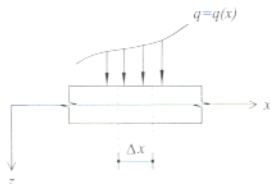


--	--	--	--	--	--

Opgave 1 (gewicht 1,2 - ongeveer 20 minuten)

Een balk wordt loodrecht op zijn as belast door een verdeelde belasting $q = q(x)$.



Gevraagd:

Teken (in de vrije ruimte rechtsboven) de positieve snedekrachten die in het geval van buiging op een balkelementje met kleine lengte Δx werken.

Zie Hartsuiker, blz. 412 ev. of Meriam, blz. 288 ev.

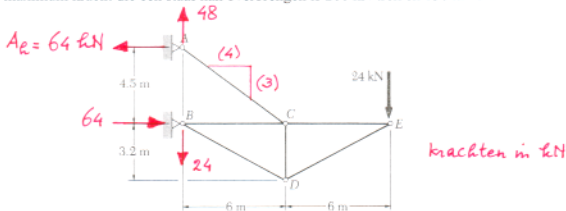
- b. Leid voor het op buiging belaste balkelementje de differentiaalbetrekkingen voor het evenwicht af.

- c. Leid (met behulp van het voorgaande) ook de betrekking af die bestaat tussen het buigend moment M in de balk en de verdeelde belasting q .

Opgave 2 (gewicht 2,2 - ongeveer 35 minuten)

Onderstaand vakwerk, waarvan de afmetingen uit de figuur kunnen worden afgelezen, wordt in E belast door een verticale kracht $F = 24 \text{ kN}$.

De maximum kracht die een staaf kan overbrengen is 200 kN trek en 130 kN druk.



Gevraagd:

- a. De horizontale en verticale oplegreacties in A en B. Teken ze (in bovenstaande figuur) zoals ze in werkelijkheid werken en schrijf hun waarden er bij.

$$\sum \mathcal{M}_B(\circlearrowright) = -24 \text{ kN} \cdot 12 \text{ m} + 4,5 \text{ m} \cdot A_h = 0 \rightarrow A_h = 64 \text{ kN} (\leftarrow)$$

$$A_v = \frac{3}{4} A_h = 48 \text{ kN} (\uparrow)$$

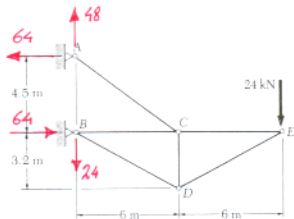
$$\sum F_{\text{vert}} = 0 \rightarrow B_v = 24 \text{ kN} (\downarrow)$$

$$\sum F_{\text{hor}} = 0 \rightarrow B_h = 64 \text{ kN} (\rightarrow)$$

- b. Een controleberekening op de oplegreacties uit te voeren door het momenten-evenwicht van de constructie om D uit te schrijven.

$$\begin{aligned} \sum \mathcal{M}_D(\circlearrowright) &= -24 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} \\ &\quad - 48 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} + 64 \text{ kN} \cdot 7,7 \text{ m} \\ &\quad + 24 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} - 64 \text{ kN} \cdot 3,2 \text{ m} \\ &= -48 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} + 64 \text{ kN} \cdot 4,5 \text{ m} \\ &= -288 \text{ kNm} + 288 \text{ kNm} = 0 \end{aligned}$$

c. Alle staafkrachten, met de goede tekens (trek positief en druk negatief).



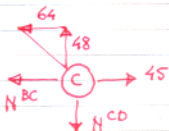
Staat	N
AC	+80 kN
BC	-19 kN
BD	-51 kN
CD	+48 kN
CE	+45 kN
DE	-51 kN

krachten in kN

$$N^{AC} = +\sqrt{48^2 + 64^2} = +80 \text{ kN}$$

$$\sum F_{\text{vert}} (\downarrow) = 24 + \frac{8}{17} N^{DE} = 0 \rightarrow N^{DE} = -51 \text{ kN}$$

$$\sum F_{\text{hor}} (\leftarrow) = N^{CE} + \frac{15}{17} N^{DE} = 0 \rightarrow N^{CE} = +45 \text{ kN}$$



