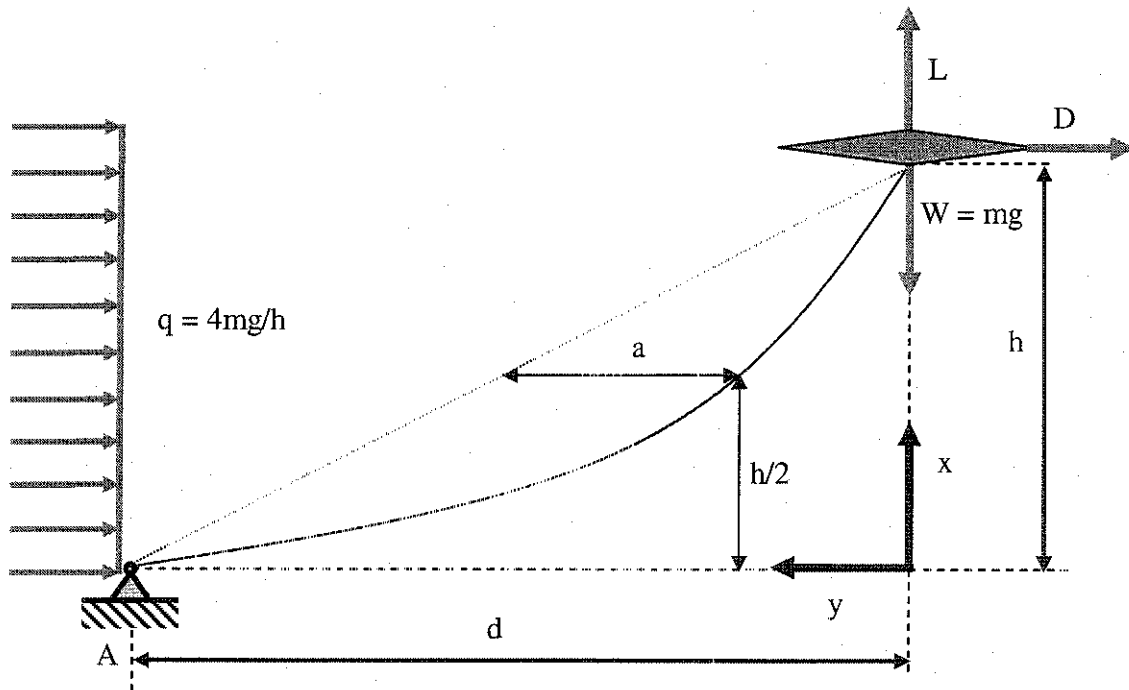


--	--	--	--	--	--	--

Problem 4 (weight 2,0 – approx. 45 minutes)

The figure below shows a kite and the cable to which it is attached. They are subjected to a uniform distributed load $q = 4mg/h$ [N/m] due to wind. The kite itself is subjected to a vertical lift L and a drag force D . The kite has weight $W = mg$. The cable is attached to the ground by a fixed hinge in A. The weight of the cable may be neglected. All other relevant dimensions can be found in the figure.

De onderstaande figuur toont een vlieger en de kabel waaraan deze vast zit. Deze worden onderworpen aan een uniform verdeelde belasting $q = 4mg/h$ [N/m] veroorzaakt door de wind. De vlieger wordt zelf onderworpen aan een draagkracht L en een weerstandskracht D . De vlieger heeft gewicht $W = mg$. De kabel is bevestigd aan de grond met een scharnier in punt A. Het gewicht van de kabel mag worden verwaarloosd. Alle andere relevante afmetingen staan in de figuur.

**Questions:**

- a) Derive the cable equation $y(x)$ as a function of d , a , and h (Note: Pay attention to the location and orientation of the coordinate system in the figure).
Bereken de kabelvergelijking $y(x)$ als een functie van d , a , en h . (Let op de locatie en de oriëntatie van het assenstelsel in de figuur!).

P.T.O.

--	--	--	--	--	--	--

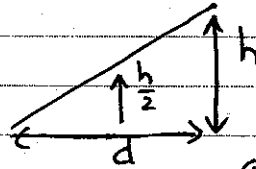
Exam Ae1-914 part I

Name:

$$N_h \frac{d^2 y}{dx^2} = q$$

$$N_h \frac{dy}{dx} = qx + C_0$$

$$N_h y = \frac{1}{2} qx^2 + C_0 x + C_1$$

Boundary Conditions

$$\textcircled{1} y(0) = d$$

$$\textcircled{2} y(h) = 0$$

$$\textcircled{3} y\left(\frac{h}{2}\right) = \frac{d}{2} - a$$

$$\textcircled{1} \rightarrow C_1 = N_h d$$

$$\textcircled{2} \rightarrow -\frac{qh^2}{2} + C_0 h + N_h d = 0 \rightarrow C_0 = -\frac{qh}{2} - N_h \frac{d}{h}$$