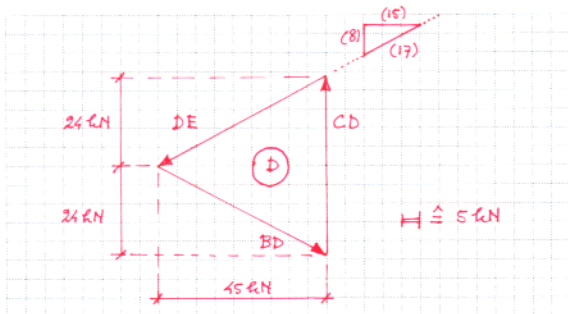
$$\sum F_{\text{vert}} = 0 \rightarrow N^{CD} = +48 \text{ kN}$$

$$\sum F_{\text{hor}} = 0 \rightarrow N^{BC} = 45 - 64 = -19 \text{ kN}$$



$$\sum F_{\text{hor}} = 0 \rightarrow N^{BD} = N^{DE} = -51 \text{ kN}$$

d. De krachtenveelhoek voor het evenwicht van knooppunt D.



e. De maximum kracht F die het vakwerk kan dragen. Welke staaf/staven is/zijn maatgevend?

Grootste trekkracht in AC : 80 kN

Belasting waarbij in AC de max. trekkracht van 200 kN wordt bereikt : $F = \frac{200}{80} \cdot 24 = 60 \text{ kN}$

Grootste drukkracht in BD en DE : 51 kN

Belasting waarbij in deze staven de max. drukkracht van 130 kN wordt bereikt : $F = \frac{130}{51} \cdot 24 = 61,2 \text{ kN}$

Conclusie

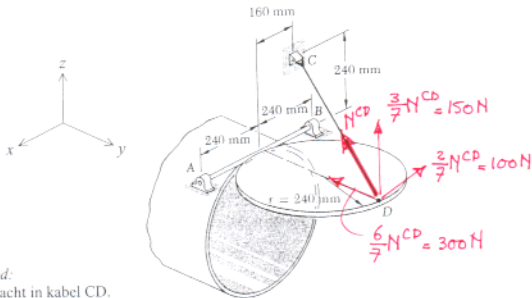
De max. trekkracht wordt eerder bereikt dan de max. drukkracht.

Staal AC is maatgevend

$F = 60 \text{ kN}$

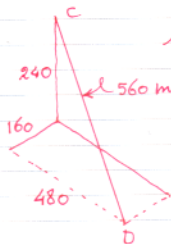
Opgave 3 (gewicht 2,2 - ongeveer 45 minuten)

Een cirkelvormige afsluitdeksel op een buis is stijf bevestigd aan as AB. De deksel heeft een straal van 240 mm en een eigen gewicht van 300 N waarvan de werklijn door het middelpunt gaat. De overige afmetingen kunnen uit de figuur worden afgelezen. De deksel wordt door kabel CD in een horizontale stand gehouden. Verder is gegeven dat de oplegging in A wel en in B geen horizontale kracht in richting AB kan opnemen.



Gevraagd:

- a. De kracht in kabel CD.



$$l^{CD} = \sqrt{240^2 + 160^2 + 480^2} \text{ mm} = 560 \text{ mm}$$

De verticale component van N^{CD} die in D op de deksel werkt is:

$$\frac{240}{560} N^{CD} = \frac{3}{7} N^{CD}$$

Voor de deksel moet gelden:

$$\sum T_x|A = -300 \text{ N} \cdot 240 \text{ mm} + \frac{3}{7} N^{CD} \cdot 480 \text{ mm} = 0 \rightarrow N^{CD} = 350 \text{ N}$$

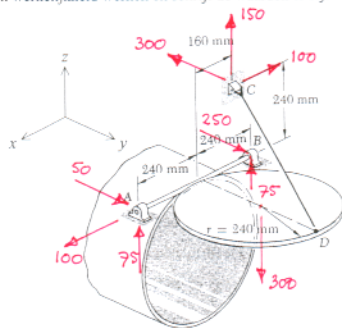
De componenten van N^{CD} zoals deze in D op de deksel werken zijn hierboven in de figuur getekend.

Voor vervolg opgave 3 zie volgend blad

b. Alle oplegreacties in x-, y- en z-richting.

Teken ze in de figuur zoals ze in werkelijkheid werken en schrijf de waarden er bij.

oplegreacties	(N)
A_x	+100
A_y	+50
A_z	+75
B_y	+250
B_z	+75
C_x	-100
C_y	-300
C_z	+150



Alle krachten in N.

Met de kabelkracht $N^{CD} = 350$ N volgen direct de oplegreacties in C; zie ook vorig blad.

$$\sum F_x = A_x - 100 \text{ N} = 0 \rightarrow A_x = +100 \text{ N}$$

$$\sum T_y|D = -A_z \cdot 240 \text{ mm} + B_z \cdot 240 \text{ mm} = 0 \rightarrow A_z - B_z = 0 \quad (a)$$

$$\sum F_z = A_z + B_z + 150 \text{ N} - 300 \text{ N} = 0 \rightarrow A_z + B_z = 150 \text{ N} \quad (b)$$

Met (a) en (b) volgt: $A_z = B_z = +75$ N

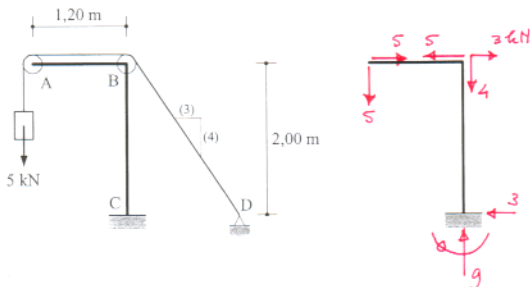
$$\sum T_z|B = A_y \cdot 480 \text{ mm} - 300 \text{ N} \cdot (240 - 160) \text{ mm} = 0 \rightarrow A_y = +50 \text{ N}$$

$$\sum F_y = B_y + 50 \text{ N} - 300 \text{ N} = 0 \rightarrow B_y = +250 \text{ N}$$

Opgave 4 (gewicht 2,2 - ongeveer 35 minuten)

De in B rechthoekig omgezette staaf ABC is ingeklemd in C. In A en B zijn in de hartlijn van de staaf katrollen aangebracht waarover een kabel loopt. De kabel wordt in zijn vrije einde belast door een kracht van 5 kN.

De afmetingen kunnen uit de figuur worden afgelezen.



Gevraagd:

- Bereken en teken (in de rechter figuur) de krachten die de kabel in A en B op de staafconstructie uitoefent.
- Bereken de oplegreacties in C. Teken ze (in de rechter figuur) zoals ze in werkelijkheid werken en schrijf hun waarden er bij.

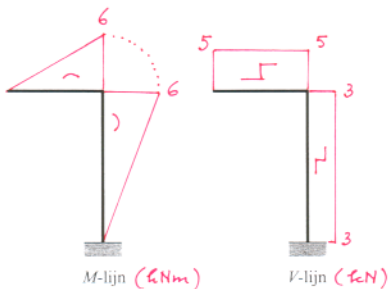
$$\sum F_{hor} = 0 \rightarrow C_H = 3 \text{ kN} (\leftarrow)$$

$$\sum F_{vert} = 0 \rightarrow C_V = 5 + 4 = 9 \text{ kN} (\uparrow)$$

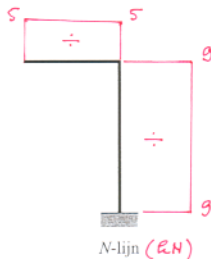
$$\sum T/C (\curvearrowright) = +5 \text{ kN} \cdot 1,20 \text{ m} - 3 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} + C_M = 0$$

$$\rightarrow C_M = 0 \text{ (er is dus geen inklemmingsmoment)}$$

- c. Teken voor ABC de momenten- en dwarskrachtenlijn en schrijf de waarden er bij. Geef met vervormingstekens (of plus- en mintekens) duidelijk de richtingen aan waarin de momenten en dwarskrachten werken.



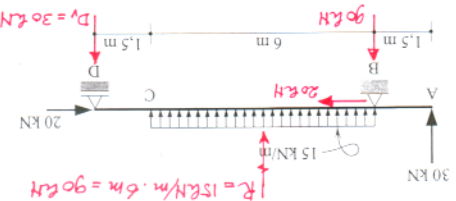
- d. Teken de normaalkrachtenlijn met de goede tekens voor trek en druk (trek positief en druk negatief). Schrijf de waarden er bij.