$$N_h y = \frac{1}{2} qx^2 - \left(\frac{qh}{2} + N_h \frac{d}{h}\right)x + N_h d$$

$$\textcircled{3} N_h \left(\frac{d}{2} - a\right) = -\frac{qh^2}{8} - \frac{qh^2}{4} - N_h \frac{d}{2} + \cancel{N_h d}$$

$$N_h = \frac{qh^2}{8a} = \frac{mgh}{2a}$$

$$y(x) = \frac{qx^2}{2N_h} - \left(\frac{qh}{2} \frac{1}{N_h} + \frac{d}{h}\right)x + d$$

$$y(x) = \frac{4a}{h^2} x^2 - \left(\frac{4a+d}{h}\right)x + d$$

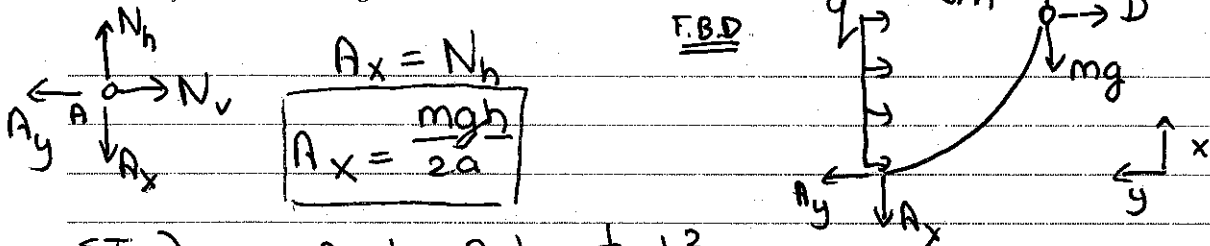
--	--	--	--	--	--	--

Exam Ae1-914 part I

Name:

- b) Calculate the reactions in A, the lift force L and the drag force D as a function of m , g , d , a , and h .

Bereken de reacties in A, de draagkracht L en de weerstandskracht D als een functie van m , g , d , a , en h .



$$\sum T_B \rightarrow 0 = -A_x d + A_y h + \frac{1}{2} q h^2$$

$$0 = -\frac{q h^2}{8a} d + A_y h - q \frac{h^2}{2} = A_y - \frac{q h}{4} \left(2 + \frac{d}{2a} \right)$$

$$A_y = mg \left(\frac{d}{2a} + 2 \right)$$

$$\sum F_x \uparrow + 0 = L - W - A_x \rightarrow L = mg \left(\frac{h}{2a} + 1 \right)$$

$$\sum F_y \rightarrow 0 = D + q h - A_y \rightarrow D = mg \left(\frac{d}{2a} - 2 \right)$$

- c) Calculate the maximum normal force in the cable as a function of m , g , d , a , and h and where it occurs (x and y coordinate).

Bereken de maximale kabelkracht als een functie van m , g , d , a , en h en waar deze optreedt (x en y coördinaat)

$N_{\max}$ at max slope $\rightarrow$ at A

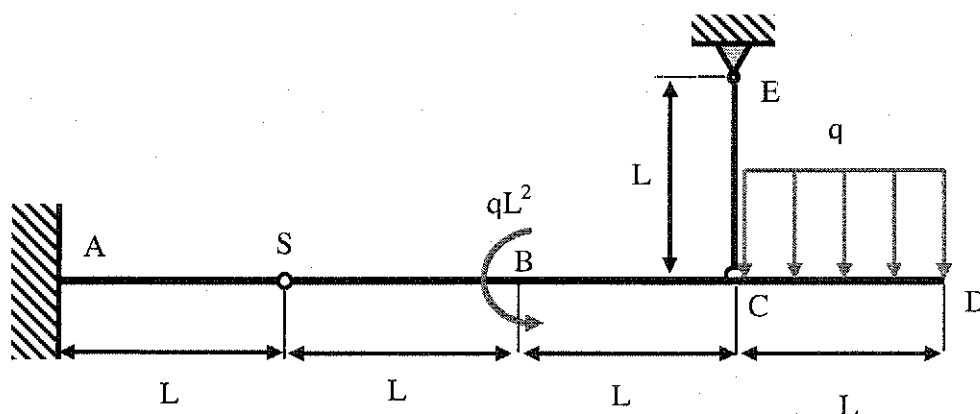
$$N_{\max} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \frac{mg}{2a} \sqrt{h^2 + (d + 4a)^2}$$

--	--	--	--	--	--	--

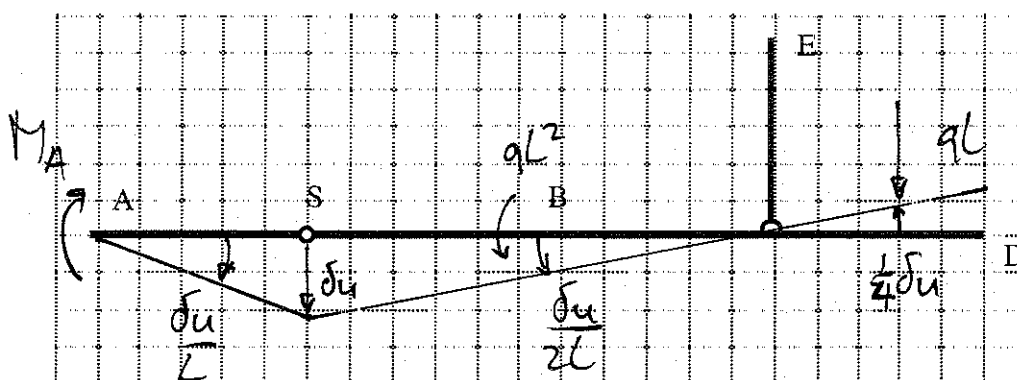
Problem 5 (Weight 1,5 - approx. 30 minutes)

Beam ASBCD has a fixed support in A and is suspended from two force member EC in C. The beam is loaded by a uniform distributed load q acting on section CD and couple qL^2 in B. S is a hinge. All other dimensions are mentioned in the figure.

Balk ASBCD is ingeklemd in A en hangt aan pendelstaaf EC. De balk wordt belast door een uniform verdeelde belasting werkend op sectie CD en een koppel qL^2 in B. S is een scharnier. Alle overige dimensies staan in de figuur.

**Questions:**

- a) Using the principle of virtual work calculate the moment reaction in A. Clearly indicate which virtual displacement field and which sign conventions have been used.
Gebruik het principe van virtuele arbeid en bereken het inkelemoment in A. Geef duidelijk aan welk virtueel verplaatsingsveld en welke tekenafspraken zijn gebruikt.



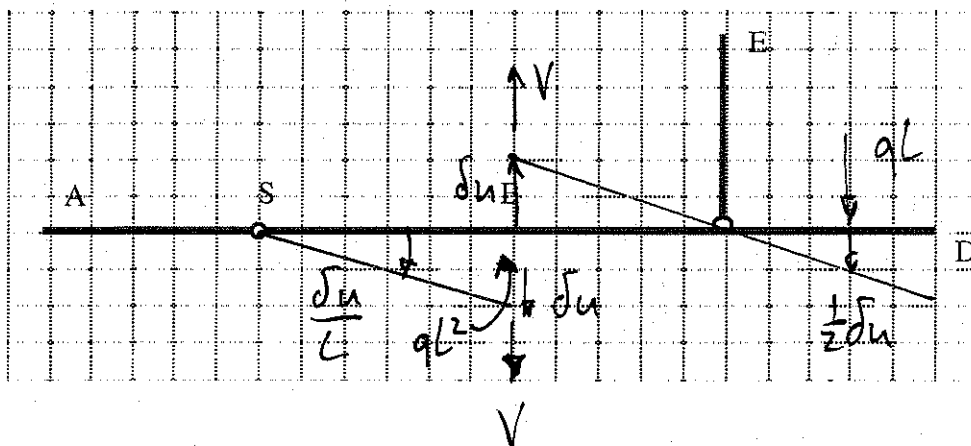
--	--	--	--	--	--	--

$$\delta A = M_A \frac{\delta u}{L} + qL^2 \frac{\delta u}{2L} - qL \frac{\delta u}{4L} = 0$$

$$\left(M_A + \frac{1}{2}qL^2 - \frac{1}{4}qL^2 \right) \delta u = 0$$

$$M_A = -\frac{1}{4}qL^2$$

- b) Using the principal of virtual work calculate the shear force in B. Clearly indicate which virtual displacement field and which sign conventions have been used.
 Gebruik het principe van virtuele arbeid en bereken de dwarskracht in B. Geef duidelijk aan welk virtueel verplaatsingsveld en welke tekenafspraken zijn gebruikt.



Note that it does not matter whether you place the couple qL^2 left or right of B.

Answer sheets

Student no:

--	--	--	--	--	--	--	--

Exam Ael-914 part I

Name: _____

$$\delta A = V \delta u + V \delta u - \frac{\delta u}{L} q L^2 + q L \frac{1}{2} \delta u = 0$$
$$(2V - qL + \frac{1}{2} qL) \delta u = 0$$

$$V = \frac{1}{4} qL$$