Opgave 5 (gewicht 2,2 - ongeveer 45 minuten)

Ligger ABCD heeft in B een scharnierende ondersteuning en in D een roloplegging. De ligger draagt over BC een gelijkmatig verdeelde belasting van 15 kN/m . De ligger wordt verder belast door een verticale kracht van 30 kN in A en een horizontale kracht van 20 kN in D.

De afmetingen kunnen uit de figuur worden afgelezen.



Gevraagd:

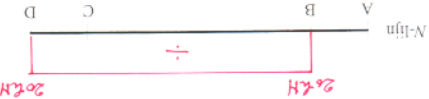
- a. De horizontale en verticale oplegreacties. Teken ze in bovenstaande figuur zoals ze op de ligger werken en schrijf hun waarden er bij.

$$\sum T/B (\rightarrow) = 30 \text{ kN} \cdot 1.5 \text{ m} - 90 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} + D_v \cdot 7.5 \text{ m} = 0 \rightarrow D_v = 30 \text{ kN} (\uparrow)$$

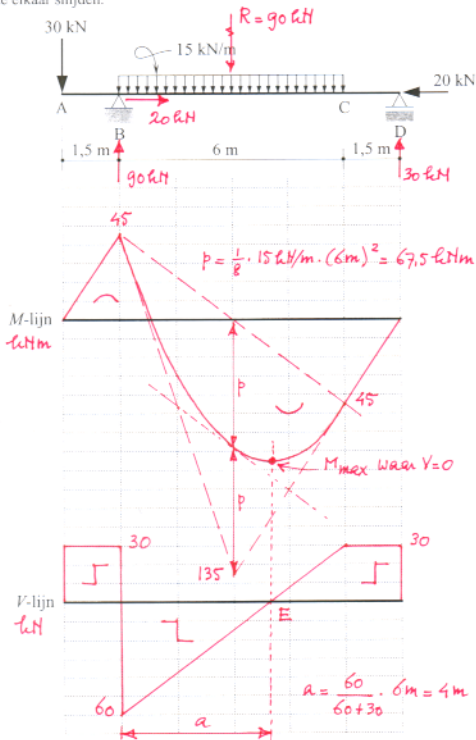
$$\sum F_{vert} = 0 \rightarrow B_v = 90 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\sum F_{hor} = 0 \rightarrow B_R = 20 \text{ kN} (\rightarrow)$$

- b. Teken de normaalkrachtenlijn met de goede tekens voor trek en druk (trek positief en druk negatief). Schrijf de waarden er bij.



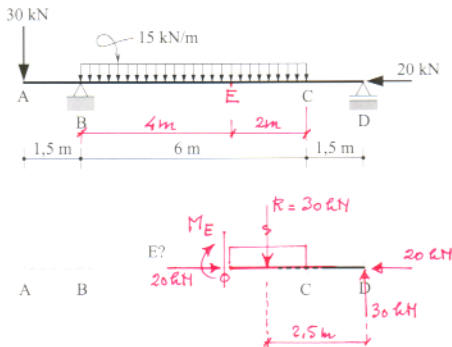
- c. Teken de momenten- en dwarskrachtenlijn en schrijf de waarden er bij. Geef met vervormingstekens (of plus- en mintekens) duidelijk de richtingen aan waarin de momenten en dwarskrachten werken. Teken in B en C ook de raaklijnen aan de momentenlijn en laat duidelijk zien waar deze elkaar snijden.



- d. Het buigend moment in BD heeft een extreme waarde in doorsnede E. Bereken de plaats van doorsnede E.

Het veldmoment in BD is extreem waar de dwarskracht nul is. Dat is in E, 4m rechts van B, zie het vorige blad.

- e. Maak ED vrij en teken alle krachten die er op werken. Schrijf de waarden er bij



- f. Bereken het moment in E.

$$M_E = 30 \text{ kN} \cdot 2.5 \text{ m} = 75 \text{ kNm} (= M_{\max})$$